

Белорусский государственный университет

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе
и образовательным инновациям



О.Г. Прохоренко

«05» июля 2023 г.

Регистрационный № УД – 700/б.



Дискретная математика

**Учебная программа учреждения высшего образования
по учебной дисциплине для специальности:**

6-05-0533-11 Прикладная информатика

6-05-0533-12 Кибербезопасность

2023 г.

Учебная программа составлена на основе ОСВО 6-05-0533-11-2023 специальности 6-05-0533-11 «Прикладная информатика», примерного учебного плана, регистрационный № 6-05-05-029/пр. от 31.01.2023, учебных планов БГУ: № 6-5.3-59/01 от 15.05 2023 г., № 6-5.3-59/02 от 15.05 2023 г.;

на основе ОСВО 6-05-0533-12-2023 специальности 6-05-0533-12 «Кибербезопасность», примерного учебного плана, регистрационный № 6-05-05-030/пр. от 30.01.2023, учебных планов БГУ: №6-5.2-60/01 от 15.05. 2023 г., №6-5.2-60/03 от 15.05. 2023 г.

СОСТАВИТЕЛИ:

Г.П. Волчкова – старший преподаватель кафедры дискретной математики и алгоритмики факультета прикладной математики и информатики Белорусского государственного университета;

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

М.Я. Ковалев – главный научный сотрудник лаборатории математической кибернетики ГНУ «Объединенный институт проблем информатики Национальной академии наук Беларуси», доктор физико-математических наук, профессор;

В.И. Бенедиктович – ведущий научный сотрудник отдела комбинаторных моделей и алгоритмов Института математики Национальной академии наук Беларуси, кандидат физико-математических наук, доцент.

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой дискретной математики и алгоритмики
(протокол № 16 от 05.05.2023);

Научно-методическим советом БГУ
(протокол № 9 от 29.06.2023)

Заведующий кафедрой



В.М.Котов

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Цели и задачи учебной дисциплины

Учебная дисциплина «Дискретная математика» начинается с раздела математики, в котором изучаются правильные способы рассуждений, позволяющие из верных посылок получать верные заключения. Математическая логика знакомит учащихся со стандартной математической нотацией, основными методами построения математических доказательств, некоторым эталоном математической строгости – с тем, что в совокупности составляет основу общей математической культуры, формирование которой у начинающих студентов является одной из важнейших задач университетского математического образования. Последующие разделы учебной дисциплины призваны дать студенту представление о базовых дискретных объектах и основных методах работы с подобными объектами, ввести в круг идей и понятий, связанных с дискретностью.

Цель учебной дисциплины «Дискретная математика» состоит в преодолении разрыва между качеством и объемом знаний, получаемых в школе, и требованиями, которые предъявляются к первоначальным знаниям начинающих студентов для полного и успешного освоения ими учебных дисциплин государственного компонента и дисциплин специализации; формировании у студентов общей математической культуры и, в частности, дискретного математического мышления, навыков использования языка математической логики и теории множеств; ознакомлении с основными моделями, задачами и методами математической логики и дискретной математики. При изложении содержания учебной дисциплины важно продемонстрировать примеры, иллюстрирующие ключевые конструкции математической логики и дискретной математики, а также обратить внимание на эффективность применения аппарата математической логики и теории множеств при формализации и решении прикладных задач.

Задачи учебной дисциплины:

1. Ознакомление студентов с такими фундаментальными понятиями как высказывание, предикат, множество, полнота, замкнутость, алгоритм и др.
2. Обучение правильной записи математических утверждений с помощью логических и теоретико-множественных конструкций.
3. Применение методов математической логики и теории множеств для решения задач перечислительной комбинаторики и теории графов.

Место учебной дисциплины

В системе подготовки специалиста с высшим образованием для специальности 6-05-0533-11 «Прикладная информатика», учебная дисциплина относится к модулю «Дискретная математика и алгоритмы» государственного компонента.

В системе подготовки специалиста с высшим образованием для специальности 6-05-0533-12 «Кибербезопасность» учебная дисциплина

относится к модулю «Дискретная математика и алгоритмы» компонента учреждения образования.

Учебная программа составлена с учетом межпредметных связей и программ по дисциплинам:

для специальности 6-05-0533-11 «Прикладная информатика» основой для изучения учебной дисциплины является дисциплина государственного компонента «Математический анализ» модуля «Математический анализ», дисциплина государственного компонента «Аналитическая геометрия и линейная алгебра» модуля «Высшая математика». Знания, полученные в учебной дисциплине, используются при изучении дисциплины государственного компонента «Алгоритмы и структуры данных» модуля «Дискретная математика и алгоритмы»;

для специальности 6-05-0533-12 «Кибербезопасность» основой для изучения учебной дисциплины является основой для изучения учебной дисциплины является дисциплина государственного компонента «Математический анализ» модуля «Математический анализ», дисциплина государственного компонента «Аналитическая геометрия и линейная алгебра» модуля «Высшая математика». Знания, полученные в учебной дисциплине, используются при изучении дисциплины компонента учреждения образования «Алгоритмы и структуры данных» модуля «Дискретная математика и алгоритмика», дисциплины государственного компонента «Теория вероятностей и математическая статистика» модуля «Теория вероятностей и математическая статистика».

Требования к компетенциям

Освоение учебной дисциплины «Дискретная математика» должно обеспечить формирование следующих компетенций для специальности 6-05-0533-11 «Прикладная информатика»:

универсальные компетенции:

УК-1. Владеть основами исследовательской деятельности, осуществлять поиск, анализ и синтез информации.

УК-2. Решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе применения информационно-коммуникационных технологий.

УК-4. Работать в команде, толерантно воспринимать социальные, этнические, конфессиональные, культурные и иные различия.

УК-5. Быть способным к саморазвитию и совершенствованию в профессиональной деятельности.

УК-6. Проявлять инициативу и адаптироваться к изменениям в профессиональной деятельности.

базовой профессиональной компетенции:

БПК – 3. Характеризовать предмет и объекты дискретной математики и математической логики, использовать основные приемы разработки эффективных алгоритмов и знания об основных структурах данных для решения прикладных задач.

