

Белорусский государственный университет



**УТВЕРЖДАЮ**

Проректор по учебной работе и  
образовательным инновациям

О.Г. Прохоренко

«05» июля 2023 г.

Регистрационный № УД – 580/м.

### **Solid mechanics**

**Учебная программа учреждения высшего образования  
по учебной дисциплине для специальности**

**7-06-0533-06 Mechanics and Mathematical Modelling**

Profiling: Theoretical and Applied Mechanics

Минск, 2023 г.

Учебная программа составлена на основе образовательного стандарта ОСВО 7-06-0533-06-2023, примерного учебного плана, регистрационный № 7-06-05-017/пр. от 18.01.2023 г. и учебного плана № М54а-5.4-114/уч. от 11.04.2023.

**СОСТАВИТЕЛИ:**

**Мармыш Денис Евгеньевич** – доцент кафедры теоретической и прикладной механики механико-математического факультета Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент.

**РЕЦЕНЗЕНТ:**

**Желткович Андрей Евгеньевич** – доцент кафедры «Прикладная механика» машиностроительного факультета Брестского государственного технического университета, кандидат физико-математических наук, доцент.

**РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:**

Кафедрой теоретической и прикладной механики механико-математического факультета БГУ

(протокол № 10 от 19.05.2023)

Научно-методическим советом БГУ

(протокол № 9 от 29.06.2023)

Зав.кафедрой \_\_\_\_\_

М.А. Журавков

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

### **Цели и задачи учебной дисциплины**

**Цель учебной дисциплины** – создание базы для освоения основных идей и методов современной механики и математики, подготовка высококвалифицированных специалистов, способных ставить и решать задачи из различных областей науки и техники. Формирование установки на творческую профессиональную деятельность; развитие профессионального мышления, которое обеспечило бы будущему специалисту возможность свободно оперировать профессиональными знаниями, видеть проблемы и оптимальные пути их решения в самостоятельной практической деятельности.

### **Задачи учебной дисциплины:**

- ознакомление магистрантов с основными методами и техниками механики сплошной среды для решения прикладных задач механики деформируемого твердого тела;
- формирование навыков решения прикладных инженерных задач с использованием математических моделей механики сплошной среды;
- использование комплексного подхода к анализу напряженно-деформированного состояния и разрушения твердого тела.

**Место учебной дисциплины** в системе подготовки специалиста с углубленным высшим образованием (магистра).

Дисциплина «Solid mechanics» посвящена изучению математических подходов, основанных на основных положениях механики сплошной среды, к решению задач механики деформируемого твердого тела, описанию напряженно-деформированного состояния твердых тел, анализу механического поведения при действии системы силовых нагрузок.

Учебная дисциплина входит **в модуль** «Special problems in Continuum mechanics» - 1 компонента учреждения образования.

Рассматриваются конкретные приложения и примеры решения задач механики деформируемого твердого тела с постановкой граничных задач и использованием прикладных математических методов.

Учебная программа составлена с учетом межпредметных связей и программ по дисциплинам: «Mechanics of nonelastic and nonlinear solid body», «Continuum mechanics» и «Mechanics of advanced materials».

### **Требования к компетенциям**

Освоение учебной дисциплины «Solid mechanics» должно обеспечить формирование следующей **специализированной компетенции:**

SC-2. Apply analytical, approximate and numerical methods to solving special problems of biomechanics, geomechanics, continuum mechanics, to calculate the stress-strain states of mechanical engineering structures.

В результате изучения дисциплины «Solid mechanics» магистрант должен:

**знать:**

– проблематику составления математических моделей и постановки граничных задач для описания напряженно-деформированного состояния твердого тела и системы твердых тел;

– проблематику составления алгоритмов решения граничных задач механики твердого тела;

**уметь:**

– составлять алгоритмы для решения систем алгебраических, дифференциальных, интегральных уравнений описывающих механические процессы;

– получать аналитические решения для модельных задач и проводить анализ полученных результатов;

– проводить анализ надежности и безопасности конструкций в различных условиях эксплуатации;

**владеть:**

– подходами к решению математических моделей основных задач механики деформируемого твердого тела.

