

Белорусский государственный университет

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе и
образовательным инновациям

О.Г. Прохоренко

«05» июля 2023 г.

Регистрационный № УД – 12463/уч.

**КОНСТРУКТИВНЫЕ МЕТОДЫ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ
И НАБЛЮДЕНИЯ**

**Учебная программа учреждения высшего образования
по учебной дисциплине для специальности:**

1-31 03 03 Прикладная математика (по направлениям)

Направление специальности

1-31 03 03-01 Прикладная математика
(научно-производственная деятельность)

2023 г.

Учебная программа составлена на основе ОСВО 1-31 03 03-2021, типового учебного плана №G 31-1-026/пр.-тип. от 30.06.2021 и учебных планов БГУ №G 31-1-030/уч. от 30.06.2021, №G 31-1-022/уч. ин. от 23.07.2021.

СОСТАВИТЕЛЬ:

Н.М. Дмитрук, заведующий кафедрой методов оптимального управления Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент.

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

О.И. Костюкова, главный научный сотрудник отдела математической теории систем Государственного научного учреждения «Институт математики Национальной академии наук Беларуси», доктор физико-математических наук, профессор;

И.К. Асмыкович, доцент кафедры высшей математики Белорусского государственного технологического университета, кандидат физико-математических наук, доцент

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой методов оптимального управления БГУ
(протокол № 10 от 24.05.2023 г.)

Научно-методическим советом БГУ
(протокол № 9 от 29.06.2023 г.)

Заведующий кафедрой методов
оптимального управления
Белорусского государственного университета,
кандидат физико-математических наук, доцент

Н.М. Дмитрук

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Учебная дисциплина «Конструктивные методы оптимального управления и наблюдения» знакомит студентов с современными методами численного решения задач оптимального управления детерминированными и недетерминированными системами, связанными с последними задачами оптимального наблюдения, принципом управления в реальном времени для построения реализаций оптимальных обратных связей. Основное внимание в учебной дисциплине уделяется программным реализациям изучаемых методов и решению прикладных задач динамической оптимизации. Рассматриваются как непрерывные, так и дискретные динамические системы.

Цели и задачи учебной дисциплины

Цели учебной дисциплины «Конструктивные методы оптимального управления и наблюдения»:

1. формирование и развитие практико-ориентированной компетентности, позволяющей использовать полученные знания для решения задач в сфере профессиональной и социальной деятельности;
2. формирование логического мышления, позволяющего грамотно анализировать получаемую информацию и делать соответствующие выводы для достижения желаемых результатов;
3. формирование навыков исследовательской и активной профессиональной деятельности, постановки задач, выработки и принятия решений;
4. формирование у студентов знаний, умений и навыков в области конструктивных методов оптимизации динамических систем;
5. демонстрация того, как изученные математические методы могут применяться при решении прикладных задач.

Задачи учебной дисциплины «Конструктивные методы оптимального управления и наблюдения»:

1. освоение базовых понятий, концепций, методов в области динамической оптимизации;
2. формирование представлений об эффективных методах решения и навыков обоснованного выбора наиболее подходящего алгоритма, учитывающего особенности предлагаемых задач;
3. практическое освоение программных средств решения задач оптимального управления и наблюдения.

Место учебной дисциплины в системе подготовки специалиста с высшим образованием.

Учебная дисциплина «Конструктивные методы оптимального управления и наблюдения» относится к **дисциплинам специализации** компонента учреждения высшего образования учебного плана специальности **1-31 03 03 Прикладная математика (по направлениям)** направление специальности 1-31 03 03-01 Прикладная математика (научно-производственная деятельность).

Связи с другими учебными дисциплинами, включая учебные дисциплины компонента учреждения высшего образования, дисциплины специализации и др.

Основой для изучения учебной дисциплины являются дисциплины модуля «Методы численного анализа», дисциплины: «Методы оптимизации», «Оптимизация статических систем», «Качественная теория оптимального управления». Сведения из дисциплины «Конструктивные методы оптимального управления и наблюдения» являются базовыми для изучения дисциплины специализации «Управление по прогнозирующей модели». Также служат базой для выполнения курсовых и дипломных работ.

