

Белорусский государственный университет

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе и
образовательным инновациям

О.Г. Прохоренко

30 июня

2023 г.

Регистрационный № УД-775/ б.



МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

**Учебная программа учреждения высшего образования
по учебной дисциплине для специальности
6-05-0533-11 Прикладная информатика.**

2023 г.

Учебная программа составлена на основе ОСВО 6-05-0533-11-2023, примерного учебного плана, регистрационные номера 6-05-05-029/пр от 30.01.2023; учебных планов БГУ: № 6-5.3-59/03, № 6-5.3-59/04, № 6-5.3-59/05, № 6-5.3-59/01ин, № 6-5.3-59/02ин, № 6-5.3-59/03ин от 15.05.2023.

Составители:

М.М. Васьковский, заведующий кафедрой высшей математики Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук, профессор;

С.А. Мазаник, профессор кафедры высшей математики Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук, профессор;

О.А. Кастрица, доцент кафедры высшей математики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент.

Рецензенты:

Бровка Н.В., зав. кафедрой теории функций ММФ БГУ, доктор педагогических наук, профессор.

Францкевич А.А., зав. кафедрой информатики и методики преподавания информатики БГПУ им. М.Танка, канд. педагогических наук.

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой высшей математики Белорусского государственного университета (протокол № 10 от 19 мая 2023 г.);

Научно-методическим Советом Белорусского государственного университета (протокол № 9 от 29.06.2023 г.).

Заведующий кафедрой высшей математики
доктор физико-математических наук,
профессор



М.М. Васьковский

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Дисциплина «Математический анализ» знакомит студентов со способами исследования функциональных зависимостей между переменными величинами. Изучаемые методы базируются на использовании предельного перехода, дифференциального и интегрального исчисления.

Основой для изучения математического анализа является курс математики, изучаемый в средней школе.

Цель преподавания учебной дисциплины «Математический анализ»:

изучение математического анализа преследует две основные цели: во-первых, дать студентам базу, необходимую для усвоения материала перечисленных выше учебных дисциплин, и, во-вторых, сформировать составную часть банка знаний, получаемых будущими специалистами в процессе учебы и необходимых им в дальнейшем для успешной работы.

Основные задачи, решаемые при изучении учебной дисциплины «Математический анализ»:

– научить строить и исследовать средствами дифференциального исчисления математические модели прикладных задач, возникающих в различных областях науки, техники, экономики.

– При изложении курса важно показать возможности использования аппарата анализа при решении прикладных задач, а также обратить внимание на алгоритмические аспекты получаемых результатов.

Место учебной дисциплины в системе подготовки специалиста с высшим образованием.

Учебная дисциплина «Математический анализ» входит в модуль «Высшая математика» государственного компонента специальности 6-05-0533-11 Прикладная информатика.

Связи с учебными дисциплинами. «Математический анализ» непосредственно связан с параллельно изучаемой дисциплиной «Алгебра и теория чисел» и «Аналитическая геометрия» и является базовым курсом для изучения предметов аналитического цикла, предусмотренных учебным планом специальности. Методы, излагаемые в курсе математического анализа, используются при изучении дисциплин «Дифференциальные уравнения», «Теория вероятностей и математическая статистика», «Методы вычислений» а также при изучении ряда дисциплин специализации.

Требования к компетенциям

Освоение учебной дисциплины «Математический анализ» должно обеспечить формирование следующих компетенций:

БПК-1. Применять аппарат дифференциального и интегрального исчисления, методы аналитической геометрии и линейной алгебры для построения математических моделей и решения прикладных задач

В результате освоения учебной дисциплины студент должен

знать:

- основные понятия математического анализа;
- методы исследования функций одной и нескольких переменных с использованием аппарата дифференциального исчисления;
- принципы построения и использования интегралов при решении задач математики и прикладных задач;
- принципы построения и исследования несобственных интегралов и интегралов, зависящих от параметров;
- методы исследования сходимости числовых и функциональных рядов и исследования свойств сумм рядов;
- основные понятия теории функций комплексной переменной;

уметь:

- дифференцировать функции одной и нескольких переменных;
 - исследовать свойства функций методами дифференциального исчисления;
 - находить первообразные, вычислять интегралы, в том числе – кратные;
 - исследовать сходимость несобственных интегралов;
 - исследовать сходимость рядов;
 - строить разложения функций в степенные ряды;
 - дифференцировать и интегрировать функции комплексной переменной
- владеть:**
- аппаратом математического анализа;
 - навыками исследования моделей, описываемых средствами дифференциального и интегрального исчисления.

