

**Белорусский государственный университет**

**УТВЕРЖДАЮ**

Проректор по учебной работе и  
образовательным инновациям

 О.Г. Прохоренко

«05» июля 2023 г.

Регистрационный № УД – 12616/уч.

**Теория стержней, пластин и оболочек**

**Учебная программа учреждения высшего образования  
по учебной дисциплине для специальности**

**1-31 03 02 Механика и математическое моделирование**

2023 г.

Учебная программа составлена на основе ОСВО 1-31 03 02-2013 от 30.08.2013г. и учебного плана № G31-136/уч. от 30.05.2013г. для специальности 1-31 03 02 Механика и математическое моделирование

**СОСТАВИТЕЛИ:**

**Ботогова Марина Георгиевна** – доцент кафедры био- и наномеханики механико-математического факультета Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент.

**РЕЦЕНЗЕНТ:**

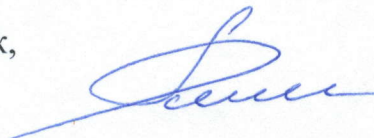
**Василевич Юрий Владимирович** – профессор кафедры теоретической механики и механики материалов Белорусского национального технического университета, доктор физико-математических наук, профессор

**РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:**

Кафедрой био- и наномеханики  
(протокол № 10 от 25.05.2023)

Научно-методическим советом БГУ  
(протокол № 9 от 29.06.2023)

Заведующий кафедрой  
доктор физико-математических наук,  
профессор



Г.И. Михасев

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

### Цели и задачи учебной дисциплины

Составляющими элементами многих инженерных конструкций и сооружений являются тонкие упругие балки, пластины и оболочки. Использование подобных элементов в современной инженерной практике обусловлено, с одной стороны, их относительной легкостью, а с другой стороны – достаточной прочностью (за счет выбора оптимальной толщины).

Важнейшими задачами на стадии проектирования тонкостенных конструкций являются задачи расчета на устойчивость, а также исследование собственных форм колебаний.

**Цель** учебной дисциплины «Теория стержней, пластин и оболочек»: расчет конструкций, состоящих из стержней пластин и оболочек, на устойчивость, а также исследование собственных форм колебаний.

**Образовательная цель:** изложение основ теории колебаний и устойчивости стержней, пластин и оболочек;

**Развивающая цель:** формирование у студентов основ математического мышления, изучение методов интегрирования дифференциальных уравнений колебаний и устойчивости пластин и оболочек

**Задачи** учебной дисциплины:

- Формирование у студентов основных понятий теории стержней, пластин и оболочек;
- Формирование у студентов понятия краевых задач, описывающих колебания и устойчивость тонкостенных конструкций.

**Место учебной дисциплины** в системе подготовки специалиста с высшим образованием.

Учебная дисциплина «Теория стержней, пластин и оболочек» относится к **циклу** дисциплин специализации компонента учреждения образования.

### Связи с другими учебными дисциплинами

Программа учебной дисциплины «Теория стержней, пластин и оболочек» составлена с учетом межпредметных связей и программ по смежным дисциплинам. Ее изучение базируется на знаниях из дисциплин «Механика сплошной среды», «Дифференциальные уравнения», «Уравнения математической физики», «Компьютерная механика».

### Требования к компетенциям

Освоение учебной дисциплины «Теория стержней, пластин и оболочек» должно обеспечить формирование следующих академических, социально-личностных и профессиональных компетенций:

#### академические компетенции:

АК-1. Уметь применять базовые научно-теоретические знания для решения теоретических и практических задач.

АК-3. Владеть исследовательскими навыками.

АК-4. Уметь работать самостоятельно.

АК-6. Владеть междисциплинарным подходом при решении проблем.

АК-7. Иметь навыки, связанные с использованием технических устройств, управлением информацией и работой с компьютером.

**социально-личностные компетенции:**

СЛК-2. Быть способным к социальному взаимодействию.

СЛК-5. Быть способным к критике и самокритике (критическое мышление).

СЛК-6. Уметь работать в команде.

**профессиональные компетенции:**

ПК-2. Применять современные методы проектирования информационных систем, использовать Web-сервисы, оформлять техническую документацию.

ПК-3. Взаимодействовать со специалистами смежных профилей.

ПК-5. Заниматься аналитической и научно-исследовательской деятельностью в области механики и прикладной математики;

ПК-8. Работать с научной, нормативно-справочной и специальной литературой, разрабатывать и использовать современное учебно-методическое обеспечение.