### **Структура учебной дисциплины**

Дисциплина изучается в 1 семестре. Всего на изучение учебной дисциплины «Solid mechanics» отведено:

– в очной форме получения углубленного высшего образования: 90 часов, в том числе 36 аудиторных часов, из них: лекции (в том числе дистанционно) – 10 часов, лабораторные (в том числе дистанционно) – 8 часов, управляемая самостоятельная работа – 18 часов (из них: 10 часов аудиторный контроль, 8 часов – внеаудиторный контроль).

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 3 зачетные единицы.

Форма промежуточной аттестации по учебной дисциплине – экзамен.

## SYLLABUS

### **Theme 1. Basic concepts of solid mechanics. Mechanical properties of materials. Axial strains and deformations in bars**

Method of sections. Definition of stress. Stress tensor. Differential equation of equilibrium. Design of members. Connections, welded joints. Mechanical properties of materials. Stress-strain diagram.

Normal strain. Stress-strain relations. Normal and shear stress analysis. Hooke's law. Poisson's ratio. Saint-Venant's principle and stress concentrations. Elastic strain energy. Deflections by the energy method. Differential equation of axial strain. Boundary conditions. Examples.

### **Theme 2. Torsion. Pure bending**

Bending of beams with symmetric cross sections. Elastic flexure formula. Compatibility condition. Moment of inertia. Stress concentrations. Elastic strain energy in pure bending. Curved bars. Inelastic bending of beams. Unsymmetric bending. Bending about principal axes. Area moments and products of inertia. Principal axes of inertia. Differential equations of equilibrium for a beam element. Shear and moment diagrams. Circular members. Compatibility condition. Torsion formula. Angle-of-twist of circular members. Differential equation approach for torsion problems. Boundary conditions. Energy and impact loads. Shear stresses and deformations in circular shafts in the inelastic range. Torsion of thin-walled tubes. Torsion of solids noncircular members.

### **Theme 3. Normal and shear stresses in beams. Deflections of beams**

Shear flow. Shear-stress formula for beams. Limitations of the shear-stress formula. Shear stress in beam flanges. Shear center. Standard sections. Section design. Procedure for analysis of shear stress. Differential equation of elastic curve. Boundary conditions. Methods of integration of the differential equation of elastic curve. Deflection by superposition. Energy methods for deflections and impact. Inelastic deflections in beams. Elastic foundation. Winkler model of elastic foundation. Boundary value problems for a beam on elastic foundation.

### **Theme 4. Virtual work methods**

Elastic strain energy. Displacements by conservation of energy. Virtual work principle. Virtual forces for deflections. Virtual force equations for elastic system. Virtual forces for indeterminate problems. Virtual displacements. Castilano's theorem. Statically indeterminate systems. Methods of analysis. Force method. Maxwell's Theorem. Beam deflections and slopes. Flexibility coefficients reciprocity. Symmetric and antisymmetric structures. Displacement method. Stiffness coefficients reciprocity.

**Theme 5. Stress and strain analysis at point. Theories of failure.  
Damage and fatigue**

Stress component analysis. Stress for two-dimensional case. Stress for three-dimensional case. Differential equation of equilibrium. Strain-displacement relations. Generalized Hooke's law. Stress in polar and cylindrical coordinate systems. Differential equations of equilibrium in polar and cylindrical coordinate systems. Concept of failure. Ductile and brittle materials. Maximum-stress theory. Maximum-strain theory. Maximum-shear theory. Equivalent-stress theory. Mohr's theory. Fatigue life prediction procedure. Cyclic loading. Cyclic load and cyclic stress characteristics. Fatigue curve. Stress history. Cyclic nominal stress and corresponding fluctuating stress distribution. Stress-strain hysteresis loop. Linear hypothesis of fatigue damage accumulation. Damage analysis.

## УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Очная форма получения углубленного высшего образования с применением дистанционных образовательных технологий (ДОТ)

Номер раздела, темы, занятия	Название раздела, темы, занятия: перечень изучаемых вопросов	Количество аудиторных часов						Форма контроля знаний
		лекции	практические занятия	семинарские занятия	лабораторные занятия	иное	Количество часов УСР	
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	<p><b>Basic concepts of solid mechanics. Mechanical properties of materials. Axial strains and deformations in bars</b>                      Method of sections. Definition of stress. Stress tensor. Differential equation of equilibrium. Design of members. Connections, welded joints. Mechanical properties of materials. Stress-strain diagram.                      Normal strain. Stress-strain relations. Normal and shear stress analysis. Hooke's law. Poisson's ratio. Saint-Venant's principle and stress concentrations. Elastic strain energy. Deflections by the energy method. Differential equation of axial strain. Boundary conditions. Examples.</p>	2					2	Вопросы для самопроверки, устный опрос
2	<p><b>Torsion. Pure bending</b>                      Bending of beams with symmetric cross sections. Elastic flexure formula. Shear modulus. Compatibility condition. Moment of inertia. Stress concentrations. Elastic strain energy in pure bending. Curved bars. Inelastic bending of beams. Unsymmetric bending. Bending about principal axes. Area moments and products of inertia. Principal axes of inertia. Differential equations of equilibrium for a beam element. Shear and</p>	2			2		2 2 (вне-ауд.)	Вопросы для самопроверки, устный опрос, решение задач, отчет по лабораторной работе

	moment diagrams. Circular members. Compatibility condition. Torsion formula. Angle-of-twist of circular members. Differential equation approach for torsion problems. Boundary conditions. Energy and impact loads. Shear stresses and deformations in circular shafts in the inelastic range. Torsion of thin-walled tubes. Torsion of solids noncircular members.							
3	<b>Normal and shear stresses in beams. Deflections of beams</b> Shear flow. Shear-stress formula for beams. Limitations of the shear-stress formula. Shear stress in beam flanges. Shear center. Standard sections. Section design. Procedure for analysis of shear stress. Differential equation of elastic curve. Boundary conditions. Methods of integration of the differential equation of elastic curve. Deflection by superposition. Energy methods for deflections and impact. Inelastic deflections in beams. Linear elastic foundation. Winkler model of elastic foundation. Foundation coefficient. Differential equation for a beam on elastic foundation. Boundary value problems for a beam on elastic foundation.	2			2		2 2 (вне ауд.)	Вопросы для самопроверки, устный опрос, решение задач, отчет по лабораторной работе
4	<b>Virtual work methods</b> Elastic strain energy. Displacements by conservation of energy. Virtual work principle. Virtual forces for deflections. Virtual force equations for elastic system. Virtual forces for indeterminate problems. Virtual displacements. Castiliano's theorem. Statically indeterminate systems. Methods of analysis. Force method. Maxwell's Theorem. Beam deflections and slopes. Flexibility coefficients reciprocity. Symmetric and antisymmetric structures. Displacement method. Stiffness coefficients reciprocity.	2			2		2 2 (вне ауд.)	Вопросы для самопроверки, устный опрос, решение задач, отчет по лабораторной работе
5	<b>Stress and strain analysis at point. Theories of failure. Damage and fatigue</b> Stress component analysis. Stress for two-dimensional case. Stress for three-dimensional case. Differential equation of equilibrium. Strain-displacement relations. Generalized Hooke's law. Stress in polar and cylindrical coordinate systems. Differential equations of equilibrium in polar and cylindrical coordinate systems. Concept of failure. Ductile and brittle materials. Maximum-stress theory. Maximum-strain theory. Maximum-shear theory. Equivalent-stress theory. Mohr's theory. Fatigue life prediction procedure. Cyclic loading. Cyclic load and cyclic stress characteristics. Fatigue curve. Stress history. Cyclic nominal stress	2			2		2 2 (вне ауд.)	Вопросы для самопроверки, устный опрос, решение задач, отчет по лабораторной работе



	and corresponding fluctuating stress distribution. Stress-strain hysteresis loop. Linear hypothesis of fatigue damage accumulation. Damage analysis.						
	<b>Bcero</b>	<b>10</b>			<b>8</b>		<b>18</b>

## ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

### Перечень основной литературы

1. *Popov E.P.* Engineering mechanics of solids. Prentice-Hall, 1990. – 727 p.
2. *Bertram A., Glüge R.* Solid mechanics. Theory, modelling and problems. Springer, 2015. – 318 p.
3. *Srinath L.S.* Advanced mechanics of solids. 3rd ed. McGraw-Hill, 2009. – 504 p.
4. *Shames I.H.* Engineering mechanics. Statics and dynamics. Prentice-Hall, 1996. – 1024 p.
5. *Ochsner A., Merkel M.* One-dimensional finite elements. An introduction to the FE method, 2nd ed. – Springer, 2018. – 418 p.
6. *Zohdi T.* A finite element primer for beginners. The basics, 2nd ed. – Springer, 2018. – 135 p.
7. *Ferreira A.J.M.* Matlab codes for finite element analysis. Solids and structures. – Springer, 2009. – 235 p.
8. *Kassimali, A.* Matrix analysis of structures, 2nd ed. – Cengage Learning, 2012. – 643 p.
9. *Paz M., Kim Y.H.* Structural dynamics. Theory and computation, 6th edition. – Springer, 2019. – 634 p.

### Перечень дополнительной литературы

1. *Hibbeler R.C.* Engineering mechanics. Static and Dynamic. 14th edition. – Pearson Prentice Hall, New Jersey, 2016. – 724 p.
2. *Meirovitch L.* Computational methods in structural dynamics. – Sijthoff and Noordhoff, 1980. – 439 p.
3. *Ghaboussi J., Wu X.S.* Numerical methods in computational mechanics. – CRC Press, 2017. – 313 p.
4. *Moaveni S.* Finite Element Analysis. Theory and application with ANSYS. – Prentice Hall, NJ, 1999. –
5. *Chang K.-H.* Product Design Modeling using CAD/CAE, *Academic Press*, 2014. – 438 p.

## **Перечень рекомендуемых средств диагностики и методика формирования итоговой отметки**

Объектом диагностики компетенций магистрантов являются знания, умения, полученные ими в результате изучения учебной дисциплины. Выявление учебных достижений магистрантов осуществляется с помощью мероприятий текущего контроля и промежуточной аттестации.

Диагностика результатов учебной деятельности по дисциплине «Solid mechanics» проводится, как правило, во время аудиторных занятий. Для диагностики используются:

- вопросы для самопроверки;
- устный опрос;
- отчеты по лабораторным работам;
- решение задач.

Оценка за ответы на лекциях (опрос) и лабораторных занятиях включает в себя полноту ответа, наличие аргументов, примеров из практики.

Контрольные мероприятия проводятся в соответствии с учебно-методической картой дисциплины.

Для магистрантов, пропустивших контрольные мероприятия или получивших неудовлетворительную отметку, решение о повторном проведении контрольного мероприятия выносится в соответствии с Положением о рейтинговой системе оценки знаний обучающихся по учебной дисциплине в Белорусском государственном университете.

Формой промежуточной аттестации по дисциплине «Solid mechanics» учебным планом предусмотрен **экзамен**.

При формировании итоговой отметки используется рейтинговая система оценки знаний магистранта, дающая возможность проследить и оценить динамику процесса достижения целей обучения. Рейтинговая система предусматривает использование весовых коэффициентов в ходе проведения контрольных мероприятий текущей аттестации.

Примерные весовые коэффициенты, определяющие вклад текущей аттестации в отметку при прохождении промежуточной аттестации:

Формирование отметки за текущую аттестацию:

- ответы на устный опрос – 10 %;
- решение задач – 20 %;
- отчет по лабораторной работе – 70 %.

Итоговая отметка по дисциплине рассчитывается на основе отметки текущей аттестации (рейтинговой системы оценки знаний) - 40% и экзаменационной отметки - 60%.