Структура учебной дисциплины

Дисциплина преподается в 1-ом и 2-ом семестрах. Всего на изучение учебной дисциплины «Математический анализ» предусмотрено 348 часов; из них 202 аудиторных часа.

- 1 семестр: всего 240 часов, из них 134 аудиторных, в том числе: лекции – 68 часов, практические занятия – 60 часов, управляемая самостоятельная работа – 6 часов.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 6 зачетных единиц.

Форма промежуточной аттестации – зачет, экзамен.

- 2 семестр: всего 108 часов, из них 68 аудиторных, в том числе: лекции – 34 часа, практические занятия – 30 часов, управляемая самостоятельная работа – 4 часа.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 3 зачетные единицы.

Форма промежуточной аттестации – зачет, экзамен.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Раздел I. Функции одной действительной переменной

1.1 Введение. Числа и числовые множества

Предмет математического анализа. Историческое развитие математического анализа, его место среди других математических наук и в естествознании.

1.2 Числовые последовательности

Действительные числа. Числовые множества. Отображения. Счетные и несчетные множества. Границы числовых множеств.

Числовые последовательности. Сходящиеся последовательности, их свойства. Сходимость монотонных последовательностей. Принцип выбора Больцано-Вейерштрасса. Число “ e ”. Фундаментальные последовательности. Критерий Коши сходимости числовой последовательности.

1.3 Предел функции. Непрерывность

Функция одной переменной. Предел функции в точке. Критерий Гейне. Критерий Коши существования конечного предела функции. Односторонние пределы. Бесконечные пределы и пределы на бесконечности. Замечательные пределы.

Непрерывность функции в точке. Односторонняя непрерывность. Классификация точек разрыва. Непрерывность монотонной функции. Непрерывность обратной функции и композиции функций. Непрерывность элементарных функций. Сравнение функций. O -символика. Локальные свойства непрерывных функций. Функции, непрерывные на множестве. Достижение непрерывной на отрезке функцией своих экстремальных значений (теорема Вейерштрасса). Равномерная непрерывность функций. Теорема Кантора.

1.4 Дифференцируемые функции

Дифференцируемость функции в точке. Производная. Геометрический и механический смысл производной. Правила дифференцирования. Производная обратной функции. Производная композиции функций. Производные основных элементарных функций. Дифференциал функции. Инвариантность формы первого дифференциала.

Использование дифференциала в приближенных вычислениях.

Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница. Дифференцирование функций, заданных неявно и параметрически.

Формула Тейлора. Разложение основных элементарных функций по формуле Тейлора. Ряд Тейлора. Формулы Эйлера.

1.5 Исследование функций

Стационарные точки функции. Теоремы Ферма, Ролля. Формула конечных приращений (теорема Лагранжа). Правила Лопиталья раскрытия

неопределенностей. Монотонные дифференцируемые функции. Экстремумы. Необходимое условие экстремума. Исследование критических точек. Глобальный экстремум. Выпуклость функций. Асимптоты. Построение эскиза графика функций.

Раздел II. Интегрирование

2.1 Неопределенный интеграл

Первообразная. Неопределенный интеграл. Первообразные основных элементарных функций. Замена переменных в неопределенном интеграле. Интегрирование по частям. Неберущиеся интегралы. Существование элементарных первообразных у рациональных функций. Методы рационализации.

2.2 Определенный интеграл

Определенный интеграл Римана. Основные свойства интеграла. Классы интегрируемых функций. Интеграл с переменным верхним пределом. Теорема Барроу. Формула Ньютона-Лейбница. Основные приемы вычисления определенного интеграла. Приложения интеграла. Длина дуги, площадь фигуры, объем тела, использование интегралов для их вычисления. Приложения интегралов в механике, физике, экономике и др.

Раздел III. Функции нескольких действительных переменных

3.1 Функции нескольких переменных

Пространство \mathbf{R}^n . Сходящиеся последовательности в \mathbf{R}^n . Принцип выбора. Критерий Коши сходимости последовательности в \mathbf{R}^n .

Функции нескольких переменных. Предел. Повторные пределы. Непрерывность. Локальные свойства непрерывных функций. Непрерывность функции на множестве.