В результате изучения дисциплины обучаемый должен:

**знать:**

- основные понятия теории стержней, пластин и оболочек;
- уравнения колебаний и устойчивости стержней, пластин и оболочек;
- методы решения краевых задач на собственные значения;
- основы работы в системе конечно-элементного моделирования ANSYS WORKBENCH.

**уметь:**

- использовать аналитические, численные и асимптотические методы для решения систем дифференциальных уравнений, возникающих при расчете стержней, пластин и оболочек;

**владеть:**

- навыками работы с современными программными средствами численного решения математических и прикладных задач.

**Структура учебной дисциплины**

Дисциплина изучается в 7 семестре. Всего на изучение учебной дисциплины «Теория стержней, пластин и оболочек» отведено:

- для очной формы получения высшего образования – 136 часов, в том числе 72 аудиторных часа, из них: лекции – 10 часов, лабораторные занятия – 54 часа, управляемая самостоятельная работа – 8 часов.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 3 зачетных единиц.

Форма текущей аттестации по учебной дисциплине – экзамен.

## СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

### **Тема 1. Уравнения устойчивости и колебания стержней.**

Вывод уравнений продольных колебаний упругого стержня. Постановка задачи о продольных колебаниях стержня. Решение уравнений продольных колебаний методом Фурье. Вынужденные колебания стержня. Поперечные колебания балки. ГУ: жесткая заделка, свободное опирание, свободный конец. Устойчивость балки под действием продольной силы.

### **Тема 2. Изгиб тонких пластинок.**

Основные понятия и гипотезы. Перемещения и деформации в пластинке. Напряжения в пластинке. Усилия в пластинке. Выражения напряжений через усилия. Дифференциальное уравнение изогнутой срединной поверхности пластинки (уравнение Софи Жермен). Условия на контуре пластинки. Прямоугольная пластинка. Решение Навье. Прямоугольная пластинка. Решение Леви. Основные уравнения изгиба круглой пластинки. Простейшие осесимметричные задачи изгиба круглой пластинки.

### **Тема 3. Вариационные методы решения задач по теории изгиба пластинок.**

Сущность вариационных методов решения дифференциальных уравнений. Метод Ритца-Тимошенко. Метод Бубнова-Галеркина. Потенциальная энергия при изгибе пластинки. Пример решения задачи методом Ритца-Тимошенко. Пример решения задачи методом Бубнова-Галеркина.

### **Тема 4. Основы расчета тонких оболочек**

Понятие о расчете оболочек по моментной и безмоментной теориям. Расчет оболочки произвольной формы по безмоментной теории. Дифференциальные уравнения равновесия круговой цилиндрической оболочки. Перемещения и деформации в круговой цилиндрической оболочке. Физические уравнения круговой цилиндрической оболочки. Осесимметричное нагружение замкнутой круговой цилиндрической оболочки. Расчет стенки цилиндрического резервуара.

### **Тема 5. Пологие оболочки.**

Постановка задачи, исходные гипотезы. Основные дифференциальные зависимости. Основное дифференциальное уравнение задачи. Граничные условия. Решения в виде двойных тригонометрических рядов.

# УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Очная форма получения высшего образования с применением дистанционных образовательных технологий (ДОТ)

