

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Цели и задачи учебной дисциплины

Целями изучения дисциплины «Теория вероятностей» для студентов специальности 6-05-0311-03 Мировая экономика являются:

- показать роль и место теории вероятностей в современном мире и в экономических исследованиях;
- обучить студентов основным понятиям и методам теории вероятностей, развить умение сформулировать проблему используя язык теории вероятностей, анализировать данные посредством количественных методов;
- использовать основные методы теории вероятностей для решения задач, используемых в профессиональной деятельности; объяснить природу математических абстракций и возможности их использования в экономической сфере;
- развить у студентов способности к логическому мышлению;
- воспитать у студентов мотивацию к глубокому изучению математики как языка общения экономистов, без которого невозможно овладеть специальными дисциплинами, необходимыми им в их будущей профессиональной деятельности.

Задачи учебной дисциплины:

- освоение основ теории вероятностей для решения задач, используемых в профессиональной деятельности;
- освоение междисциплинарных знаний, связанных с применением методов теории вероятностей в профессиональной деятельности;
- стимулирование у студентов познавательного интереса к вопросам применения методов теории вероятностей в экономической сфере.

Место учебной дисциплины в системе подготовки специалиста с высшим образованием.

Учебная дисциплина относится к «**Математическому модулю**» государственного компонента.

Связи с другими учебными дисциплинами

Дисциплина «Теория вероятностей» является базовой для изучения различных математических и экономических учебных дисциплин, таких как «Статистика», «Эконометрика». Кроме того, практические навыки, полученные при изучении дисциплины, будут полезны студентам при написании курсовых и дипломной работ, проведении исследовательских проектов, а также в самообразовании.

Требования к компетенциям

Для студентов специальности 6-05-0311-03 Мировая экономика освоение учебной дисциплины «Теория вероятностей» должно обеспечить формирование следующей **базовой профессиональной компетенции**:

БПК-1. Использовать методы теории вероятностей для анализа и моделирования экономических процессов.

В результате изучения дисциплины студент должен:

знать:

- понятие случайного события, классическое определение вероятности, аксиомы вероятностей;
- понятие случайной величины, функции распределения, плотности распределения;
- основные понятия и методы теории вероятностей, необходимые для изучения различных экономических учебных дисциплин.

уметь:

- находить классическую вероятность события;
- находить закон распределения дискретной случайной величины и функцию распределения, а также числовые характеристики;
- исследовать зависимость случайных величин, вычислять ковариацию и коэффициент корреляции;
- решать задачи, используя закон больших чисел;
- изучить основные законы распределения случайных величин и решать задачи с их помощью;
- изучить систему двух случайных величин и ее числовые характеристики;
- использовать методы теории вероятностей в сборе информации, ее обработке и при прогнозировании результатов изучаемых экономических процессов.

владеть:

- терминологией дисциплины «Теория вероятностей»;
- методикой применения методов теории вероятностей при решении математических и экономических задач.
- навыками делать экономические выводы на основе методов теории вероятностей.

Структура учебной дисциплины

Учебная дисциплина «Теория вероятностей» изучается в 3 семестре. Всего на изучение учебной дисциплины отведено:

– для очной формы получения высшего образования – 120 часов, в том числе 58 аудиторных часов, из них:

- лекции – 28 часов, практические занятия – 30 часов, управляемая самостоятельная работа – 6 часов (ДО).

Трудоемкость учебной дисциплины в 1 семестре составляет 3 зачетные единицы.

Форма текущей аттестации – экзамен.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

РАЗДЕЛ 1. ВВЕДЕНИЕ

Тема 1.1. Роль и место теории вероятностей в экономике

Введение в дисциплину «Теория вероятностей». Предмет теории вероятностей. Основные этапы становления современной теории вероятностей и ее применения в экономике. Роль ученых Беларуси в развитии теории вероятностей.

РАЗДЕЛ 2. СЛУЧАЙНЫЕ СОБЫТИЯ

Тема 2.1. Терминология теории вероятностей, случайные события

Понятие случайного события, виды событий. Классическое определение вероятности, геометрическая вероятность, аксиомы вероятностей. Сумма и произведение событий, теоремы сложения и умножения событий. Формула полной вероятности и формула Байеса.

РАЗДЕЛ 3. СЛУЧАЙНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ

Тема 3.1. Дискретные и непрерывные случайные величины

Понятие случайной величины. Дискретные и непрерывные случайные величины. Закон распределения и функция распределения случайной величины. Плотность распределения случайной величины. Числовые характеристики случайных величин. Использование методов теории вероятностей при решении задач с экономическим содержанием.