## **Примерный перечень заданий для управляемой самостоятельной работы обучающихся**

### **Theme 1. Basic concepts of solid mechanics. Mechanical properties of materials. Axial strains and deformations in bars. (2 ч)**

For a given stress tensor, it is necessary to analyze the stress state at a point. According to a given bar loading scheme, make diagrams of internal forces, normal stresses, axial strains and displacements in the bar.

форма контроля – устный опрос.

### **Theme 2. Torsion. Pure bending (4 ч.)**

For a given circular shaft with a system of moments, make diagrams of torsion torques, tangential stresses, and twisting angles. For a composite beam with a system of concentrated and distributed forces, make diagrams of shear forces and bending moments. To determine the differential equalities between the internal forces in the beam.

форма контроля – устный опрос, отчет по лабораторной работе.

### **Theme 3. Normal and shear stresses in beams. Deflections of beams (4 ч.)**

For a given beam with a load system, determine the maximum values of normal and tangential forces in the beam. Determine the inertial characteristics of the beam section.

Integrate the differential equation of beam deflection for various boundary conditions. Consider boundary value problems for a beam on an elastic one-parameter basis and construct appropriate mechanical and mathematical models to determine deflections.

форма контроля – устный опрос, отчет по лабораторной работе.

### **Theme 4. Virtual work methods (4 ч.)**

Consider a plane rod structure with several degrees of static indeterminacy. Using the force method, calculate a given system and make diagrams of normal forces, shear forces and bending moments. Calculate flexibility coefficients reciprocity and make system of governing equations of the force method.

форма контроля – устный опрос, отчет по лабораторной работе.

### **Theme 5. Stress and strain analysis at point. Theories of failure. Damage and fatigue (4 ч.)**

Consider the stress state of a thick cylindrical pipe under the action of internal and external pressure. Make diagrams of internal stresses in the pipe wall.

Calculate cyclic load and cyclic stress characteristics based on tabular data on a cyclic basis and make a fatigue curve. Make a damage analysis for a given damage data.

форма контроля – устный опрос, отчет по лабораторной работе.

## **Описание инновационных подходов и методов к преподаванию учебной дисциплины**

При организации образовательного процесса используется **практико-ориентированный подход**, который предполагает:

- освоение содержание образования через решения практических задач;
- приобретение навыков эффективного выполнения разных видов профессиональной деятельности;
- использование процедур, способов оценивания, фиксирующих формирование профессиональных компетенций.

### **Методические рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся**

#### **1. Самостоятельная работа в процессе работы с литературой.**

Просмотрите конспект сразу после занятий. Пометьте материал конспекта лекций, который вызывает затруднения для понимания.

Попытайтесь найти ответы на затруднительные вопросы, используя предлагаемую литературу.

Если самостоятельно не удалось разобраться в материале, сформулируйте вопросы и обратитесь на ближайшей лекции за помощью к преподавателю.

Каждую неделю рекомендуется отводить время для повторения пройденного материала, проверяя свои знания, умения и навыки по контрольным вопросам.

#### **2. Самостоятельная работа по составлению конспекта.**

1. Соберите литературу по теме. Изучите тот источник, где она изложена наиболее полно и на современном уровне.

2. По этому источнику составьте подробный план с указанием страниц книги, относящихся к определенному пункту плана.

3. Изучите другие источники. Если в них встречается материал по уже имеющемуся пункту плана, запишите в плане и новый источник с указанием страниц. Если же в другом источнике материал раскрывает тему с другой стороны, добавьте еще пункт плана.

4. Проанализировав всю литературу, собранную по теме, вы получите окончательный план, по которому можно писать конспект, объединяя по пунктам материал из разных источников.

5. Отредактируйте составленный вами конспект, внимательно прочтите его и подумайте: - удовлетворяет ли вас его общий план; - хорошо ли воспринимается смысловая, логическая связь между отдельными элементами содержания; - удачно ли использованы цитаты, правильно ли установлена связь между оборотами речи и фразами; - верно ли поставлены знаки препинания в цитатах.