| Номер раздела, темы | Название раздела, темы                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | Количество аудиторных часов |                      |                     |                      |      | Количество часов УСР | Формы контроля знаний         |
|---------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------|----------------------|---------------------|----------------------|------|----------------------|-------------------------------|
|                     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      | лекции                      | практические занятия | семинарские занятия | лабораторные занятия | Иное |                      |                               |
| 1                   | 2                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | 3                           | 4                    | 5                   | 6                    | 7    | 8                    | 9                             |
| <b>1</b>            | <b>Уравнения устойчивости и колебания стержней.</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | <b>2</b>                    |                      |                     | <b>10</b>            |      | <b>2</b>             |                               |
|                     | Вывод уравнений продольных колебаний упругого стержня. Постановка задачи о продольных колебаниях стержня. Решение уравнений продольных колебаний методом Фурье. Вынужденные колебания стержня. Поперечные колебания балки. ГУ: жесткая заделка, свободное опирание, свободный конец. Устойчивость балки под действием продольной силы.                                                                                                                               | 2                           |                      |                     | 10                   |      | 2                    | Контрольная работа            |
| <b>2</b>            | <b>Изгиб тонких пластинок.</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | <b>2</b>                    |                      |                     | <b>12</b>            |      | <b>2</b>             |                               |
|                     | Основные понятия и гипотезы. Перемещения и деформации в пластинке. Напряжения в пластинке. Усилия в пластинке. Выражения напряжений через усилия. Дифференциальное уравнение изогнутой срединной поверхности пластинки (уравнение Софи Жермен). Условия на контуре пластинки. Прямоугольная пластинка. Решение Навье. Прямоугольная пластинка. Решение Леви. Основные уравнения изгиба круглой пластинки. Простейшие осесимметричные задачи изгиба круглой пластинки | 2                           |                      |                     | 12                   |      | 2                    | Контрольная работа            |
| <b>3</b>            | <b>Вариационные методы решения задач по теории изгиба пластинок.</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | <b>2</b>                    |                      |                     | <b>10</b>            |      | <b>2</b>             |                               |
|                     | Сущность вариационных методов решения дифференциальных уравнений. Метод Ритца-Тимошенко. Метод Бубнова-Галеркина. Потенциальная энергия при изгибе пластинки. Пример решения задачи методом Ритца-Тимошенко. Пример решения задачи методом Бубнова-Галеркина.                                                                                                                                                                                                        | 2                           |                      |                     | 10                   |      | 2                    | Контрольная работа            |
| <b>4</b>            | <b>Основы расчета тонких оболочек</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | <b>2</b>                    |                      |                     | <b>12</b>            |      |                      |                               |
|                     | Понятие о расчете оболочек по моментной и безмоментной теориям. Расчет оболочки произвольной формы по безмоментной                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | 2                           |                      |                     | 12                   |      |                      | отчет по лабораторным работам |

|   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |           |  |           |  |          |                    |
|---|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|--|-----------|--|----------|--------------------|
|   | теории. Дифференциальные уравнения равновесия круговой цилиндрической оболочки. Перемещения и деформации в круговой цилиндрической оболочке. Физические уравнения круговой цилиндрической оболочки. Осесимметричное нагружение замкнутой круговой цилиндрической оболочки. Расчет стенки цилиндрического резервуара. |           |  |           |  |          |                    |
| 5 | <b>Пологие оболочки.</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                             | 2         |  | 10        |  | 2        |                    |
|   | Постановка задачи, исходные гипотезы. Основные дифференциальные зависимости. Основное дифференциальное уравнение задачи. Граничные условия. Решения в виде двойных тригонометрических рядов.                                                                                                                         | 2         |  | 10        |  | 2        | Контрольная работа |
|   | <b>Всего</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | <b>10</b> |  | <b>54</b> |  | <b>8</b> |                    |

## ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

### Перечень основной литературы

1. Самусь В.И. Основы теории упругости и пластичности: Учеб. Пособие для студентов вузов. – 2-е изд. – М.: Высш. Школа, 1982. – 264 с.
2. Михасев Г.И., Товстик П.Е. Локализованные колебания и волны в тонких оболочках. Асимптотические методы. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009. – 292 с.
3. Новожилов В. В. Теория тонких оболочек. –Л.: Судпромгиз, 1962. – 431 с.
4. Доннелл Л.Г. Балки, пластины и оболочки: Пер. в англ./Под. Ред. Э.И. Григолюка. – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1982. – 568 с.
5. Кусяков А. Ш. Моделирование композитных пластин и оболочек. – Пермь, 2020. – 188 с.

### Перечень дополнительной литературы

1. Агапов В.П. Теория расчета пластин: учебное пособие. – Москва: НИУ МГСУ, 2016. – 123 с.
2. Тимошенко С.П., Войновский-Кригер С. Пластинки и оболочки. – М. : ГИФМЛ, 1963. – 636 с.
3. Mkhasev G.I., Altenbach H. Thin-walled Laminated Structures: Buckling, Vibrations and their Suppression.- Cham, Switzerland: Springer.- 2019-280 p.

### **Перечень рекомендуемых средств диагностики и методика формирования итоговой отметки**

Диагностика результатов учебной деятельности по дисциплине «Теория стержней, пластин и оболочек» проводится, как правило, во время аудиторных занятий. Для диагностики используются:

- отчеты по аудиторным лабораторным работам с их устной защитой;
- контрольная работа.