РАЗДЕЛ 4. ЗАКОН БОЛЬШИХ ЧИСЕЛ

Тема 4.1. Понятие о законе больших чисел

Неравенство Маркова, неравенство Чебышева, теорема Бернулли и теорема Пуассона, решение экономических задач с их помощью.

РАЗДЕЛ 5. ОСНОВНЫЕ ЗАКОНЫ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН

Тема 5.1. Понятие об основных законах распределения случайных величин

Биномиальное распределение и распределения Пуассона. Нормальное распределение и показательное распределение случайных величин. Закон равномерной плотности.

РАЗДЕЛ 6. СИСТЕМЫ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН

Тема 6.1. Понятие системы двух случайных величин

Система двух случайных величин, числовые характеристики системы, функция распределения и плотность распределения системы. Зависимость случайных величин, понятие ковариации и корреляции.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Дневная форма получения образования с применением электронных средств обучения (ДО)

Номер, темы, занятия	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов				Количество часов УСР	Формы контроля знаний
		Лекции	Практические занятия	Лабораторные занятия	Иное		
1	Введение	2					
1.1	Терминология теории вероятностей, применение методов теории вероятностей в экономике	2					Учебная исследовательская работа (подготовка реферата, презентации) с последующей защитой.
2	Случайные события	8	8			2	
2.1	Случайные события, классическое определение вероятности, геометрическая вероятность	4	4				Устный опрос.
2.2	Сумма и произведение событий, теоремы сложения и умножения вероятностей	2	2				Устный опрос.
2.3	Формула полной вероятности и формула Байеса	2	2				Устный опрос.
3	Случайные величины	4	6			2	
3.1	Дискретные случайные величины и их числовые характеристики	2	2				Устный опрос, контрольная работа по темам 2.1 – 2.3
3.2	Непрерывные случайные величины и их числовые характеристики	2	4				Устный опрос, контрольная работа по темам 3.1 – 3.2.
4	Закон больших чисел	2	2				

4.1	Неравенства Маркова и Чебышева , теоремы Бернулли и Пуассона	2	2				Устный опрос.
5	Основные законы распределения случайных величин	4	4				
5.1	Биномиальное распределение и распределение Пуассона	2	2				Устный опрос.
5.2	Нормальный закон, закон равномерной плотности, показательный закон	2	2				Устный опрос.
6	Система двух случайных величин	8	10			2	
6.1	Понятие системы двух случайных величин, функция распределения и плотность распределения системы, числовые характеристики системы	4	6				Устный опрос, контрольная работа по темам 4.1 и 6.1.
6.2	Зависимость случайных величин, ковариация, корреляция	4	4				Устный опрос.
ИТОГО:		28	30			6	

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Перечень основной литературы

1. Высшая математика для экономистов: Минюк, С.А. [и др.]; / Учебник с грифом МО РБ. В 3 т. Т. 3. / С.А.Минюк, И. В. Гайшун, Л. И. Шевченко, С. А. Самаль, М.Н. Гончарова. – Минск: Элайда, 2009. – 226 с.
2. Сборник задач по высшей математике для экономистов. В 4 ч. – Мн.: БНТУ, 2009.

Перечень дополнительной литературы

1. Высшая математика для экономистов: Минюк, С.А., Самаль, С.А., Шевченко, Л.И. / Учебник для вузов с грифом МО РБ. – Минск: ООО «Элайда», 2003. – 525 с.1. Матейко О.М. и др. Высшая математика. Практикум. Часть II / Учебное пособие в 2 ч. под ред. С.А. Самалю. – Минск : РИВШ, 2022 – 360 с.
2. Гуринович, С.Л. Математика. Задачи с экономическим содержанием: пособие / С.Л. Гуринович. – Мн.: Новое знание, 2008.
3. Высшая математика (общий курс): Яблонский, А.И. [и др.]; под общ. ред. С.А. Самалю. / Учебник для вузов с грифом МО РБ. – 2-е изд. – Интрилигатор, М. Математические методы оптимизации и экономическая теория / М. Интрилигатор. – М.: Айрис-пресс, 2002.
4. Минск: Выш. шк., 2000. – 380 с.
5. Просветов, Г.И. Математика в экономике. Задачи и решения / Г.И. Просветов. – М.: Экзамен, 2008.
6. Гусак, А.А. Аналитическая геометрия и линейная алгебра: справочное пособие к решению задач / А.А. Гусак. – Мн.: ТетраСистемс, 2006.
7. Гусак, А.А. Математический анализ и дифференциальные уравнения: справочное пособие к решению задач / А.А. Гусак. – Мн.: ТетраСистемс, 2006.
8. Красс, М.С. Математика для экономических специальностей / М.С. Красс. – М.: ИНФРА-М, 1998.
9. Кремер, Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика / Н.Ш. Кремер. – Мн.: ЮНИТИ. 2004.