Освоение учебной дисциплины «Дискретная математика» должно обеспечить формирование следующей специализированной компетенции для специальности 6-05-0533-12 «Кибербезопасность»:

СК – 3. Понимать предмет и объекты дискретной математики и математической логики, использовать основные приемы разработки эффективных алгоритмов и знания об основных структурах данных для решения прикладных задач.

В результате освоения учебной дисциплины студент должен:

знать:

- основные логические операции и равносильности;
- базовые понятия теории множеств и классические комбинаторные объекты;
- основные понятия и факты теории графов;
- элементы формальных грамматик и языков;

уметь:

- переводить предложения на формальный язык логики высказываний;
- применять логику предикатов для описания математических понятий;
- решать базовые комбинаторные задачи;
- исследовать на изоморфизм простейшие графы, определять связность, двудольность и планарность графов;
- анализировать и строить конкретные грамматики;

владеть:

- методами комбинаторного анализа и теории графов;
- методами построения формальных грамматик и анализа языков.

Структура учебной дисциплины

Дисциплина изучается в 1-м семестре. Всего на изучение учебной дисциплины «Дискретная математика» отведено:

- для очной формы получения высшего образования – 108 часов, в том числе 66 аудиторных часов, из них: лекции – 32 часа, практические занятия – 34 часа.

Форма промежуточной аттестации – экзамен.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Раздел 1. Высказывания и предикаты

Тема 1.1. Логика высказываний

Высказывания. Логические операции над высказываниями. Формулы логики высказываний. Равносильные формулы, тавтологии, противоречия. Основные равносильности. Теоремы о равносильных формулах. Логическое следование. Теорема о логическом следствии. Применения языка логики высказываний (прямая и обратная теоремы, необходимые и достаточные условия, упрощение систем высказываний, анализ рассуждений).

Тема 1.2. Логика предикатов

Понятие предиката. Классификация предикатов. Множество истинности предиката. Логические операции над предикатами. Кванторные операции над предикатами. Формулы логики предикатов. Интерпретации и классификация формул логики предикатов. Общезначимые формулы (тавтологии) логики предикатов. Проблемы разрешения для общезначимости и выполнимости формул логики предикатов (основные понятия). Равносильные формулы логики предикатов. Приведенная и нормальная формы для формул логики предикатов. Применение логики предикатов для описания математических понятий.

Раздел 2. Комбинаторный анализ

Тема 2.1. Множества и отображения. Бинарные отношения

Множества и способы их задания. Подмножества и их свойства. Операции над множествами. Декартово произведение множеств. Основные теоретико-множественные тождества. Покрытия и разбиения множеств. Понятие о мощности множества. Понятие отображения. Основные классы отображений. Композиция отображений. Обратное отображение. Бинарные отношения и их свойства. Операции над бинарными отношениями. Типы бинарных отношений. Отображение как функциональное отношение. Отношения эквивалентности и порядка.

Тема 2.2. Классические комбинаторные объекты

Основные правила комбинаторики (правила суммы, произведения и вычитания, биективное правило). Выборки. Типы выборок. Размещения без повторений и с повторениями. Перестановки. Сочетания без повторений и с повторениями. Биномиальная теорема. Бином Ньютона. Биномиальные тождества. Полиномиальный коэффициент. Мультимножества. Перестановки мультимножеств. Полиномиальная теорема.

Тема 2.3. Методы перечисления

Формула включений и исключений. Применения формулы включений и исключений. Рекуррентные соотношения. Линейные однородные рекуррентные соотношения второго порядка с постоянными коэффициентами. Линейные однородные рекуррентные соотношения k -го порядка с постоянными коэффициентами. Производящие функции и операции над ними.

Основные последовательности и связанные с ними производящие функции. Производящие функции и комбинаторные подсчеты. Решение рекуррентных соотношений методом производящих функций.

Раздел 3. Графы

Тема 3.1. Начальные понятия

Определение графа. Некоторые специальные графы. Абстрактные и помеченные графы. Число помеченных графов. Изоморфизм графов. Способы задания графов. Подграфы. Операции над графами. Степенная последовательность графа. Маршруты, связность, метрические инварианты, поиск в ширину. Связь между числами вершин, ребер и компонент связности графа.

Тема 3.2. Двудольные графы и деревья

Двудольные графы. Критерий Кенига двудольности графа. Деревья. Эквивалентные определения дерева. Код Прюфера дерева. Теорема Кэли о числе помеченных деревьев.

Тема 3.3. Плоские и планарные графы

Плоские и планарные графы. Грани плоского графа. Формула Эйлера. Свойства планарных графов. Критерии планарности.

Тема 3.4. Обходы графов

Эйлеровы графы. Критерий эйлеровости графа. Алгоритмы построения эйлерова цикла в эйлеровом графе. Гамильтоновы циклы и цепи. Необходимые условия гамильтоновости графов. Достаточные условия гамильтоновости графов.

Тема 3.5. Раскраски

Вершинная раскраска и хроматическое число графа. Алгоритм последовательной раскраски вершин графа. Оценки хроматического числа. Хроматический полином графа.

Раздел 4. Формальные грамматики и языки

Тема 4.1. Иерархия грамматик и языков

Алфавиты, цепочки, языки. Основные операции над цепочками и языками. Понятие порождающей грамматики. Иерархия грамматик и их свойства. Примеры порождения языков с помощью грамматик. Леммы о разрастании для A-языков и KC-языков. Иерархия языков.