Контрольные мероприятия проводятся в соответствии с учебно-методической картой дисциплины.

Для студентов, пропустивших контрольные мероприятия или получивших неудовлетворительную отметку решение о повторном проведении контрольного мероприятия выносится в соответствии с Положением о рейтинговой системе оценки знаний обучающихся по учебной дисциплине в Белорусском государственном университете (приказ ректора № 189-ОД от 31.03.2020).

### **Методика формирования итоговой отметки**

Формой текущей аттестации по дисциплине «Теория стержней, пластин и оболочек» учебным планом предусмотрен **экзамен**.

Полученные студентом количественные результаты учитываются как составная часть итоговой отметки по дисциплине в рамках рейтинговой системы.

Формирование отметки за текущую успеваемость осуществляется в соответствии со следующими весовыми коэффициентами:

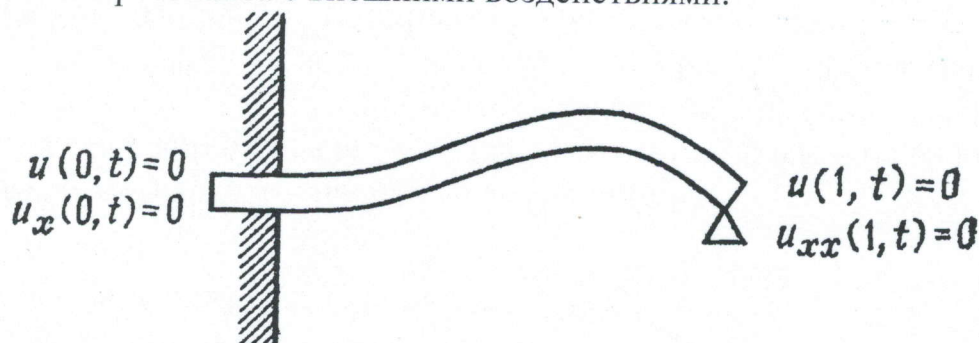
- контрольная работа – 50 %;
- отчеты по аудиторным лабораторным работам с их устной защитой – 50%.

Итоговая отметка по дисциплине рассчитывается на основе отметки текущей успеваемости (рейтинговой системы оценки знаний) и отметки на экзамене с учетом их весовых коэффициентов. Вес отметки по текущей успеваемости составляет 40 %, экзаменационной отметки – 60 %.

## Примерный перечень заданий для управляемой самостоятельной работы студентов

### Тема 1. Уравнения устойчивости и колебания стержней.

**Задания (примерный вариант):** Пусть левый конец ( $x = 0$ ) балки жестко закреплен в стену, а правый конец ( $x=1$ ) свободно опирается, как показано на рис. Решите задачу для балки с такими граничными условиями и объясните, как найти собственные частоты колебаний в этом случае. Знать собственные частоты балок очень важно, чтобы избежать резонанса с внешними воздействиями.



Форма контроля - контрольная работа.

### Тема 2. Изгиб тонких пластинок.

#### Задания (примерный вариант):

Для прямоугольной в плане тонкой пластины заданы размеры, система координат и функция прогибов. Толщина плиты –  $h$ . Исходные данные к задаче представлены в таблице. Для решения задачи требуется выполнить следующее.

1. Определить, как закреплена пластина по всему контуру.
2. Найти действующую на пластину распределенную поверхностную нагрузку.
3. Найти активные или реактивные погонные усилия на двух заданных в табл.5

краях плиты: изгибающий момент и приведенную поперечную силу вместе с сопутствующими сосредоточенными силами в углах. Начертить эпюры этих усилий.

| Вариант | Функция прогибов                      | Схема пластины |
|---------|---------------------------------------|----------------|
| 00 – 01 | $w = Ax^2y^2$                         |                |
| 02 – 03 | $w = A(x - a)^2y^2$                   |                |
| 04 – 05 | $w = Ax^2(y - b)^2$                   |                |
| 06 – 07 | $w = A(x - a)^2(y - b)^2$             |                |
| 08 – 09 | $w = Ax^2 \sin \frac{\pi y}{b}$       |                |
| 10 – 11 | $w = Ay^2 \sin \frac{\pi x}{a}$       |                |
| 12 – 13 | $w = A(y - b)^2 \sin \frac{\pi x}{a}$ |                |