Требования к компетенциям

Освоение учебной дисциплины «Конструктивные методы оптимального управления и наблюдения» должно обеспечить формирование следующих компетенций:

универсальная компетенция:

УК-2. Решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе применения информационно-коммуникационных технологий.

специализированная компетенция:

СК – 8. Строить и анализировать математические модели для задач принятия оптимальных решений в прикладных областях экономики, обосновать методы их теоретического исследования, включающие аппарат математического программирования, теории игр, вариационного исчисления, оптимального управления и упорядочения.

В результате изучения учебной дисциплины студент должен:

знать:

- основные методы построения программных решений задач оптимального управления дискретными и непрерывными системами;
- принципы управления динамическими системами, принцип управления в реальном времени;
- основные подходы к оптимальному управлению динамическими системами в условиях неопределенности;

уметь:

- формулировать прикладные задачи как задачи оптимального управления и обосновывать выбор метода их решения;
- применять методы решения на практике и анализировать полученные результаты;
- реализовывать программно основные алгоритмы оптимального управления;

владеть:

- современными методами решения и анализа задач оптимального управления и наблюдения;
- средствами и инструментами Matlab, CXV, CasADi для моделирования и численного решения задач динамической оптимизации.

Структура учебной дисциплины

Форма получения высшего образования – дневная (очная).

Дисциплина изучается в 6 семестре. Всего на изучение учебной дисциплины «Конструктивные методы оптимального управления и наблюдения» отведено:

– для очной формы получения высшего образования – 108 часов, в том числе 64 аудиторных часа, из них: лекции – 32 часа, лабораторные занятия – 30 часов, управляемая самостоятельная работа – 2 часа.

Трудоемкость учебной дисциплины 3 зачетных единицы.

Форма текущей аттестации – зачет.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Введение

Задачи динамической оптимизации и прикладные примеры из механики полета, робототехники, экономики, медицины. Историческая справка. Цели и задачи курса.

Раздел 1. Детерминированные задачи оптимального управления

Тема 1.1. Дискретные задачи оптимального управления

Формулировки дискретных задач оптимального управления линейными и нелинейными детерминированными системами. Методы решения дискретных задач оптимального управления. Динамическое программирование для дискретных задач: инвариантное погружение, функция Беллмана, принцип оптимальности, уравнение Беллмана. Дискретная задача оптимального управления как задача нелинейной оптимизации. Обзор методов численного решения задач математической оптимизации, применяемых в оптимальном управлении. Особенности использования, учет структуры ограничений при параллельном и последовательном подходах.

Тема 1.2. Непрерывные задачи оптимального управления

Классификация методов решения непрерывных задач оптимального управления: прямые и непрямые методы, сравнительный анализ. Динамическое программирование для непрерывных задач оптимального управления. Основные подходы к построению прямых методов: параметризация управления, параллельный и последовательный подходы, сравнение, обсуждение. Анализ условий Каруша-Куна-Таккера. Вычисление градиентов. Учет структуры задач оптимального управления. Методы Direct Single Shooting (DSS), Direct Multiple Shooting (DMS), Direct Collocation.

Тема 1.3. Реализация методов программного решения детерминированных задач оптимального управления

Программная реализация методов решения дискретных задач в Matlab. Программная реализация методов DSS, DMS с помощью стандартных функций Matlab, реализация с помощью CasADi, реализация SQP. Линейные и нелинейные задачи. Возможности применения пакета CVX для решения задач выпуклой статической оптимизации при решении динамических задач. Решение модельных и прикладных примеров, визуализация и анализ результатов.

Раздел 2. Оптимальное управление в реальном времени

Тема 2.1. Принцип управления в реальном времени

Управление по замкнутому контуру и оптимальная обратная связь. Анализ использования оптимальной обратной связи в конкретном процессе управления. Принцип управления в реальном времени и его применение к проблеме синтеза оптимальных систем. Реализация оптимальной обратной связи.