Тема 4.2. Приложения грамматик

KC-грамматики и синтез языков программирования. Детерминированные и недетерминированные конечные автоматы и A-языки.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Очная форма получения высшего образования с применением дистанционных образовательных технологий (ДОТ)

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов					Количество часов УСП	Форма контроля знаний
		Лекции	Практические занятия	Семинарские занятия	Лабораторные занятия	Иное		
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	Высказывания и предикаты	6	6					
1.1	Логика высказываний	4	4					Собеседование Электронный тест: Логика высказываний (iRunner).
1.2	Логика предикатов	2	2					Контрольная работа №1.
2	Комбинаторный анализ	16	16					
2.1	Множества и отображения. Бинарные отношения	4	4					Опрос. Электронный тест: Основы теории множеств (iRunner).
2.2	Классические комбинаторные объекты	6	6					Коллоквиум по разделам №№ 1,2.
2.3	Методы перечисления	6	6					Контрольная работа №2.
3	Графы	8	8					

3.1	Начальные понятия	2	2					Отчеты по домашним практическим упражнениям с их устной защитой.
3.2	Двудольные графы и деревья	1	1					Опрос. Отчеты по домашним практическим упражнениям с их устной защитой.
3.3	Плоские и планарные графы	2	2					Опрос. Отчеты по домашним практическим упражнениям с их устной защитой.
3.4	Обходы графов	1	1					Опрос. Отчеты по домашним практическим упражнениям с их устной защитой.
3.5	Раскраски	2	2					Контрольная работа №3.
4	Формальные грамматики и языки	2	4					
4.1	Иерархия грамматик и языков	1	2					Опрос. Отчеты по домашним практическим упражнениям с их устной защитой.
4.2	Приложения грамматик	1	2					Дискуссия. Отчеты по домашним практическим упражнениям с их устной защитой.

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Перечень основной литературы

1. Ерусалимский, Я. М. Дискретная математика. Теория и практикум : учебник / Я. М. Ерусалимский. - Санкт-Петербург ; Москва ; Краснодар : Лань, 2018. – 472 с. – Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. – URL: <https://e.lanbook.com/book/212897>.
2. Задачи и упражнения по математической логике, дискретным функциям и теории алгоритмов / М. М. Глухов, О. А. Козлитин, В. А. Шапошников, А. Б. Шишков. - 3-е изд., стер. - Санкт-Петербург ; Москва ; Краснодар : Лань, 2022. – 112 с. – Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/247400>.
3. Игнатьев, А. В. Теория графов. Лабораторные работы: учебное пособие для студентов, обучающихся по направлению подготовки «Информационные системы и технологии» / А. В. Игнатьев. – 1-е изд. – Санкт-Петербург : Лань, 2022 – 64 с. – URL: <https://ibooks.ru/bookshelf/354021>.
4. Лекции по теории графов : учебное пособие для студ., обуч. по спец. "Математика" и "Прикладная математика" / В. А. Емеличев [и др.]. – Изд. стер. – Москва : URSS : ЛЕНАНД, 2021. – 383 с.
5. Поттосин, Ю. В. Основы дискретной математики и теории алгоритмов : учебно-методическое пособие для специальности 1-40 05 01 "Информационные системы и технологии (по направлениям)" / Ю. В. Поттосин, Т. Г. Пинчук, С. А. Поттосина ; М-во образования Республики Беларусь, БГУИР, Инженерно-экономический факультет, Кафедра экономической информатики. – Минск : БГУИР, 2021. – 121 с.

Перечень дополнительной литературы

1. Авдошин, С. М. Дискретная математика. Формально-логические системы и языки / С. М. Авдошин, А. А. Набебин ; [науч. ред. В. А. Захаров]. – Москва : ДМК Пресс, 2018. - 389 с. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1027772>.
2. Алексеев, В. Е. Графы и алгоритмы. Структуры данных. Модели вычислений / В. Е. Алексеев, В. А. Таланов. – М.: Бином, 2012. – 320 с.
3. Верещагин, Н. К. Лекции по математической логике и теории алгоритмов (в трех частях) / Н. К. Верещагин, А. Х. Шень. – М.: МЦНМО, 2012.
4. Гладкий, А. В. Введение в современную логику. Учебное пособие / А. В. Гладкий. – М.: Либроком, 2016. – 238 с.
5. Глухов, М. М. Математическая логика. Дискретные функции. Теория алгоритмов / М. М. Глухов, А. Б. Шишков. – Спб.: Лань, 2012. – 416 с.
6. Громкович, Ю. Теоретическая информатика. Введение в теорию автоматов, теорию вычислимости, теорию сложности, теорию алгоритмов, рандомизацию, теорию связи и криптографию / Ю. Громкович. – Спб.: БХВ-Петербург, 2010. – 338 с.

7. Грэхем, Р. Конкретная математика. Математические основы информатики / Р. Грэхем, Д. Кнут, О. Паташник. – М.: Вильямс, 2016. – 784 с.
8. Гэри, М. Вычислительные машины и труднорешаемые задачи / М. Гэри, Д. Джонсон. – М.: Книга по Требованию, 2012. – 420 с.
9. Емеличев, В. А., Зверович, И. Э., Мельников, О. И и др. Теория графов в задачах и упражнениях. / В. А. Емеличев и др. – Москва: Лаиброком, 2013. – 416 с.
10. Зуев, Ю. А. По океану дискретной математики: учебное пособие в двух частях / Ю. А. Зуев. – М.: Ленанд, 2017.
11. Зюзьков, В. М. Введение в математическую логику : учебное пособие / В. М. Зюзьков. - Изд. 2-е, испр. - Санкт-Петербург ; Москва ; Краснодар : Лань, 2018. - 265 с.- URL: <https://e.lanbook.com/book/213008>.
12. Игошин, В. И. Теория алгоритмов: учеб. пособие / В. И. Игошин. – М.: ИНФРА-М, 2016. – 318 с.
13. Игошин, В. И. Математическая логика и теория алгоритмов. Сборник задач. Учебное пособие / В. И. Игошин. – М.: Инфра-М, 2017. – 392с.
14. Когабаев, Н. Т. Лекции по теории алгоритмов: Учебное пособие / Н. Т. Когабаев. – Новосибирск: НГУ, 2009. – 107 с.
15. Крупский, В.Н. Введение в сложность вычислений / В. Н. Крупский. – М.: Факториал Пресс, 2006. – 128 с.
16. Крупский, В. Н. Теория алгоритмов / В. Н. Крупский, В. Е. Плиско. – М.: Academia, 2009. – 208 с.
17. Кудрявцев, В. Б. Теория автоматов. Учебник / В. Б. Кудрявцев, С. В. Алешин, А. С. Подколзин. – М.: Юрайт, 2017. – 320 с.
18. Марченков, С. С. Конечные автоматы / С. С. Марченков. – М.: Физматлит, 2008. – 56 с.
19. Мозговой, М. В. Классика программирования: алгоритмы, языки, автоматы, компиляторы. Практический подход / М. В. Мозговой. – СПб.: Наука и Техника, 2006. – 320 с.
20. Новиков, Ф. А. Дискретная математика : для бакалавров и магистров : учебник для студ. вузов, обуч. по напр. подготовки "Системный анализ и управление" / Ф. А. Новиков. — 3-е изд. — Санкт-Петербург [и др.] : Питер, 2017. – 493с. –URL: <https://ibooks.ru/bookshelf/354021>.
21. Папшев, С. В. Дискретная математика. Курс лекций для студентов естественнонаучных направлений подготовки : учебное пособие / С. В. Папшев. - Санкт-Петербург ; Москва ; Краснодар : Лань, 2019. - 189 с. - URL: <https://e.lanbook.com/book/206210>
22. Пентус, А. Е. Математическая теория формальных языков: Учебное пособие / А. Е. Пентус, М. Р. Пентус. – М.: Бином, 2012. – 247 с.
23. Писарук, Н. Н. Сложность вычислений и криптография / Н. Н. Писарук. – Мн.: БГУ, 1999. – 230 с.
24. Рейуорд-Смит, В. Дж. Теория формальных языков: вводный курс / В. Дж. Рейуорд-Смит. – М.: Радио и связь, 1988. – 128 с.