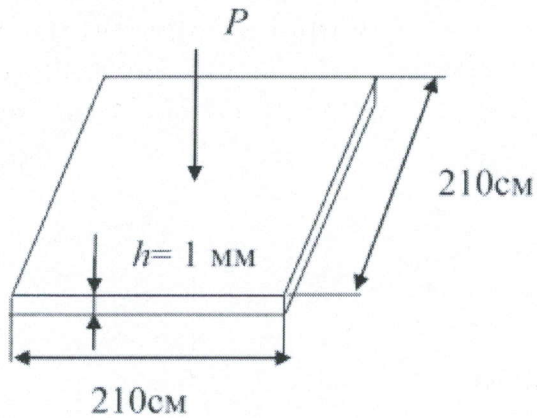
|         |                                                   |  |
|---------|---------------------------------------------------|--|
| 14 – 15 | $w = A(x - a)^2 \sin \frac{\pi y}{b}$             |  |
| 16 – 17 | $w = A \sin \frac{\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{b}$ |  |
| 18 – 19 | $w = Ax^2y(y - b)$                                |  |

Форма контроля - контрольная работа.

### Тема 3. Вариационные методы решения задач по теории изгиба пластинок.

#### Задания (примерный вариант):

Изучить прогиб стальной пластинки под действием сосредоточенной силы, используя вариационный метод Ритца-Тимошенко для различного способа закрепления краев пластинки.

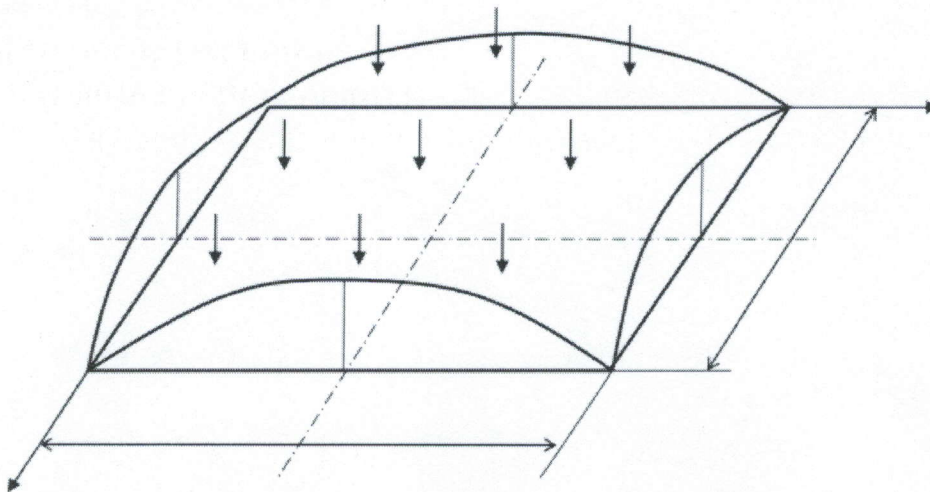


Форма контроля - контрольная работа.

### Тема 5. Пологие оболочки

#### Задания (примерный вариант):

Определить функцию прогиба и функцию напряжений для пологих оболочек.



| № | размер в плане<br>a, м | размер в<br>плане b, м | толщина<br>оболочки h,<br>б | модуль<br>упругости<br>E, Мпа | коэффициент<br>Пуассона | интенсив-<br>ность рас-<br>пределенной<br>нагрузки,<br>кПа |
|---|------------------------|------------------------|-----------------------------|-------------------------------|-------------------------|------------------------------------------------------------|
| 1 | 1                      | 2                      | 0,005                       | $2 \cdot 10^5$                | 0,3                     | 2                                                          |
| 2 | 2                      | 2                      | 0,005                       | $2 \cdot 10^5$                | 0,3                     | 2                                                          |
| 3 | 3                      | 4                      | 0,05                        | $3 \cdot 10^4$                | 0,16                    | 2                                                          |
| 4 | 4                      | 4                      | 0,05                        | $3 \cdot 10^4$                | 0,16                    | 2                                                          |

| № | Вид оболочки            | кривизны, $m^{-1}$ |
|---|-------------------------|--------------------|
| 1 | сферическая оболочка    | $k_1=k_2=0,1$      |
| 2 | сферическая оболочка    | $k_1=k_2=0,02$     |
| 3 | цилиндрическая оболочка | $k_1=0, k_2=0,1$   |
| 4 | цилиндрическая оболочка | $k_1=0, k_2=0,02$  |

Форма контроля - контрольная работа.