Перечень рекомендуемых средств диагностики и методика формирования итоговой оценки

Перечень рекомендуемых средств диагностики:

1. Устный опрос.
2. Контрольные работы.
3. Учебная исследовательская работа (подготовка реферата, презентации) с последующей защитой.

Методика формирования итоговой оценки:

Итоговая оценка формируется на основе 3-х документов:

- Правила проведения аттестации (Постановление № 53 от 29.05.2012 г.).
- Положение о рейтинговой системе оценки знаний обучающихся по учебной дисциплине в БГУ (приказ ректора № 189-ОД от 31.03.2020).
- Критерии оценки студентов (10 баллов).

Оценка за ответы на лекциях, практических (опрос) занятиях включает в себя полноту ответа, наличие аргументов, примеров из практики и т.д.

При оценивании реферата (доклада) обращается внимание на: содержание и полноту раскрытия темы, структуру и последовательность изложения, источники и их интерпретацию, корректность оформления и т.д.

Формой текущей аттестации по дисциплине «Теория вероятностей» учебным планом предусмотрен экзамен в 3 семестре.

При формировании итоговой оценки используется рейтинговая оценка знаний студента, дающая возможность проследить и оценить динамику процесса достижения целей обучения. Рейтинговая оценка предусматривает использование весовых коэффициентов для текущего контроля знаний и текущей аттестации студентов по дисциплине.

Примерные весовые коэффициенты, определяющие вклад текущего контроля знаний и текущей аттестации в рейтинговую оценку:

Формирование оценки за текущую успеваемость:

- ответы на практических занятиях – 30 %;
- контрольная работа – 60 %;
- реферат – 10 %;

Рейтинговая оценка по дисциплине рассчитывается на основе оценки текущей успеваемости и экзаменационной оценки с учетом их весовых коэффициентов. Вес оценки по текущей успеваемости составляет 40 %, экзаменационная оценка – 60 %.

**Примерный перечень заданий
для управляемой самостоятельной работы студентов**

Тема 2.1. и 2.2

1. Наудачу выбрано натуральное число, не превосходящее 20. Какова вероятность того, что это число кратно 5?
2. Из колоды в 36 карт наудачу извлекаются 3 карты. Определите вероятность того, что сумма очков в этих картах равна 21, если валет составляет 2 очка, дама – 3, король – 4, туз – 11, а остальные карты – соответственно 6, 7, 8, 9, 10 очков.
3. 2 стрелка сделали по одному выстрелу по мишени. Известно, что вероятность попадания в мишень для одного из стрелков равна 0,6, а для другого – 0,7. Найдите вероятность того, что:
 - а) только один из стрелков попадет в мишень;
 - б) хотя бы один из стрелков попадет в мишень;
 - в) оба стрелка попадут в мишень;
 - г) ни один из стрелков не попадет в мишень;
 - д) ни один из стрелков не попадет в мишень.
4. В 2 урнах находятся шары, отличающиеся только цветом, причем в первой урне 5 белых шаров, 11 черных и 8 красных, а во второй соответственно 10, 8 и 6. Из обеих урн наудачу извлекается по одному шару. Какова вероятность того, что оба шара одного цвета?
5. В группе из 20 стрелков имеются 4 отличных, 10 хороших и 6 посредственных стрелков. Вероятность попадания в цель при одном выстреле для отличного стрелка равна 0,9, для хорошего – 0,7, для посредственного – 0,5. Найдите вероятность того, что: а) наудачу выбранный стрелок попадет в цель; б) 2 наудачу выбранных стрелка попадут в цель.
6. Агентство по страхованию автомобилей разделяет водителей по 3 классам: класс H_1 (мало рискует), класс H_2 (рискует средне), класс H_3 (рискует сильно). Агентство предполагает, что из всех водителей, застраховавших автомобили, 30% принадлежат к классу H_1 , 50% - к классу H_2 и 20% - к классу H_3 . Вероятность того, что в течение года водитель класса H_1 попадет хотя бы в одну аварию, равна 0,01, для водителей класса H_2 эта вероятность равна 0,02, а для водителя класса H_3 – 0,08. Водитель А страхует свою машину и в течение года попадет в аварию. Какова

вероятность того, что он относится к классу H_1 ? К классу H_2 ?