25. Хопкрофт, Дж. Э. Введение в теорию автоматов, языков и вычислений / Дж. Э. Хопкрофт, Р. Мотвани, Дж. Ульман. – М.: Вильямс/Диалектика, 2019. – 528 с.
26. Яблонский, С. В. Введение в дискретную математику. Учебное пособие для вузов. /С. В. Яблонский — 6-е изд.— М.: Высшая школа, 2010. — 38 с.

Перечень рекомендуемых средств диагностики и методика формирования итоговой отметки

Объектом диагностики компетенций студентов являются знания, умения, полученные ими в результате изучения учебной дисциплины. Выявление учебных достижений студентов осуществляется с помощью мероприятий текущего контроля и промежуточной аттестации.

Для диагностики компетенций в рамках учебной дисциплины рекомендуется использовать следующие формы:

1. Устная форма: опрос, собеседование, дискуссия, коллоквиум.
2. Письменная форма: контрольные работы.
3. Устно-письменная форма: отчеты по домашним упражнениям с их устной защитой.
4. Техническая форма: электронные тесты.

В качестве рекомендуемых технических средств диагностики используется Образовательная платформа Insight Runner (www.acm.bsu.by), а также обучение, организованное на платформе Moodle (<https://edufpmi.bsu.by>).

Формой промежуточной аттестации по дисциплине «Дискретная математика» учебным планом предусмотрен – **экзамен**.

При формировании итоговой отметки используется рейтинговая система оценки знаний студента, дающая возможность проследить и оценить динамику процесса достижения целей обучения.

Рейтинговая система предусматривает использование весовых коэффициентов в ходе проведения контрольных мероприятий текущей аттестации.

Примерные весовые коэффициенты, определяющие вклад текущей аттестации в отметку при прохождении промежуточной аттестации:

Формирование отметки за текущую аттестацию:

- отчет по домашним упражнениям с их устной защитой – 40 %;
- выполнение теста – 10%;
- контрольные работы – 30 %;
- коллоквиум – 20 %.

Итоговая отметка по дисциплине рассчитывается на основе отметки текущей аттестации (рейтинговой системы оценки знаний) – 40% и экзаменационной отметки – 60%.

Примерная тематика практических занятий

1-й семестр

Высказывания и предикаты

Занятие 1. Высказывания и операции над ними. Формулы логики высказываний и их таблицы истинности.

Занятие 2. Логическое следование.

Занятие 3. Предикаты и операции над ними. Классификация предикатов. Формулы логики предикатов и их интерпретация.

Комбинаторный анализ

Занятие 4. Множество. Операции над множествами. Теоретико-множественные тождества.

Занятие 5. Бинарные отношения и отображения. Основные типы отображений. Отношение эквивалентности.

Занятие 6-7. Размещения и сочетания. Бином Ньютона.

Занятие 8. Биномиальные тождества. Полиномиальная теорема.

Занятие 9. Формула включений-исключений.

Занятие 10. Производящие функции.

Занятие 11. Рекуррентные соотношения и методы их решения.

Графы

Занятие 12. Графы и операции над ними. Степенные последовательности графов. Изоморфизм графов.

Занятие 13. Маршруты, цепи и циклы графа. Связность графа.

Занятие 14. Двудольные графы и деревья. Планарность графа.

Занятие 15. Эйлеровы и гамильтоновы графы. Вершинная раскраска и хроматическое число графа.

Формальные грамматики и языки

Задание 16-17. Алфавиты, цепочки, языки. Порождающая грамматика. Иерархия грамматик Хомского.

Рекомендуемая тематика контрольных работ и коллоквиума:

1. Контрольная работа № 1 «Логика предикатов. Приложения математической логики».

2. Контрольная работа № 2 «Основные правила комбинаторики. Размещения, сочетания, перестановки. Производящие функции, рекуррентные соотношения».

3. Контрольная работа № 3. «Задачи теории графов».

4. Коллоквиум «Логика высказываний. Логика предикатов. Основы теории множеств. Комбинаторный анализ».

Примерные варианты контрольных работ:

«Логика высказываний»

1. Какие из следующих предложений являются высказываниями? Укажите истинностные значения тех, которые являются высказываниями.
 - а) Гомель – город Беларуси;
 - б) Посторонним вход воспрещен!
 - в) Который час?
 - г) $2 + 3 = 6$;
 - д) Минск – самый красивый город в мире;
 - е) $4 + x = 10$.
2. Запишите отрицания следующих высказываний, не используя языковую конструкцию «не верно, что ... »:
 - а) У Василя есть мобильный телефон;
 - б) Река Припять впадает в Днепр;
 - в) Лето в Минске солнечное и жаркое;
 - г) Если $2 + 2 = 5$, то Минск – столица Беларуси.
3. Из двух высказываний $A =$ «Река Припять впадает в реку Днепр» и $B =$ «Город Пинск находится на территории Полесья» сформируйте и запишите составные высказывания $A \vee B$, $A \cdot B$, $A \rightarrow B$, $A \sim B$, укажите их истинностные значения.
4. Запишите таблицу истинности для следующей формулы логики высказываний: $\overline{(A \rightarrow B)} \vee (A \sim \bar{B} \cdot C)$.
5. Выясните является ли формула логики высказываний $\overline{(A \rightarrow B \cdot C)} \vee (\bar{B} \sim C)$ выполнимой, тавтологией и противоречием? Ответ обоснуйте.
6. Выясните, верна ли следующая равносильность логики высказываний:
$$A \cdot (B \sim C) \equiv (A \cdot B) \sim (A \cdot C)?$$

Ответ обоснуйте.