Тема 2.2. Оптимальный регулятор

Понятие оптимального регулятора. Алгоритм работы оптимального регулятора, реализующего оптимальную обратную связь в реальном времени. Требования к методу численного решения задач оптимального управления для использования в реализации оптимальных регуляторов.

Тема 2.3. Реализация алгоритма оптимального регулятора

Программная реализация алгоритма работы оптимального регулятора для линейных непрерывных систем. Эффективные методы коррекции оптимальных текущих программ. Исследование влияния возмущений, запаздываний в реализации оптимальной обратной связи, сравнение с динамическим программированием. Анализ недостатков классического подхода построения оптимальных обратных связей, обоснование задач оптимального гарантированного управления.

Раздел 3. Оптимальное управление в условиях неопределенности

Тема 3.1. Задачи оптимального гарантированного управления

Системы с возмущениями, типы помех. Понятие оптимального гарантирующего управления. Динамическое программирование в задачах с ограниченными возмущениями. Линейные задачи оптимального гарантированного управления, сведение к детерминированным задачам. Построение оптимальных гарантирующих программ и реализация оптимальных обратных связей в линейных задачах.

Тема 3.2. Задачи оптимального управления по неточным и неполным измерениям

Задачи оптимального управления с неопределенностью состояния. Множество возможных начальных состояний, измерительное устройство, неполные и неточные измерения, множество возможных текущих состояний. Оптимальное гарантированное управление по неполным и неточным измерениям в линейных терминальных задачах. Обоснование формулировки задач оптимального наблюдения.

Тема 3.3. Задачи оптимального наблюдения

Постановки задач оптимального наблюдения для линейных динамических систем. Априорное и апостериорное наблюдение. Понятие об оптимальном эстиматоре. Сведение к задачам линейного программирования. Функциональная форма задачи оптимального наблюдения. Программная реализация решения задач оптимального наблюдения. Оптимальное наблюдение при постоянно действующих регулярных и нерегулярных возмущениях.

Тема 3.4. Реализация алгоритма управления линейными системами по неполным и неточным измерениям их выходных сигналов

Программная реализация в Matlab алгоритма работы оптимального регулятора и оптимального эстиматора, реализующих оптимальную гарантирующую обратную связь по измерениям для линейных систем.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Очная форма получения высшего образования с применением дистанционных образовательных технологий (ДОТ)

Номер раздела, темы	Наименование раздела, темы	Количество аудиторных часов		Количество часов УСП	Форма контроля знаний
		Лекции	Лабораторные занятия		
	Введение	2			
1	Детерминированные задачи оптимального управления				
1.1	Дискретные задачи оптимального управления	4	2		Устный опрос. Решение задач
1.2	Непрерывные задачи оптимального управления	4	2		Устный опрос. Решение задач
1.3	Реализация методов программного решения детерминированных задач оптимального управления	4	8	2	Расчетно-графическое задание №1
2	Оптимальное управление в реальном времени				
2.1	Принцип управления в реальном времени	2			
2.2	Оптимальный регулятор	2	2		Устный опрос. Решение задач
2.3	Реализация алгоритма оптимального регулятора	2	4		Расчетно-графическое задание №2
3	Оптимальное управление в условиях неопределенности				
3.1	Задачи оптимального гарантированного управления	4	2		Устный опрос. Решение задач
3.2	Задачи оптимального управления по неточным и неполным измерениям	2	2		Устный опрос. Решение задач
3.3	Задачи оптимального наблюдения	4	4		Расчетно-графическое задание №3

3.4	Реализация алгоритма управления линейными системами по неполным и неточным измерениям их выходных сигналов	2	4		Контрольная работа
	Итого	32	30	2	

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Перечень основной литературы