Дифференцируемость в точке функции нескольких переменных. Частные производные. Условия дифференцируемости. Дифференциал. Дифференцирование композиции функций нескольких переменных. Инвариантность формы первого дифференциала.

Производные и дифференциалы высших порядков. Условия равенства смешанных производных. Оператор дифференцирования. Формула Тейлора.

Экстремум функции нескольких переменных. Необходимые условия. Исследование стационарных точек. Условный экстремум. Функция Лагранжа. Глобальный экстремум.

3.2 Кратные интегралы

Интеграл Римана функции нескольких переменных. Основные свойства интеграла. Классы интегрируемых функций. Замена переменных в кратных интегралах. Использование полярных, цилиндрических и сферических координат при вычислении интегралов.

Использование кратных интегралов при решении геометрических, физических и других прикладных задач.

Раздел IV. Ряды и несобственные интегралы

4.1 Числовые ряды

Числовой ряд. Критерий Коши сходимости ряда. Положительные ряды. Сравнение положительных рядов. Признаки сходимости (Коши, Даламбера, интегральный и др.). Знакопеременные ряды. Признак Лейбница. Абсолютная сходимость.

4.2 Функциональные последовательности и ряды

Сходимость функциональных последовательностей. Равномерная сходимость. Критерии равномерной сходимости.

Функциональные ряды. Равномерная сходимость. Признак Вейерштрасса. Свойства функций, определяемых как суммы функциональных рядов.

4.3 Ряды Фурье

Скалярное произведение функций. Тригонометрическая система функций, ее свойства. Ряд Фурье. Сумма ряда. Ряд Фурье четной, нечетной функции. Пример построения ряда Фурье. Ряд Фурье для функции, заданной на $[-l, l]$.

4.4 Степенные ряды

Степенные ряды. Теорема Абеля. Множество сходимости степенного ряда. Радиус сходимости. Свойства суммы степенного ряда. Представление функций степенными рядами. Ряд Тейлора. Основные степенные разложения и их приложения к приближенным вычислениям.

4.5 Несобственные интегралы

Несобственные интегралы первого и второго рода. Критерий Коши сходимости несобственных интегралов первого и второго рода. Несобственные интегралы от положительных функций. Признаки сравнения. Степенной признак сходимости несобственных интегралов. Абсолютная сходимость. Главное значение несобственного интеграла.

Интегралы, зависящие от параметра. Эйлеровы интегралы первого и второго рода. Их основные свойства.

Раздел V. Функции комплексной переменной

5.1 Функции комплексной переменной

Функции комплексного аргумента. Дифференцируемость функции комплексного аргумента. Условия Коши-Римана. Интеграл от функции комплексного аргумента. Ряды с комплексными элементами. Ряд Лорана.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Дневная форма получения образования

Номер раздела, темы	Наименование раздела, темы	Количество аудиторных часов			Форма контроля знаний
		Лекции	Практические занятия	Количество часов УСР	
1	2	3	4	5	6
I семестр					
Раздел I. Функции одной действительной переменной					
1.1	Введение. Числа и числовые множества.	4	2		Отчеты по практическим заданиям
1.2	Числовые последовательности.	4	4		Отчеты по практическим заданиям. Контрольная работа
1.3	Предел функции. Непрерывность.	8	8		Отчеты по практическим заданиям. Коллоквиум
1.4	Дифференцируемые функции.	10	8		Отчеты по практическим заданиям
1.5	Исследование функций.	8	6	2	Отчеты по практическим заданиям. Контрольная работа
Раздел II. Интегрирование					
2.1	Неопределенный интеграл.	6	8		Отчеты по практическим заданиям. Собеседование.

2.2	Определенный интеграл.	8	6	2	Отчеты по практическим заданиям. Контрольная работа. Собеседование.
Раздел III. Функции нескольких действительных переменных					
3.1	Функции нескольких переменных.	12	12		Отчеты
3.2	Кратные интегралы.	8	6	2	Отчеты по практическим заданиям. Контрольная работа. Коллоквиум
Псеместр					
Раздел IV. Ряды и несобственные интегралы					
4.1	Числовые ряды.	6	6		Отчеты по практическим заданиям. Контрольная работа
4.2	Функциональные последовательности и ряды.	4	4	2	Отчеты по практическим заданиям. Коллоквиум
4.3	Ряды Фурье	4	4		Отчеты по практическим заданиям. Собеседование. Учебная дискуссия
4.4	Степенные ряды.	6	4		Отчеты по практическим заданиям. Собеседование. Учебная дискуссия
4.5	Несобственные интегралы.	8	6	2	Отчеты по практическим заданиям. Контрольная работа
Раздел V. Функции комплексной переменной					
5.1	Функции комплексной переменной	6	6		Отчеты по практическим заданиям. Собеседование.