7. Используя равносильные преобразования упростите формулу логики высказываний $((A \rightarrow B) \vee (A \vee \bar{B})) \sim A \cdot B$.
8. Докажите, что справедливо следующее логическое следование, используя определение этого понятия:
$$(A \rightarrow C) \cdot B \models (A \vee \bar{B}) \rightarrow C.$$
Верно ли следование в обратную сторону? Ответ обоснуйте.
9. Используя закон контрапозиции докажите следующее утверждение относительно двух натуральных чисел m и n : если m, n – нечетные числа, то их произведение – нечетное число.

«Логика предикатов»

1. На языке логики предикатов запишите определение предела последовательности: число $a = \lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ называется пределом последовательности (a_n) , если для любого $\varepsilon > 0$ существует натуральное число n_ε , зависящее от ε , такое, что для любого натурального числа $n > n_\varepsilon$ имеет место неравенство $|a_n - a| < \varepsilon$.

2. Пусть $P(x)$ – предикат, определенный на множестве $M = \{-3, 0, 1, 2, 3, 9\}$. Выразите следующие высказывания, не употребляя кванторов и используя из операций только конъюнкцию, дизъюнкцию и отрицание:

а) $\exists xP(x)$;

б) $\forall xP(x)$;

в) $\forall x((x \neq 1) \rightarrow P(x))$;

г) $\exists x((x \geq 0) \cdot P(x))$.

3. Укажите зоны действия кванторов, перечислите предикатные переменные, связанные и свободные предметные переменные формулы логики предикатов

$$\forall x(P(x) \rightarrow \exists y(Q(y, z) \vee R)).$$

4. Снимите отрицание над кванторами $\exists x(\overline{\forall yP(x, y) \rightarrow \exists zQ(z)})$.

5. Методом математической индукции докажите, что для любого натурального числа n сумма $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3$ является точным квадратом.

6. Используя математическую индукцию, докажите для целого $n \geq 1$, что

$$\sum_{k=1}^n \frac{k^2}{(2k-1)(2k+1)} = \frac{n(n+1)}{2(2n+1)}$$

7. Придайте формуле логики предикатов

$$\forall x \forall y (P(x) \cdot P(y) \cdot R(x, y) \rightarrow (x = y))$$

интерпретацию $P(x) = \langle x - \text{составное число} \rangle$, $R(x, y) = \langle x \text{ делится на } y \rangle$, x и y – натуральные числа; определите истинностное значение получившегося в результате высказывания.

8. Докажите, что формула логики предикатов

$$\left(\forall x (P(x) \rightarrow \overline{Q(x)}) \right) \rightarrow \overline{((\forall x P(x)) \cdot (\exists x Q(x)))}$$

является тавтологией логики предикатов.

9. Докажите равносильность логики предикатов

$$\overline{\exists x \forall y P(x, y)} \equiv \forall x \exists y \overline{P(x, y)}.$$

10. Используя равносильные преобразования приведите формулу логики предикатов

$$\left(\forall x (P(x) \rightarrow Q(x)) \right) \rightarrow \left((\exists x P(x)) \rightarrow (\exists y Q(y)) \right)$$

к нормальной форме.

«Приложения математической логики»

1. Решить следующую логическую задачу с помощью сведения к системе логических уравнений. По обвинению в ограблении перед судом предстали A, B, C и D . Установлено следующее:

а) если A не виновен или B виновен, то C виновен;

б) если A не виновен, то C виновен;

в) не верно, что если C не виновен, то D виновен.

Кто виновен?

2. Реализовать следующие формулы логики высказываний в виде релейно-контактных схем:

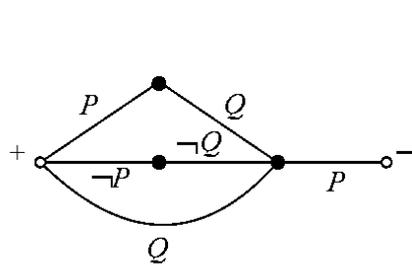
а) $(A \cdot B) \vee \bar{C}$;

б) $(\bar{A} \cdot \bar{B}) \vee (C \cdot D)$;

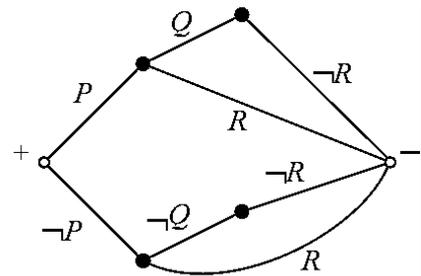
в) $(A \cdot B) \vee (B \cdot C) \vee (A \cdot C)$;

г) $(A \vee B \vee C) \cdot (\bar{A} \vee \bar{B} \vee \bar{C})$.

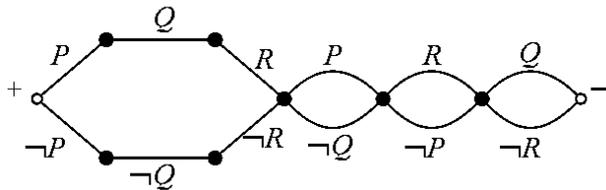
3. Упростите следующие релейно-контактные схемы:



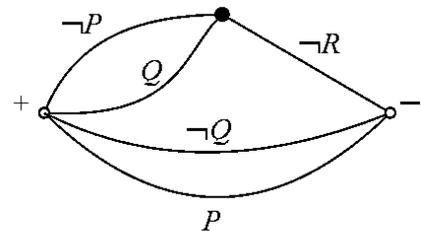
а)



б)



в)



г)

4. Докажите, что из истинных посылок

а) все студенты ФПМИ изучают дисциплину «Дискретная математика и математическая логика»;

б) Василий – студент ФПМИ;

следует истинность заключения – Василий изучает дисциплину «Дискретная математика и математическая логика».