1. Методы оптимизации : электронный учебно-методический комплекс для специальностей: 1-31 03 03 «Прикладная математика (по направлениям)»; 1-31 03 04 «Информатика»; 1-31 03 05 «Актуарная математика»; 1-31 03 06-01 «Экономическая кибернетика (по направлениям)», 1-98 01 01-01 «Компьютерная безопасность (по направлениям)» / В. В. Альсевич [и др.] ; БГУ, Фак. прикладной математики и информатики, Каф. методов оптимального управления. – Минск : БГУ, 2020. – 203 с. : ил., табл. – Библиогр.: с. 202–203.
2. Васильев Ф. Методы оптимизации / Ф. Васильев – М.: Litres, 2022.
3. Моисеев, Н.Н. Численные методы в теории оптимальных систем / Н.Н. Моисеев–URSS, 2020. – 424 с.
4. Gerdts M. Optimal control of ODEs and DAEs / M. Gerdts – Walter de Gruyter, 2023.

Перечень дополнительной литературы

5. Grune, L. Nonlinear model predictive control / L. Grune, J.Pannek– Springer London, 2017.
6. Rawlings, J.B. Model predictive control: theory, computation, and design /J.B. Rawlings, D.Q. Mayne, M.Diehl – Madison, WI : Nob Hill Publishing, 2017.
7. Betts, J.T. Practical methods for optimal control and estimation using nonlinear programming. – Siam, 2010.
8. Andersson, J. User Documentation for CasADi v3.4.0 // J. Andersson, J.Gillis, M. Diehl – 2018.
9. Andersson, J., Diehl M. Dynamic optimization with CasADi / J. Andersson, Åkesson J., M. Diehl // Decision and Control (CDC), 2012 IEEE 51st Annual Conference on. – IEEE, 2012. – P. 681-686.

Перечень используемых средств диагностики и методика формирования итоговой отметки

Текущая аттестация проводится в соответствии с Постановлением Министерства образования Республики Беларусь № 53 от 29 мая 2012 г. «Об утверждении Правил проведения аттестации студентов, курсантов, слушателей при освоении содержания образовательных программ высшего образования»; Положением о рейтинговой системе оценки знаний обучающихся по учебной дисциплине в Белорусском государственном университете (приказ ректора БГУ №189-ОД от 31.03.2020), Критериями оценки результатов учебной деятельности обучающихся в учреждениях высшего образования по десятибалльной шкале (Письмо Министерства образования Республики Беларусь от 28.05.2013 г. № 09-10/53-ПО).

Для диагностики компетенций используются следующие формы:

Устная форма:

– устный опрос;

Письменная форма:

– контрольная работа;

– расчетно-графические задания.

Устно-письменная форма:

– решение задач;

– зачет по учебной дисциплине.

На лекционных занятиях по учебной дисциплине «Конструктивные методы оптимального управления и наблюдения» предусматривается изложение теории с включением проблемного подхода к изучению отдельных тем.

Формой текущей аттестации по дисциплине «Конструктивные методы оптимального управления и наблюдения» учебным планом предусмотрен **зачет**.

При формировании итоговой отметки используется рейтинговая система оценки знаний студента, дающая возможность проследить и оценить динамику процесса достижения целей обучения. Рейтинговая система предусматривает использование весовых коэффициентов для текущего контроля знаний и текущей аттестации студентов по дисциплине.

Примерные весовые коэффициенты, определяющие вклад текущего контроля знаний в итоговую отметку:

Формирование отметки за текущую успеваемость:

– устный опрос – 10 %;

– расчетно-графические задания – 60 %;

– контрольная работа – 30 %.

Обучающийся допускается к зачету по учебной дисциплине при условии получения положительной (4 и выше) отметки текущей успеваемости по дисциплине.

Примерный перечень заданий управляемой самостоятельной работы студентов

Тема 1.3. «Реализация методов программного решения детерминированных задач оптимального управления».(2 ч)

Задание 1. Исследовать одну из следующих задач оптимального управления (по вариантам групповых заданий):

- минимизация времени прохождения трассы автомобилем,
- оптимальное управление в модели SIR (эпидемиология),
- оптимальное управление для модели экономического роста,
- оптимальный режим инсулинотерапии пациента с диабетом 1 типа,
- оптимальное управление маневрами летательных аппаратов.