### Примерная тематика лабораторных занятий

#### Лабораторное занятие 1.

Изучить продольные колебания однородного цилиндрического стержня, один конец которого заделан, а к другому концу приложена сила  $F = A \sin \omega t$ , направление которой совпадает с осью стержня.

#### Лабораторное занятие 2.

Рассмотреть малые колебания тонкой балки, концы которой свободно опираются на две опоры. Математическая постановка задачи:

$$(УЧП) \quad u_{tt} = -u_{xxxx}, \quad 0 < x < 1, \quad 0 < t < \infty,$$

$$(ГУ) \quad \begin{cases} u(0, t) = 0, \\ u_{xx}(0, t) = 0, \\ u(1, t) = 0, \\ u_{xx}(1, t) = 0, \end{cases} \quad 0 < t < \infty,$$

$$(НУ) \quad \begin{cases} u(x, 0) = f(x), \\ u_t(x, 0) = g(x), \end{cases} \quad 0 \leq x \leq 1,$$

Определить частоты колебаний и прогиб балки  $u(x, t)$ .

#### Лабораторное занятие 3.

Рассмотреть шарнирно-опертую пластинку прямоугольную пластинку, находящуюся под действием поперечной нагрузки интенсивностью  $q$ . Решение уравнения изгиба пластинки искать в виде двойного тригонометрического ряда

$$w(x, y) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_{mn} \sin\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{n\pi y}{b}\right).$$

**Лабораторное занятие 4.**

Рассмотреть прямоугольную пластину, два противоположных края которой шарнирно оперты, а два других имеют любое закрепление или свободны. Использовать метод Леви.

**Лабораторное занятие 5.**

Рассчитать круглую пластинку, находящуюся под действием равномерно распределенной нагрузки, края которой шарнирно оперты.

**Лабораторное занятие 6.**

Рассчитать круглую пластинку, находящуюся под действием равномерно распределенной нагрузки, края которой жестко защемлены.

**Лабораторное занятие 7.**

Рассмотреть сэндвич-панель со следующими геометрическими параметрами: длина  $L = 1$  м, радиус  $R = 1$  м, угол раствора  $\varphi_2 = \pi$ , толщина внешних слоев  $h_1 = h_3 = 0,5$  мм, толщина внутреннего ЭРК2 – слоя пробегает значения  $h_2 = 3, 6, 9, 12$  мм. Механические характеристики алюминия: модуль Юнга  $E_2 = 70,5 \times 10^9$  Па, коэффициент Пуассона  $\nu = 0.345$ , плотность  $\rho = 2700$  кг/м<sup>3</sup>. Определить наименьшие частоты колебаний и соответствующие им декременты.

**Лабораторное занятие 8.**

Методом Ритца-Тимошенко определить функцию прогиба прямоугольной пластинки, шарнирно опертой по контуру и находящейся под действием равномерно распределенной нагрузки. Приближенное выражение функции прогибов принимаем в виде ряда:  $w_n(x, y) = \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{l=1}^{\infty} a_{kl} \sin\left(\frac{k\pi x}{a}\right) \sin\left(\frac{l\pi y}{b}\right)$ . Полученное решение сравнить с решением Навье.

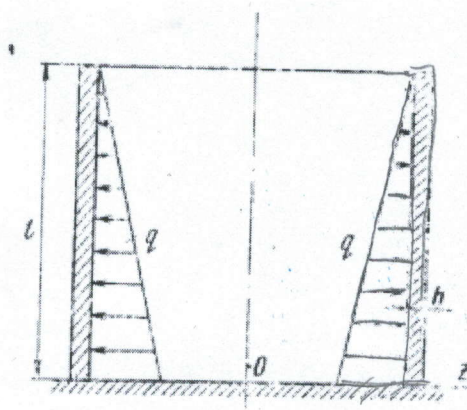
**Лабораторное занятие 9.**

Методом Бубнова-Галеркина определить функцию прогиба прямоугольной пластинки, защемленной по контуру и находящейся под действием равномерно распределенной нагрузки. Приближенное выражение функции прогибов искать в виде:

$$w_n(x, y) = \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{l=1}^{\infty} a_{kl} \left(1 - \cos\left(\frac{2k\pi x}{a}\right)\right) \left(1 - \cos\left(\frac{2l\pi y}{b}\right)\right).$$

**Лабораторное занятие 10.**

Рассчитать напряжения в цилиндрическом резервуаре, используя моментную теорию оболочек, наполненном до краев жидкостью. Резервуар имеет следующие размеры: радиус оболочки 2 м, длина оболочки вдоль образующей 3 м, толщина оболочки 0.15 м. Удельный вес воды, 10 кН/м<sup>3</sup>, коэффициент Пуассона материала оболочки – железобетона 1/6. Верхний край оболочки свободен от закрепления, нижний защемлен.