5. Командир осажденной крепости послал следующие три сообщения:

а) если нам удастся получить продовольствие, то нам не будет угрожать смерть от голода;

б) если нам не удастся получить продовольствие, то нам или будет угрожать смерть от голода, или мы попытаемся прорвать кольцо окружения;

в) если нам будет угрожать смерть от голода, то мы попытаемся прорвать кольцо окружения.

Покажите, как можно упростить эти сообщения, не меняя их смысла.

«Множества. Отображения. Отношения.»

Рекуррентные соотношения»

1. Проверьте для произвольных множеств, что $(A \cap B) \cup (C \cap D) = (A \cup C) \cap (B \cup C) \cap (A \cup D) \cap (B \cup D)$
2. Следующее утверждение для произвольных множеств докажите или опровергните $(\neg A \cap B) \cup (\neg B \cap A) \subseteq B$.
3. Докажите следующее теоретико-множественное тождество $(A \setminus B) \times C = (A \times C) \setminus (B \times C)$.
4. Выясните какие из следующих функций являются инъективными (сюръективными, биективными):
 - a) $x \rightarrow 1 + x$;
 - б) $x \rightarrow 1 + x^2$;
 - в) $x \rightarrow 1 + x^3$;
 - г) $x \rightarrow 1 + x^2 + x^3$?Ответ обоснуйте.
5. Отображение $f: R^2 \rightarrow R$ по правилу $f(x, y) = y - x$. Найти образ $[1, 2] \times [3, 7]$.
6. Найти декартов квадрат и декартов куб множества $A_1 = \{4, 5, 6\}$. Для множеств $A_1 = \{4, 5, 6\}$ и $A_2 = \{5, 6, 7\}$ построить бинарное отношение $R_1 \subset A_1^2$ по правилу: первый элемент больше второго. Задать это отношение всеми возможными способами: перечислением, стрелочной диаграммой и матрицей бинарного отношения. Найти обратное отношение R_1^{-1} и композицию $R_1 \circ R_1^{-1}$ для каждого из способов задания бинарного отношения. Построить бинарное отношение $R_2 \subset A_2^2$ по правилу: первый элемент больше или равен второму. Для отношений R_1 и R_2 проверить выполнение алгебраических свойств: $(R_1 \circ R_2)^{-1} = R_2^{-1} \circ R_1^{-1}$; $(R_1 \circ R_2)^{-1} = R_1^{-1} \circ R_2^{-1}$; $(R_1^{-1})^{-1} = R_1$. Пусть $A = \{4, 5, 6, 7\}$ и $R = \{(4, 5); (4, 6); (5, 4); (5, 5); (5, 7); (6, 4); (6, 6); (6, 7)\}$. Определить систему классов эквивалентности множества A по отношению к R .
7. Найдите композиции $\rho \circ \varphi$, $\varphi \circ \rho$, где R - множество вещественных чисел и $\rho = \{(x, y) \in R \times R \mid x + y = 0\}$, $\varphi = \{(x, y) \in R \times R \mid x \cdot y < 0\}$.
8. Докажите, что если \sim – отношение эквивалентности на некотором множестве X , то \sim – тоже отношение эквивалентности на X .
9. Для бинарного отношения $x \rho y \Leftrightarrow \langle x^2 + y^2 = 1 \rangle$, определенного на множестве R вещественных чисел, выясните, какими свойствами оно обладает (рефлексивность, симметричность, антисимметричность, транзитивность) и какими не обладает.
10. Найдите отношения ρ^{-1} , $\rho \circ \rho$, $\rho^{-1} \circ \rho^{-1}$ Для бинарного отношения $x \rho y \Leftrightarrow \langle x \text{ и } y \text{ имеют общий делитель } > 1 \rangle$, определенного на множестве положительных целых чисел.

«Комбинаторный анализ»

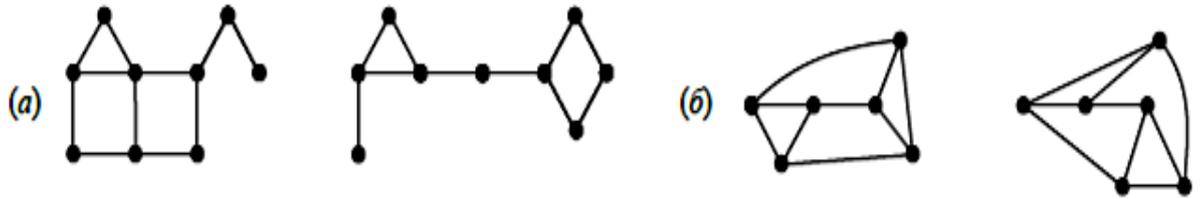
1. В магазине продается апельсиновый, виноградный, персиковый и яблочный сок. Необходимо купить семь пакетов сока. Сколькими способами это можно сделать?
2. Сколько n -значных натуральных чисел содержат ровно одну цифру 0? Сколько слов можно составить из пяти букв А и не более чем трех букв Б?
3. Сколькими способами можно собрать бригаду из трех маляров и четырех штукатуров, если имеется шесть маляров и восемь штукатуров?
4. В почтовом отделении продаются открытки 8 видов. Сколькими способами можно купить в нем 15 открыток.
5. Сколько существует натуральных решений уравнения $x+y+z=8$?
6. Докажите, что

$$C_{2n}^1 + C_{2n}^3 + \dots + C_{2n}^{2n-1} = 2^{2n-1}.$$

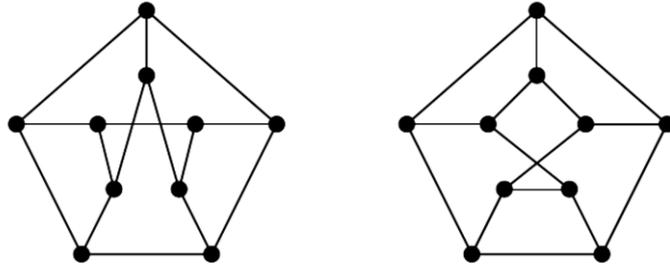
7. В вузе N студенты в первую сессию сдавали три экзамена. По окончании сессии староста подал в деканат следующие сведения о студентах группы: «В группе учится 28 человек. Каждый студент группы получил пятерку хотя бы по одному предмету. По математике получили пятерки 12 человек, по информатике – 13, по физике – 15, ровно по двум предметам – 9, по всем трем предметам – 2». Проанализировав данные, декан нашел, что они противоречивы и попросил старосту переделать отчет. В чем состоит противоречивость данных?
8. Найдите замкнутую форму производящей функции для последовательности $a_n = n\alpha^n$.
9. Найдите y_n , если $y_{n+2} = 2y_{n+1} + y_n$ и $y_0 = 0, y_1 = 1$.
10. Составить экспоненциальную производящую функцию решения следующей задачи. Сколько последовательностей длины n можно сформировать из чисел из отрезка $[2, 8]$, если должно быть не менее четырех цифр 3, нечетное количество цифр 4, не более пяти остальных цифр?