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Рекомендуемая литература

Основная литература

1. Кастрица, О. А. Математический анализ. Краткий курс : учеб. пособие для студ. учреждений высш. образования по спец. "Прикладная информатика" / О. А. Кастрица, С. А. Мазаник ; БГУ. - Минск : БГУ, 2017. - 299 с. - URL: <http://elib.bsu.by/handle/123456789/192957>.

2. Леваков, А. А. Математический анализ : учебное пособие для студентов учреждений высшего образования по математическим специальностям / А. А. Леваков ; БГУ. - Минск : БГУ, 2014. - 383 с. - URL: <http://elib.bsu.by/handle/123456789/113453>.

3. Альсевич, Л. А. Математический анализ. Последовательности. Функции. Интегралы: практикум: учебное пособие для студентов учреждений высшего образования по математическим, физическим и экономическим специальностям / Л. А. Альсевич, С. Г. Красовский. - Минск: Вышэйшая школа, 2021. - 471 с.

4. Альсевич, Л. А. Математический анализ. Последовательности и функции. Практикум : учеб. пособие для студ. учреждений высш. образования по математическим спец. / Л. А. Альсевич, С. Г. Красовский, А. Ф. Наумович. - Минск : Вышэйшая школа, 2019. - 327 с.

5. Бровка, Н. В. Практикум по математическому анализу: учебное пособие для студ. учреждений высшего образования по математическим специальностям: в 3 ч. / Н. В. Бровка, А. В. Ляцкая, А. П. Карпова; БГУ. - Минск: БГУ, 2023. - Ч. 1. - 2023. - 455 с. - URL: <https://elib.bsu.by/handle/123456789/303294>.

6. Математический анализ. Ряды и несобственные интегралы : учеб. пособие для студ. учреждений высш. образования по физ., мат. и экон. спец. / [авт.: О. А. Кастрица]. - Минск : Вышэйшая школа, 2015. - 389 с.

7. Демидович, Б. П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу: учебное пособие [для студентов физических и механико-математических специальностей вузов] / Б. П. Демидович. - Изд. 24-е, стер. - Санкт-Петербург; Москва; Краснодар: Лань, 2022. - 623 с. - URL: <https://reader.lanbook.com/book/332675>.

8. Теория функций комплексного переменного : учеб. пособие для студ. учреждений высш. образования по математическим спец. / [авт.: В. Г. Кротов и др.]. - Минск : Вышэйшая школа, 2019. - 431 с.