Задание 2. Обосновать выбор метода и решить исследуемую задачу.

Задание 3. Визуализировать и проанализировать полученные результаты. Предложить направления для дальнейших исследований в выбранной прикладной области.

Форма контроля – расчетно-графическое задание №1.

Перечень используемых средств диагностики результатов управляемой самостоятельной работы студентов: расчетно-практические задания с использованием ЭВМ.

Описание инновационных подходов и методов преподавания учебной дисциплины

При организации образовательного процесса рекомендуется использовать перечисленные ниже методы.

Метод учебной дискуссии, который предполагает участие студентов в целенаправленном обмене мнениями, идеями для предъявления и/или согласования существующих позиций по определенной проблеме. Использование метода обеспечивает появление нового уровня понимания изучаемой темы, применение знаний (теорий, концепций) при решении проблем, определение способов их решения.

Метод группового обучения, который представляет собой форму организации учебно-познавательной деятельности обучающихся, предполагающую функционирование разных типов малых групп, работающих как над общими, так и специфическими учебными заданиями.

Методические рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся

Для обеспечения возможности самостоятельной работы при изучении теории и выполнении лабораторных заданий рекомендуется использовать изданные учебные пособия, размещенные в электронной библиотеке университета.

Для самоконтроля усвоения учебного материала рекомендуется использовать образовательный портал EDUFPMI, где размещены:

- учебно-методические материалы,
- учебные издания для теоретического изучения дисциплины,
- расчетно-графические задания и примеры их решений,
- материалы текущего контроля и текущей аттестации.

Примерный перечень вопросов к зачету

1. Методы решения дискретных задач оптимального управления: динамическое программирование.
2. Методы решения дискретных задач оптимального управления: последовательный подход.
3. Учет структуры ограничений при параллельном и последовательном подходах решения дискретных задач оптимального управления.
4. Классификация методов решения непрерывных задач оптимального управления: прямые и непрямые методы, сравнительный анализ.
5. Динамическое программирование для непрерывных задач оптимального управления.
6. Методы Direct Single Shooting (DSS), Direct Multiple Shooting (DMS), Direct Collocation. Сравнительный анализ.
7. Принцип управления в реальном времени и его применение к проблеме синтеза оптимальных систем.
8. Алгоритм работы оптимального регулятора, реализующего оптимальную обратную связь в реальном времени.
9. Понятие оптимального гарантирующего управления. Динамическое программирование в задачах с ограниченными возмущениями.
10. Линейные задачи оптимального гарантированного управления, сведение к детерминированным задачам.
11. Построение оптимальных гарантирующих программ и реализация оптимальных обратных связей в линейных задачах.
12. Оптимальное гарантированное управление по неполным и неточным измерениям в линейных терминальных задачах.
13. Обоснование формулировки задач оптимального наблюдения.
14. Априорное и апостериорное наблюдение. Понятие об оптимальном эстиматоре.

15. Функциональная форма задачи оптимального наблюдения.
16. Оптимальное наблюдение при постоянно действующих регулярных и нерегулярных возмущениях.

ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УВО

Название учебной дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола) ¹
Управление по прогнозирующей модели	Кафедра методов оптимального управления	нет	Изменения не требуются (протокол № 10 от 24.05.2023 г.)

ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ УВО
на ____ / ____ учебный год

№№ пп	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры
методов оптимального управления(протокол № ____ от _____ 20__ г.)

Заведующий кафедрой

доцент _____ Н.М. Дмитрук
(ученая степень, звание) (подпись) (И.О. Фамилия)

УТВЕРЖДАЮ

Декан факультета

доцент _____ Ю.Л. Орлович
(ученая степень, звание) (подпись) (И.О.Фамилия)