«Графы»

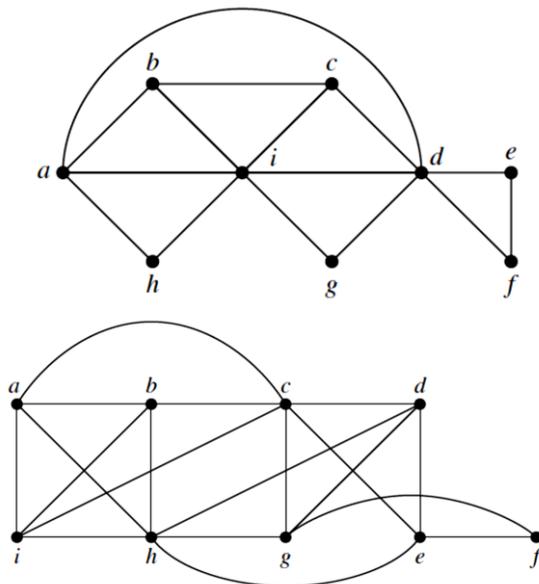
1. Верно ли следующее утверждение: если в графе имеется ровно две вершины нечетной степени, то существует цепь, соединяющая их? Ответ обоснуйте.
2. Верно ли, что любой $(9, 29)$ -граф является связным? Ответ обоснуйте.
3. Верно ли, что дерево является двудольным графом? Ответ обоснуйте.
4. Является ли последовательность $d = (5, 4, 3, 3, 2, 2, 2, 1)$ графической? В случае положительного ответа изобразите граф, последовательность степеней вершин которого совпадает с d .
5. Среди изображенных ниже пар графов, найдите пару изоморфных и пару неизоморфных графов. Ответ обоснуйте.



6. Определите являются ли графы, изображенные ниже, двудольными?

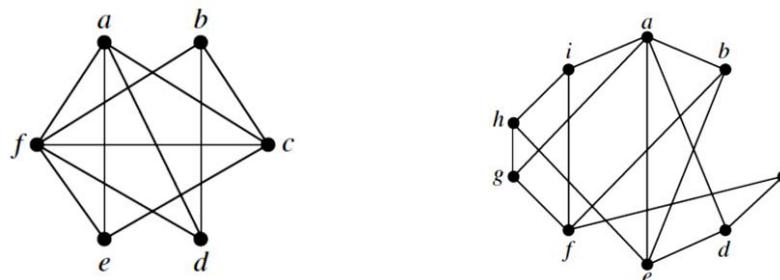


7. Определите являются ли графы, изображенные ниже, эйлеровыми. Для эйлеровых графов найдите эйлеров цикл.

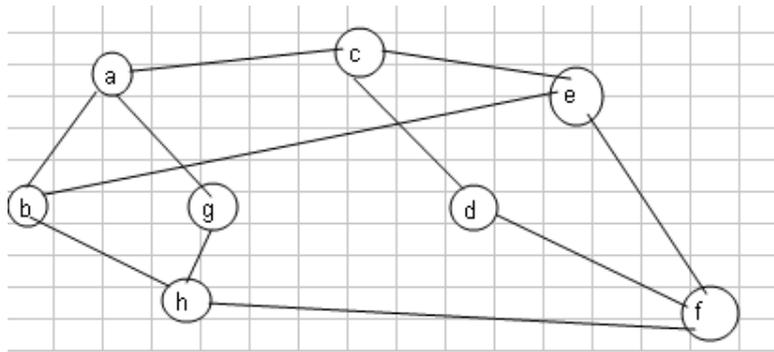


8. Сколько существует различных гамильтоновых циклов в полном графе K_n порядка n ? Ответ обоснуйте.

9. Определите являются ли графы, изображенные ниже, планарными? Для планарных графов изобразите соответствующую плоскую укладку.



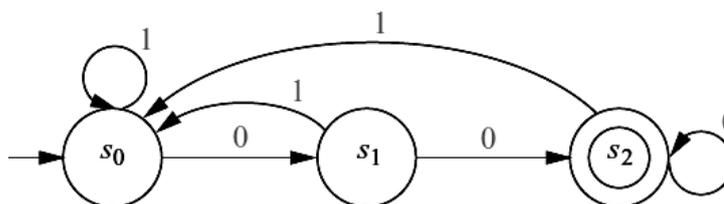
10. Найдите хроматическое число и хроматический многочлен графа



«Формальные языки и грамматики.

Алгоритмические модели»

1. Определите какой язык распознает ДКА, изображенный на рисунке?



2. Постройте ДКА, который распознает последовательности нулей и единиц, начинающиеся с 00.

3. Пусть $\Gamma = (V = \{0,1\}, W = \{J\}, J, R = \{J \rightarrow \varepsilon, J \rightarrow 0J, J \rightarrow J1\})$. Покажите, что язык этой грамматики $L(\Gamma) = \{0^n 1^m : n, m \in \mathbb{N} \cup \{0\}\}$.

Описание инновационных подходов и методов к преподаванию учебной дисциплины

При организации образовательного процесса используются следующие методы:

- **метод учебной дискуссии**, который предполагает участие студентов в целенаправленном обмене мнениями, идеями для предъявления и/или согласования существующих позиций по определенной проблеме. Использование метода обеспечивает появление нового уровня понимания изучаемой темы, применение знаний (теорий, концепций) при решении проблем, определение способов их решения.