#### **3. Подготовка к лабораторным занятиям**

Назначение лабораторных занятий - углубление и проработка теоретического материала предмета путем регулярной и планомерной самостоятельной работы студентов на протяжении всего курса. Непосредственное проведение лабораторного занятия предполагает: решение задач и упражнений по образцу; проведение анализа результатов; систематизацию материала и подготовка отчета о проведенной работе.

*Инструкция:*

Изучите нормативные документы, обязательную и дополнительную литературу по рассматриваемому вопросу.

прочтите конспект лекции по теме.

Внимательно изучите порядок выполнения индивидуальной практической работы или алгоритм, представленный преподавателем.

#### **4. Подготовка к экзамену**

Внимательно прочитайте материал по конспекту, составленному на учебном занятии.

Прочитайте тот же материал по учебнику, учебному пособию.

Постарайтесь разобраться с непонятными, в частности новыми терминами. Часто незнание терминологии мешает студентам воспринимать материал на занятиях на должном уровне.

Ответьте на контрольные вопросы для самопроверки, имеющиеся в учебнике.

Кратко перескажите содержание изученного материала «своими словами».

Заучите «рабочие определения» основных понятий, законов.

Освоив теоретический материал, приступайте к выполнению заданий, упражнений; решению задач, расчетов по индивидуальным заданиям и т.д.

### **Примерный перечень вопросов к экзамену**

1. Analysis for normal and shear stresses in axially loaded bars.
2. Mechanical properties of materials. Stress-strain diagram and its analysis.
3. Elastic strain energy. Deflections by the energy method in axially loaded bars.
4. Differential equation of equilibrium for element of axially loaded bar. Differential equation approach for deflections.
5. Shear stresses. Elastic strain energy for shear stresses.
6. Torsion of circular elastic bars: angle-of-twist and shear stresses calculation.
7. Differential equation approach for torsion problem.
8. Torsion of solids noncircular members.
9. Elastic flexure formula. Compatibility condition and calculation of normal stresses in pure bending.
10. Differential equations of equilibrium for a beam element.
11. Calculation of shear stresses in pure bending.
12. Differential equation of elastic curve and related boundary-value problems.
13. Boundary value problems for a beam on elastic foundation.

14. Methods of integration of the differential equation for elastic curve.
15. Stability of elastic structures. Euler load for columns.
16. Limitations of the Euler formula for column buckling. Inelastic buckling. Rankin-Gordon formula.
17. Elastic strain energy. Virtual work principle and its application in solid mechanics.
18. Application of virtual work principle for indeterminate problems.
19. Statically indeterminate structures. Force method.
20. Statically indeterminate structures. Displacement method.
21. Differential equation of equilibrium at point. Generalized Hooke's law.
22. Differential equations of equilibrium at point in polar and cylindrical coordinate systems.
23. Differential equation of equilibrium for axisymmetric thick-walled cylinder. Types of boundary conditions.
24. Equilibrium transversely isotropic cylinder. Stress function solution.
25. Mathematical expressions for five basic theories of failure and their mechanical meanings.
26. Elastic stress state in an infinite plate near a circular hole.
27. Cyclic loading and fatigue curve.
28. Linear hypothesis of fatigue damage accumulation.

## ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УВО

Название дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы по изучаемой учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола) <sup>1</sup>
Continuum mechanics	Кафедра теоретической и прикладной механики	нет	Изменений в содержании учебной программы не требуется (протокол № 10 от 19.05.2023).



**ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ  
ПО ИЗУЧАЕМОЙ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ**  
на \_\_\_\_\_ / \_\_\_\_\_ учебный год

№№ ПП	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры  
(протокол № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ 20\_ г.)

Заведующий кафедрой

д-р физ.-мат. наук,

профессор

(степень, звание)

\_\_\_\_\_

(подпись)

М.А. Журавков

(И.О. Фамилия)

УТВЕРЖДАЮ

Декан факультета

д-р физ.-мат. наук,

доцент

(степень, звание)

\_\_\_\_\_

(подпись)

С.М. Босяков

(И.О. Фамилия)