Дополнительная литература

1. Богданов, Ю. С. Математический анализ : Учеб.пособие для студ.физ.-мат.спец. вузов / Ю.С. Богданов, О.А. Кастрица, Ю.Б. Сыроид. - Москва : ЮНИТИ-ДАНА, 2003. - 351 с.
2. Богданов, Ю. С. Лекции по математическому анализу : учеб. пособие для студ. физ. -мат. спец. вузов. Ч. 1 / Ю. С. Богданов. - Минск : Изд-во БГУ им. В. И. Ленина, 1974. - 176с.
3. Богданов, Ю. С. Лекции по математическому анализу : учеб. пособие для студ. физ.-мат. спец. вузов. Ч. 2 / Ю. С. Богданов. - Минск : Изд-во БГУ им. В. И. Ленина, 1978. - 182 с.
4. Ильин, В. А. Математический анализ : учебник : в 2 ч. Ч. 1 / В. А. Ильин, В. А. Садовничий, Бл. Х. Сендов ; под ред. А. Н. Тихонова ; МГУ им. М. В. Ломоносова . - 3-е изд., перераб. и доп. - Москва : Проспект, 2004. - 660 с.
5. Ильин, В. А. Математический анализ : учебник : в 2 ч. Ч. 2 / В. А. Ильин, В. А. Садовничий, Бл. Х. Сендов ; под ред. А. Н. Тихонова ; МГУ им. М. В. Ломоносова. - 2-е изд., перераб. и доп. - Москва : Проспект, 2004. - 357 с.
6. Фихтенгольц, Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления: учебник [для вузов]: в 3 т. / Г. М. Фихтенгольц. - Изд. 17-е, стер. - Санкт-Петербург; Москва; Краснодар: Лань, 2023 -Т. 1. - 2023. - 607 с. - URL: <https://e.lanbook.com/book/284078>.
7. Фихтенгольц, Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления: учебник: в 3 т. / Г. М. Фихтенгольц. - Изд. 16-е, стер. - Санкт-Петербург; Москва; Краснодар: Лань, 2022. -Т. 2. - 2022. - 800 с. - URL: <https://e.lanbook.com/book/199928>.
8. Фихтенгольц, Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления: учебник [для вузов] / Г. М. Фихтенгольц. - Изд. 13-е, стер. - Санкт-Петербург; Москва; Краснодар: Лань, 2022. - Т. 3. - 2022. - 656 с. - URL: <https://e.lanbook.com/book/221270>.
9. Богданов, Ю. С. Начала анализа в задачах и упражнениях : учеб. пособие для студ. мат. спец. ун-тов / Ю. С. Богданов, О. А. Кастрица. - Минск : Вышэйшая школа, 1988. - 172 с.
10. Альсевич, Л. А. Определенный интеграл : учеб. материалы для студ. факультета прикладной математики и информатики / Л. А. Альсевич, С. Г. Красовский, А. Ф. Наумович ; БГУ, Факультет прикладной математики и информатики, Каф. высшей математики. - Минск : БГУ, 2018. - 63 с. - URL: <http://elib.bsu.by/handle/123456789/208972>.
11. Электронный учебно-методический комплекс «Высшая математика». Государственный регистр информационных ресурсов. Регистрационное свидетельство №1271101243 от 29 апреля 2011 г. – Режим доступа: <http://elib.bsu.by/handle/123456789/8436> – Дата доступа: 03.05.2018.

12. Сидоров Ю.В., Федорюк М.В., Шабунин М.И. Лекции по теории функций комплексного переменного. – М.: Наука, 1976 г.

13. Краснов М.Л., Киселев А.И., Макаренко Г.И. Функции комплексного переменного. Операционное исчисление. Теория устойчивости. – М.: Наука, 1976 г.

Перечень используемых средств диагностики и методика формирования итоговой оценки

Текущая аттестация проводится в соответствии с Постановлением Министерства образования Республики Беларусь № 53 от 29 мая 2012 г. «Об утверждении Правил проведения аттестации студентов, курсантов, слушателей при освоении содержания образовательных программ высшего образования»; Положением о рейтинговой системе оценки знаний обучающихся по учебной дисциплине в Белорусском государственном университете (приказ ректора БГУ № 189-ОД от 31.03.2020); критериями оценки результатов учебной деятельности обучающихся в учреждениях высшего образования по десятибалльной шкале (Письмо Министерства образования Республики Беларусь от 28.05.2013 г. № 09-10/53-ПО).

Для аттестации обучающихся на соответствие их персональных достижений поэтапным и конечным требованиям образовательной программы используются оценочные средства, включающие следующие формы:

Устные формы:

– собеседование.

Письменные формы:

– коллоквиум;

– контрольная работа;

– отчеты по практическим заданиям.

Устно-письменные формы:

– зачет;

– экзамен по учебной дисциплине.

На лекционных занятиях по учебной дисциплине «Математический анализ» предусматривается изложение теории с включением проблемного подхода к изучению отдельных тем. Обращается внимание на алгоритмические аспекты получаемых результатов.

Методика формирования итоговой оценки

Формой промежуточной аттестации по дисциплине «Математический анализ» учебным планом предусмотрен зачет и экзамен в каждом семестре.

При формировании итоговой оценки используется рейтинговая оценка знаний студента, дающая возможность проследить и оценить динамику процесса достижения целей обучения. Рейтинговая оценка предусматривает

использование весовых коэффициентов для текущего контроля знаний и текущей аттестации студентов по дисциплине.

Примерные весовые коэффициенты, определяющие вклад текущего контроля знаний и текущей аттестации в рейтинговую оценку:

формирование оценки за текущую успеваемость:

- отчеты по практическим заданиям – 40 %;
- оценки за выполнение всех контрольных работ – 60 %.

Рейтинговая оценка по дисциплине рассчитывается на основе оценки текущей успеваемости и экзаменационной оценки с учетом их весовых коэффициентов. Вес оценки текущей успеваемости составляет 40 %, вес экзаменационной оценки составляет 60 %.