- **метод группового обучения**, который представляет собой форму организации учебно-познавательной деятельности обучающихся, предполагающую функционирование разных типов малых групп, работающих как над общими, так и специфическими учебными заданиями.

В качестве технических средств для организации работы в рамках учебной дисциплины рекомендуется использовать Образовательную платформу Insight Runner (www.acm.bsu.by), Образовательный портал БГУ

(<https://edufpmi.bsu.by>) – инструмент с эффективной функциональностью контроля, тренинга и самостоятельной работы.

Методические рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся

Для организации самостоятельной работы студентов по учебной дисциплине следует использовать современные информационные ресурсы: разместить на образовательном портале комплекс учебных и учебно-методических материалов (учебно-программные материалы, учебное издание для теоретического изучения дисциплины, методические указания к практическим занятиям, материалы текущего контроля и промежуточной аттестации, позволяющие определить соответствие учебной деятельности обучающихся требованиям образовательных стандартов высшего образования и учебно-программной документации, в т.ч. вопросы для подготовки к экзамену, задания, тесты, вопросы для самоконтроля и др., список рекомендуемой литературы, информационных ресурсов и др.).

Примерный перечень вопросов к экзамену

1. Высказывание. Логические операции над высказываниями.
2. Формула логики высказываний. Таблица истинности формулы логики высказываний. Выполнимые, тождественно-истинные и тождественно-ложные формулы логики высказываний. равносильные формулы логики высказываний.
3. Теорема о подстановке формулы вместо переменной. Теорема о замене подформулы на равносильную ей.
4. Логическое следование. Теорема о логическом следствии. Правила следования.
5. Понятие n -местного предиката. Множество истинности предиката. Выполнимые, тождественно-истинные и тождественно-ложные предикаты. равносильные предикаты.
6. Операции над предикатами. Формула логики предикатов. Интерпретация формулы логики предикатов на множестве.
7. Формула логики предикатов. Выполнимые, тождественно-истинные, тождественно-ложные на множестве формулы логики предикатов.
8. Формула логики предикатов. Общезначимые формулы логики предикатов. Проблемы разрешения для общезначимости и выполнимости формул логики предикатов.
9. Формула логики предикатов. Приведенная и нормальная формы для формул логики предикатов.
10. Множества, способы задания множеств. Подмножества и их свойства. Операции над множествами.

11. Декартово произведение множеств. Число элементов в декартовом произведении множеств.

12. Отображение. Инъективные, сюръективные и биективные отображения.

13. Отображение. Композиция отображений. Обратные отображения.

14. Равномощные множества. Счетные и несчетные множества.

Примеры.

15. Бинарное отношение. Операции над бинарными отношениями. Отношение эквивалентности. Классы эквивалентности и их представители.

16. Основные правила комбинаторики (правило сложения, правило умножения, биективное правило). Размещения и сочетания (с повторениями и без повторений) из n элементов по k элементам.

17. Размещения и сочетания (с повторениями и без повторений) из n элементов по k элементам. Число размещений с повторениями из n элементов по k элементам.

18. Размещения и сочетания (с повторениями и без повторений) из n элементов по k элементам. Число размещений без повторений из n элементов по k элементам. Число перестановок элементов n -элементного множества.

19. Размещения и сочетания (с повторениями и без повторений) из n элементов по k элементам. Число сочетаний без повторений из n элементов по k элементам.

20. Размещения и сочетания (с повторениями и без повторений) из n элементов по k элементам. Число сочетаний с повторениями из n элементов по k элементам.

21. Бином Ньютона. Свойства биномиальных коэффициентов.

22. Полиномиальная формула.

23. Формула включений и исключений и ее приложения.

24. Линейные однородные рекуррентные соотношения k -го порядка с постоянными коэффициентами. Теорема о решении линейного однородного рекуррентного соотношения второго порядка.

25. Линейные однородные рекуррентные соотношения k -го порядка с постоянными коэффициентами. Теорема о решении линейного однородного рекуррентного соотношения k -го порядка (без доказательства).

26. Производящие функции. Операции над производящими функциями. Решение рекуррентных соотношений методом производящих функций.

27. Граф. Смежные вершины и смежные ребра. Окружение и степень вершины. Простейшие графы специального вида.

28. Матрицы графа. Лемма «о рукопожатиях».

29. Графическая последовательность целых неотрицательных чисел. Критерий графичности последовательности. Алгоритм распознавания графических последовательностей.

30. Помеченные графы. Число помеченных графов заданного порядка. Изоморфизм графов.

31. Открытые и замкнутые маршруты, цепь, простая цепь, цикл, простой цикл. Связный граф и компоненты связности графа. Теорема о представлении графа в виде дизъюнктного объединения его компонент связности.

32. Расстояние между вершинами. Эксцентриситет вершин графа. Радиус и диаметр графа. Соотношение, связывающее радиус и диаметр графа.

33. Двудольный граф. Критерий двудольности графа.

34. Дерево. Эквивалентные определения дерева.

35. Теорема Кэли о числе помеченных деревьев заданного порядка.

36. Плоские и планарные графы. Грани плоского графа. Формула Эйлера.

37. Плоские и планарные графы. Грани плоского графа. Гомеоморфные графы. Критерий планарности Понтрягина-Куратовского (без доказательства).

38. Эйлеровы графы. Критерий эйлеровости графа. Алгоритм построения эйлерова цикла в эйлеровом графе.

39. Гамильтоновы графы. Необходимые и достаточные условия гамильтоновости графа.

40. Правильная раскраска графа и хроматическое число графа.

41. Порождающая грамматика и ее язык. Классы порождающих грамматик и их языки.

42. Детерминированные и недетерминированные конечные автоматы.

43. Леммы о «накачке» для A-языков и КС-языков.

ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УВО

Название учебной дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
1. Алгоритмы и структуры данных	Кафедра интеллектуальных систем	нет	Изменений не требуется (протокол № 16 от 05.05.2023 г.)

**ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ ПО
ИЗУЧАЕМОЙ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ**

на ____ / ____ учебный год

№ п/п	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры
_____ (протокол № ____ от _____ 202_ г.)

Заведующий кафедрой

УТВЕРЖДАЮ
Декан факультета