Форма контроля – контрольная работа

Тема 2.3 и 2.5

1. [1 б.] На экспертизу под скрытыми девизами поступают проекты от трех конкурирующих фирм. Вероятность того, что проект первой фирмы пройдет экспертизу с положительной оценкой равна 0.8, второй – 0.6, третий – 0.9. Для экспертизы выбрали наудачу только один проект. Он ее прошел с хорошей оценкой. Какова вероятность того, что это был проект первой фирмы?

2. [2 б.] Производится ряд выстрелов по мишени с вероятностью попадания 0.4 при каждом выстреле; стрельба ведется до первого попадания в мишень, но не свыше трех выстрелов. Найти закон распределения, математическое ожидание и дисперсию числа произведенных выстрелов.

3. [3 б.] Для непрерывной случайной величины X задана плотность распределения

$$f(x) = \begin{cases} a \sin x, & \text{если } x \in [0, \pi], \\ 0, & \text{если } x \notin [0, \pi]. \end{cases}$$

Требуется построить графики плотности распределения и функции распределения, определив предварительно параметр a . Найти математическое ожидание, дисперсию, среднеквадратическое отклонение случайной величины X .

4. [2 б.] Найти закон распределения случайной величины X , если известно, что она принимает два значения x_1 и x_2 , причем $P\{X = x_1\} = 0.4$, $x_1 < x_2$, $M(X) = 2.6$, $D(X) = 8.64$.

5. [2 б.] Случайная величина X задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \leq 1, \\ (x-1)^2, & \text{если } 1 < x \leq 2, \\ 1, & \text{если } x > 2. \end{cases}$$

Найти $P\{|X - M(X)| < 0.1\}$.

Форма контроля – контрольная работа.

Тема 2.1 и 2.4

1. [1 б.] Имеются три ящика. В первом ящике находится 20 белых шаров, во втором – 10 белых и 10 черных. В третьем – 20 черных. Из выбранного

наугад ящика вынули белый шар. Вычислить вероятность того, что шар вынули из первого ящика.

2. [2 б.] На пути движения лошади три препятствия. Лошадь преодолевает препятствие либо останавливается и дальше препятствие не преодолевает. Вероятность преодоления препятствия равна 0.5. Найти закон распределения, математическое ожидание и дисперсию числа пройденных препятствий до остановки.

3. [3 б.] Для непрерывной случайной величины задана плотность распределения

$$f(x) = \begin{cases} a \cos 2x, & |x| \leq \pi/4, \\ 0, & |x| > \pi/4. \end{cases}$$

Требуется построить графики плотности распределения и функции распределения, определив предварительно параметр a . Найти математическое ожидание, дисперсию, среднеквадратическое отклонение.

4. [2 б.] Найти закон распределения случайной величины X , если известно, что она принимает два значения x_1 и x_2 , причем $P\{X = x_1\} = 0.2$, $x_1 < x_2$, $M(X) = 2.4$, $D(X) = 1.44$.

5. [2 б.] Случайная величина X задана функцией распределения

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \leq 2, \\ (x-2)^2, & \text{если } 2 < x \leq 3, \\ 1, & \text{если } x > 3. \end{cases}$$

Найти $P\{|X - M(X)| < 0.2\}$

Форма контроля – контрольная работа

Примерная тематика практических занятий

Занятие 1. Основные элементы комбинаторики. Классическое определение вероятности.

Занятие 2. Геометрическая вероятность.

Занятие 3. Теоремы сложения и умножения вероятностей.

Занятие 4. Формула полной вероятностей и формула Байеса.

Занятие 5. Дискретные случайные величины и их числовые характеристики.

Занятие 6. Непрерывные случайные величины и их числовые характеристики.

Занятие 7. Закон больших чисел, неравенства Маркова и Чебышева.

Занятие 8. Биномиальный закон и закон Пуассона.

Занятие 9. Нормальный закон распределения.

Занятие 10. Закон равномерной плотности, показательный закон.

Занятие 11. Дискретные системы двух случайных величин и их числовые характеристики.

Занятие 12. Непрерывные системы двух случайных величин и их числовые характеристики.

Занятие 13. Независимость случайных величин, критерий независимости.

Занятие 14. Корреляционный момент, его вычисление.

Занятие 15. Коэффициент корреляции, его вычисление.

Описание инновационных подходов и методов к преподаванию учебной дисциплины

При организации образовательного процесса используется *практико-ориентированный подход*, который предполагает:

- освоение содержания образования через решения практических задач;
- приобретение навыков эффективного выполнения разных видов профессиональной деятельности;
- ориентацию на генерирование идей, реализацию групповых студенческих проектов, развитие предпринимательской культуры;
- использование процедур, способов оценивания, фиксирующих сформированность профессиональных компетенций.