Примерный перечень заданий для управляемой самостоятельной работы студентов

Тема 1.5. Исследование функций (2 часа). Провести полное исследование функции и построить график функции. (Форма контроля – письменный отчет.)

Тема 2.2. Определенный интеграл (2 часа). Использование интегралов при решении конкретных геометрических задач и задач механики и физики. (Форма контроля – письменный отчет.)

Тема 3.2. Кратные интегралы (2 часа). Использование двойных и тройных интегралов при решении геометрических, физических и др. задач. (Форма контроля – письменный отчет.)

Тема 4.2. Функциональные последовательности и ряды (2 часа).

Тема 4.4. Несобственные интегралы (2 часа). Изучение функций, задаваемых как несобственные интегралы, зависящие от параметра. (Форма контроля – письменный отчет.)

Описание инновационных подходов и методов преподавания учебной дисциплины

При организации образовательного процесса рекомендуется использовать перечисленные ниже методы.

Метод учебной дискуссии, который предполагает участие студентов в целенаправленном обмене мнениями, идеями для предъявления и/или согласования существующих позиций по определенной проблеме.

Использование метода обеспечивает появление нового уровня понимания изучаемой темы, применение знаний (теорий, концепций) при решении проблем, определение способов их решения.

Метод группового обучения, который представляет собой форму организации учебно-познавательной деятельности обучающихся, предполагающую функционирование разных типов малых групп, работающих как над общими, так и специфическими учебными заданиями.

Методические рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа с целью изучения материала учебной дисциплины предполагает работу с конспектом лекций и рекомендованной учебной литературой. Теоретические сведения закрепляются выполнением серии упражнений по соответствующей теме, при выполнении которых следует руководствоваться методическими разработками, размещенными в электронной библиотеке университета.

Примерный перечень вопросов для подготовки к зачетам и экзаменам по математическому анализу.

1. Натуральные, рациональные, действительные числа. Существование иррациональных чисел. Счетные и несчетные множества.
2. Биномиальная формула Ньютона. Вычисление биномиальных коэффициентов. Треугольник Паскаля.
3. Числовые промежутки. Границы и грани числовых множеств. Теорема о гранях.
4. Числовые последовательности. Подпоследовательность. Остаток. Ограниченные последовательности. Монотонные последовательности.
5. Бесконечно малые последовательности. М-лемма. Свойства бмп.
6. Сходящиеся последовательности. М-лемма. Свойства сходящихся последовательностей.
7. Фундаментальные последовательности. Критерий Коши. Пример фундаментальной последовательности.
8. Монотонные последовательности. Критерий сходимости монотонной последовательности. Число e .
9. Функция. Способы задания функции. Обратная функция. Композиция функций.
10. Основные элементарные функции, их графики.
11. Окрестность точки. Предел функции в точке. М-лемма.
12. Критерий Гейне. Свойства пределов функций.
13. Пределы на ∞ . Бесконечные пределы. Односторонние пределы.
14. Замечательные тригонометрический и показательно-степенной пределы. Примеры.
15. Непрерывность функции в точке. М-лемма. Непрерывность арифметических комбинаций. Непрерывность элементарных функций.
16. Непрерывность сложной функции.
17. Точки разрыва. Типы точек разрыва.
18. Теорема о локальном сохранении знака. Теорема о локальной ограниченности.
19. Непрерывность на промежутке. Теорема о промежуточном значении.
20. Экстремальные значения функции. Теорема Вейерштрасса. Следствия.