### Описание инновационных подходов и методов к преподаванию учебной дисциплины

При организации образовательного процесса используется *метод учебной дискуссии*, который предполагает участие студентов в целенаправленном обмене мнениями, идеями для предъявления и/или согласования существующих позиций по определенной решаемой задаче (проблеме), а также *методы и приемы развития критического мышления*, которые представляют собой систему, формирующую навыки работы с информацией в процессе чтения и письма; понимании информации как отправного, а не конечного пункта критического мышления.

### Методические рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся

Для организации самостоятельной работы студентов по учебной дисциплине следует использовать современные информационные ресурсы: разместить на образовательном портале комплекс учебных и учебно-методических материалов (учебно-программные материалы, учебное издание для теоретического изучения дисциплины, методические указания к лабораторным занятиям, материалы текущего контроля и текущей аттестации, позволяющие определить соответствие учебной деятельности обучающихся требованиям образовательного стандарта высшего образования и учебно-программной документации, в т.ч. вопросы для подготовки к экзамену, задания, тесты, вопросы для самоконтроля и др., список рекомендуемой литературы, информационных ресурсов и др.).

### Примерный перечень вопросов к экзамену

1. Перемещения и деформации в пластинке.
2. Напряжения в пластинке.
3. Усилия в пластинке. Выражение напряжений через усилия.
4. Дифференциальное уравнение изогнутой срединной поверхности пластинки (Уравнение Софи Жермен).
5. Граничные условия на контуре пластинки.
6. Прямоугольная пластинка. Решение Навье.

7. Прямоугольная пластинка. Решение Леви.
8. Основные уравнения изгиба круглой пластинки. Простейшие осесимметричные задачи изгиба круглой пластинки.
9. Поперечные колебания пластинок.
10. Продольные колебания стержней.
11. Устойчивость стержней под действием продольной силы.
12. Поперечные колебания балки. ГУ для балки: свободно опирающаяся балка, балка с защемленным концом, балка со свободным концом.
13. Вариационные методы решения задач по теории изгиба пластинок. Метод Ритца-Тимошенко. Метод Бубнова-Галеркина.
14. Понятие о расчете оболочек по моментной и безмоментной теории.
15. Расчет оболочки произвольной формы по безмоментной теории.
16. Уравнения равновесия круговой цилиндрической оболочки. Перемещения и деформации. Физические уравнения круговой цилиндрической оболочки.
17. Осесимметричное нагружение замкнутой круговой цилиндрической оболочки.
18. Расчет стенки цилиндрического резервуара.
19. Элементы теории пологих оболочек Власова.
20. Обобщенные кинематические гипотезы Тимошенко в теории слоистых оболочек.
21. Уравнения технической теории слоистых оболочек Григолюка-Куликова
22. Свободные колебания круговой цилиндрической оболочки при шарнирном опирании краев.

## ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УВО

| Название дисциплины, с которой требуется согласование | Название кафедры     | Предложения об изменениях в содержании учебной программы по изучаемой учебной дисциплине | Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола) |
|-------------------------------------------------------|----------------------|------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Численные методы механики сплошной среды              | Био- и нано механики | Нет                                                                                      | Внесение изменений не требуется<br>(протокол № 10 от 25.05.2023 )                                 |

ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ  
ПО ИЗУЧАЕМОЙ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ

на \_\_\_\_ / \_\_\_\_ учебный год

| №п | Дополнения и изменения | Основание |
|----|------------------------|-----------|
|    |                        |           |

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры  
(протокол № \_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ 20\_ г.)

Заведующий кафедрой

Д.ф.-м.н., профессор  
(степень, звание)

\_\_\_\_\_  
(подпись)

Г.И. Михасев  
(И.О.Фамилия)

УТВЕРЖДАЮ

Декан факультета

Д.ф.-м.н., доцент  
(степень, звание)

\_\_\_\_\_  
(подпись)

С.М. Босяков  
(И.О.Фамилия)