Методические рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся

Управляемая самостоятельная работа проводится в форме контрольных работ и реферата, согласно утвержденному графику.

Занятия по УСР (темы 2.1, 3.1, 4.1, 5.1, 5.2, 6.1 – 6.2) проводятся в форме контрольных работ (задания выдаются в начале занятия).

Учащийся выбирает тему реферата с учётом специализации и личного интереса. На написание реферата дается два месяца, в течение которых преподаватель проводит общие и индивидуальные консультации по оформлению реферата и подготовке презентации с использованием компьютерных технологий, выделению ключевых вопросов исследуемой темы. В конце семестра проводятся занятия, на которых студенты защищают свои работы.

Темы реферативных работ

1. История развития и предмет теории вероятностей
2. Случайные события, их виды, действия над ними
3. Теоремы сложения вероятностей, решение задач с экономическим содержанием с их помощью

4. Теоремы умножения вероятностей, решение экономических задач с их помощью
5. Формула полной вероятности, решение задач с экономическим содержанием с использованием этой формулы
6. Формула Байеса, решение экономических задач с ее помощью
7. Дискретные случайные величины, решение задач с экономическим содержанием
8. Повторение испытаний, формула Бернулли, экономические приложения
9. Непрерывные случайные величины, их числовые характеристики, решение задач с экономическим содержанием
10. Локальная и интегральная теоремы Лапласа, примеры решения задач с экономическим содержанием
11. Биномиальный закон распределения, экономические приложения
12. Закон Пуассона, решение задач с экономическим содержанием
13. Нормальный закон распределения, решение задач с экономическим содержанием
14. Закон равномерной плотности, решение задач с экономическим содержанием
15. Предельные теоремы теории вероятностей, применение при решении экономических задач
16. Системы случайных величин, их числовые характеристики, применение для решения экономических задач
17. Статистическое распределение выборки, числовые характеристики, решение задач с экономическим содержанием
18. Интервальные и точечные оценки неизвестных параметров, решение задач с экономическим содержанием
19. Статистическая проверка гипотез, критерий Пирсона и критерий Колмогорова, решение задач с экономическим содержанием
20. Основы теории корреляции, прямые регрессии, решение задач с экономическим содержанием

Примерный перечень вопросов к экзамену (3 семестр)

1. История развития и предмет теории вероятностей
2. Случайные события, их виды, действия над ними, классическое определение вероятности
3. Теоремы сложения вероятностей, решение задач с их помощью
4. Теоремы умножения вероятностей, решение задач с их помощью
5. Формула полной вероятности, решение задач с использованием этой формулы
6. Формула Байеса, решение задач с ее помощью
7. Дискретные случайные величины, их числовые характеристики

8. Повторение испытаний, формула Бернулли, экономические приложения
9. Непрерывные случайные величины, их числовые характеристики
10. Локальная и интегральная теоремы Лапласа, примеры решения задач с экономическим содержанием
11. Биномиальный закон распределения
12. Закон Пуассона
13. Нормальный закон распределения
14. Закон равномерной плотности, показательный закон
15. Предельные теоремы теории вероятностей, применение при решении экономических задач
16. Системы случайных величин, их числовые характеристики, применение для решения экономических задач
17. Закон больших чисел
18. Центральная предельная теорема
19. Независимые случайные величины, критерий независимости
20. Ковариация и коэффициент корреляции

ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УВО

Название дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
Экономическая теория	Кафедра международных экономических отношений	Нет	Вносить изменения не требуется (протокол № 11 от 13.05.2022)
Микроэкономика	Кафедра международных экономических отношений	Нет	Вносить изменения не требуется (протокол № 11 от 13.05.2022)
Макроэкономика	Кафедра международных экономических отношений	Нет	Вносить изменения не требуется (протокол № 11 от 13.05.2022)

**ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ ПО
ИЗУЧАЕМОЙ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ**

на ____ / ____ учебный год

№ п/п	Дополнения и изменения	Основание
	<p>Учебная программа по учебной дисциплине Теория вероятностей № УД -10792/уч., 28.06.2022 соответствует учебному плану БГУ Е25-1-225/уч. 22.03.2022 г.</p> <p>Срок действия данной программы определятся сроком действия соответствующего образовательного стандарта и учебного плана БГУ</p>	<p>Решение учебно-методического Совета БГУ (27 мая 2022, протокол № 5)</p>

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры
_____ (протокол № 4 от 13.11. 2023 г.)

Заведующий кафедрой

_____ Самаль С.А. _____

УТВЕРЖДАЮ

Декан факультета

_____ Босяков С.М. _____