- 21.Равномерная непрерывность. Теорема Кантора. Пример функции, не являющейся равномерно непрерывной.
- 22.Замечательные логарифмический, показательный, степенной пределы. Их обобщения. Примеры.
- 23.Сравнение функций. Критерий эквивалентности. Использование эквивалентности. Основные эквивалентности.
- 24.Дифференцируемость функции в точке. Связь с непрерывностью. Дифференциал. Производная. Геометрический и экономический смысл производной.
- 25.Правила дифференцирования.
- 26.Производная композиции функций.
- 27.Производная обратной функции. Дифференциал. Инвариантность формы дифференциала.
- 28.Производные основных элементарных функций.
- 29.Гиперболические функции, их свойства. Производные гиперболических функций.
- 30.Односторонние производные. Бесконечные производные. Примеры.
- 31.Производные и дифференциалы высших порядков. Производные порядка n основных элементарных функций. Формула Лейбница.
- 32.Стационарные точки функции. Теорема Ферма. Теорема Роля.
- 33.Теорема Лагранжа. Формула конечных приращений.
- 34.Правила Лопиталю. Примеры раскрытия неопределенностей.
- 35.Монотонность функции. Критерий постоянства. Критерии монотонности и строгой монотонности.
- 36.Локальные экстремумы. Необходимое условие локального экстремума. Первое правило исследования стационарных точек.
- 37.Второе и третье правила исследования стационарных точек.
- 38.Острый экстремум. Глобальный экстремум. Примеры.
- 39.Асимптоты.
- 40.Выпуклость. Критерии выпуклости.
- 41.Перегибы. Необходимое условие перегиба. Исследование точек, подозрительных на перегиб.
- 42.План комплексного исследования функции.
- 43.Многочлен Тейлора. Формула Тейлора.
- 44.Основные разложения по формуле Тейлора.
- 45.Остаточный член формулы Тейлора в форме Пеано, в форме Лагранжа. Использование формулы Тейлора для приближенных вычислений.
- 46.Первообразная. Неопределенный интеграл.
- 47.Таблица первообразных.
- 48.Замена переменных в неопределенном интеграле.
- 49.Интегрирование по частям неопределенного интеграла.
- 50.Рациональные функции. Разложение на сумму простейших.
- 51.Метод неопределенных коэффициентов.
- 52.Интегрирование рациональных функций.

53. Вычисление $\int R(x, \sqrt[m]{\frac{ax+b}{cx+d}}) dx$.
54. Вычисление $\int R(x, \sqrt{ax^2 + bx + c}) dx$.
55. Интегрирование биномиальных дифференциалов.
56. Вычисление $\int R(\cos x, \sin x) dx$.
57. Интегральная сумма. Определенный интеграл.
58. Геометрический смысл интеграла. Необходимое условие интегрируемости.
59. Свойства определенного интеграла.
60. Интеграл с переменным пределом. Теорема Барроу.
61. Формула Ньютона – Лейбница.
62. Замена переменных в определенном интеграле. Интегрирование по частям.
63. Арифметическое пространство \mathbf{R}^n . Расстояние и норма в \mathbf{R}^n .
64. Последовательности в \mathbf{R}^n . Сходимость. Основной критерий сходимости.
65. Функции нескольких переменных. Предел функции. Критерий Гейне.
66. Непрерывность. Непрерывность композиции функций.
67. Основные теоремы о непрерывных функциях.
68. Дифференцируемость функции. Дифференциал. Частные производные.
69. Необходимые условия дифференцируемости. Достаточные условия дифференцируемости. Дифференцирование сложной функции.
70. Частные производные старших порядков. Теорема Шварца.
71. Дифференциалы. Оператор \mathbf{d} .
72. Использование дифференциалов для приближенных вычислений. Формула Тейлора.
73. Локальный экстремум. Необходимое условие. Исследование стационарных точек.
74. Неявные функции. Теорема о неявной функции.
75. Условный экстремум. Сведение к безусловному.
76. Функция Лагранжа в задаче об условном экстремуме.
77. Двойной интеграл. Свойства 2И.
78. Вычисление 2И. Алгоритм расстановки пределов в повторных интегралах.
79. Замена переменных в 2И. Переход к полярным координатам. Расстановка пределов в полярных координатах.
80. Тройной интеграл. Необходимое условие интегрируемости. Классы интегрируемых функций. Критерий Коши.
81. Свойства тройного интеграла.
82. Переход от 3И к повторным. Алгоритм расстановки пределов в повторном интеграле. Примеры.
83. Замена переменных в 3И.
84. Переход к сферическим координатам. Примеры.

85. Переход к цилиндрическим координатам. Примеры.
86. Несобственный интеграл 1-го рода (НИ-1). Критерий Коши. Свойства НИ-1. Несобственная двойная подстановка. Примеры.
87. Замена переменных в НИ-1. Интегрирование по частям. Примеры.
88. НИ-1 от положительных функций. Основной критерий сходимости. Признаки сравнения. Примеры.
89. НИ-1 от положительных функций. Основной критерий сходимости. Признаки сравнения. Примеры.
90. Сходимость $\int_a^{+\infty} \frac{dx}{x^p}$. Степенной признак сходимости НИ-1. Примеры.
91. Признаки Дирихле и Абеля сходимости НИ-1. Примеры.
92. Несобственный интеграл 2-го рода. Критерий Коши. Свойства НИ-2. Несобственная двойная подстановка. Примеры.
93. Сходимость $\int_a^b \frac{dx}{(b-x)^p}$. Степенной признак сходимости НИ-2. Примеры.
94. Несобственные интегралы смешанного типа. Примеры.
95. Главное значение несобственных интегралов. Примеры.
96. Интегралы, зависящие от параметра. Примеры. Несобственные интегралы, зависящие от параметра. Примеры.
97. Функция Эйлера $B(a, b)$. Область определения. Связь с биномиальными дифференциалами. Свойство симметрии.
98. Формулы понижения и дополнения для функции $B(a, b)$. Примеры.
99. Функция Эйлера $\Gamma(a)$. Область определения. Непрерывность и дифференцируемость. Связь с $n!$. Примеры.
100. График функции $\Gamma(a)$. Связь между функциями B и Γ . Формула дополнения для функции $\Gamma(a)$. Примеры.
101. Числовой ряд. Сходимость, сумма. Остаток ряда, сходимость ряда и сходимость его остатков. Примеры.
102. Критерий Коши сходимости числового ряда. Пример. Необходимое условие сходимости
103. Геометрический и гармонический ряды, их сходимость. Примеры.
104. Положительные ряды. Критерий сходимости положительного ряда. Признаки сравнения. Примеры.
105. Интегральный признак сходимости числового ряда. Степенной признак. Примеры.
106. Признаки Коши и Даламбера для числовых рядов. Примеры.
107. Знакопеременные ряды. Абсолютная сходимость. Примеры.
108. Знакопеременяющиеся ряды. Признак Лейбница. Примеры.
109. Линейная комбинация рядов. Группировка членов ряда. Перестановка в положительных рядах.

110. Абсолютная сходимость ряда. Критерий абсолютной сходимости. Допустимость перестановки в рядах.
111. Функциональные последовательности. Сходимость. Равномерная сходимость. Супремальный критерий. Примеры.
112. Функциональные ряды. Сходимость. Равномерная сходимость. Признак Вейерштрасса. Примеры.
113. Теоремы о свойствах суммы функционального ряда. Примеры.
114. Скалярное произведение функций. Тригонометрическая система функций, ее свойства.
115. Ряд Фурье. Сумма ряда. Ряд Фурье четной, нечетной функции.
116. Пример построения ряда Фурье.
117. Ряд Фурье для функции, заданной на $[-l, l]$.
118. Степенные ряды. Теорема Абеля. Радиус сходимости. Примеры.
119. Равномерная сходимость степенного ряда. Свойства суммы степенного ряда.
120. Разложение функции в степенной ряд. Необходимое условие. Единственность разложения. Ряд Тейлора. Критерий разложимости.
121. Основные разложения в ряд Тейлора. Примеры.
122. Экспонента комплексного аргумента. Формулы Эйлера.
123. Комплекснозначная функция действительного аргумента. Примеры.
124. Функции комплексного аргумента. Примеры. Предел, непрерывность.
125. Дифференцируемость функции комплексного аргумента. Условия Коши – Римана.
126. Интеграл от функции комплексного аргумента.
127. Ряды с комплексными элементами.
128. Ряд Лорана.

ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УВО

Название учебной дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу
Исследование операций	Кафедра информационных систем управления	Нет	Изменения не требуются (протокол № 10 от 19 мая 2023 г.)
Дискретная математика и математическая логика	Кафедра дискретной математики и алгоритмики	Нет	Изменения не требуются (протокол № 10 от 19 мая 2023 г.)
Методы вычислений	Кафедра вычислительной математики	Нет	Изменения не требуются (протокол № 10 от 19 мая 2023 г.)
Теория вероятностей и математическая статистика	Кафедра теории вероятностей и математической статистики	Нет	Изменения не требуются (протокол № 10 от 19 мая 2023 г.)

ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ
на ____/____ учебный год

№№ пп	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры высшей математики (протокол № 10 от 19 мая 2023 г.).

Заведующий кафедрой
доктор физ.-матем. наук,
профессор

М.М.Васьковский

УТВЕРЖДАЮ
Декан ФПМИ
кандидат физ.-матем. наук,
доцент

Ю.Л.Орлович