

ПРИМЕНЕНИЕ МОДЕЛИ ARFIMA-GARCH ДЛЯ ПОВЫШЕНИЯ ТОЧНОСТИ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ НА ФОНДОВЫХ РЫНКАХ

Р. В. Гарафутдинов¹⁾, Д. А. Патласов²⁾

¹⁾ кандидат экономических наук, доцент кафедры информационных систем и математических методов в экономике, Пермский государственный национальный исследовательский университет, г. Пермь, Россия, e-mail: rvgarafutdinov@gmail.com

²⁾ аспирант кафедры информационных систем и математических методов в экономике, Пермский государственный национальный исследовательский университет, г. Пермь, Россия, e-mail: dmitriypatlasov@gmail.com

В работе проверяется гипотеза о том, что применение модели ARFIMA-GARCH для сглаживания ряда доходностей финансового актива (на примере индекса S&P 500) позволяет повысить точность прогнозирования доходности при помощи статистических моделей (на примере ARIMA). Для обеспечения статистической значимости результатов исследования применяется метод скользящего окна. Получены следующие результаты: выдвинутая гипотеза подтверждается, обученная на сглаженных данных модель делает более точные прогнозы.

Ключевые слова: ARFIMA-GARCH; длинная память; финансовые временные ряды.

IMPROVING ACCURACY OF STOCK MARKET FORECASTING WITH ARFIMA-GARCH MODEL

R. V. Garafutdinov¹⁾, D. A. Patlasov²⁾

¹⁾ PhD in Economics, Associate Professor of the Department of Information Systems and Mathematical Methods in Economics, Perm State University, Perm, Russia, e-mail: rvgarafutdinov@gmail.com

²⁾ Postgraduate Student of the Department of Information Systems and Mathematical Methods in Economics, Perm State University, Perm, Russia, e-mail: dmitriypatlasov@gmail.com

The study examines the hypothesis that using the ARFIMA-GARCH model to smooth the returns of a financial asset (using the example of the S&P 500 stock index) improves the accuracy of return forecasting compared to statistical models (such as ARIMA). To ensure the statistical significance of the research results, the rolling window method is employed. The following results have been obtained: the proposed hypothesis is confirmed, because the model trained on smoothed data provides more accurate forecasts.

Keywords: ARFIMA-GARCH; long memory; financial time series.

Введение. В условиях всеобщей цифровизации, массового применения информационно-коммуникационных технологий во всех сферах общественной жизни и бурного развития аппаратных вычислительных мощностей не теряет своей актуальности задача моделирования и предсказания динамики фондовых рынков. Финансовые временные ряды обладают такими стилизованными фактами, как кластеризация волатильности, распределения с толстыми хвостами и наличие «длинной памяти» [4]. Популярным в среде исследователей (см., например, [1]) инструментом моделирования таких рядов, позволяющим учитывать эти особенности, является семейство статистических моделей GARCH. Существует модификация данной модели с длинной памятью – ARFIMA-GARCH: согласно некоторым исследованиям, она моделирует ряд доходностей с более высокой точностью, чем обычная фрактальная авторегрессия ARFIMA [3]. Ввиду того, что смоделированный ряд отражает только тенденцию, основную закономерность реализации своих значений и не включает шумовую компоненту, предположительно использование его в качестве входных данных для обучения других моделей позволит добиться большей точности прогноза, чем при обучении по «сырым» рыночным данным. Гипотеза настоящего исследования заключается в том, что сглаживание исходного ряда волатильности с помощью ARFIMA-GARCH-модели позволяет повысить точность его прогнозирования при помощи других статистических моделей.

Данные и методы. Исходными данными исследования явились дневные скорректированные цены закрытия американского биржевого индекса S&P 500 за период 2010–2019 гг., всего 2516 наблюдений. Временной промежуток с 2020 г. было решено не затрагивать по причине продолжающейся нестабильности мировой экономики этого периода, вызванной пандемией COVID-19 и более поздними кризисными событиями. Ряд котировок был преобразован в ряд нетто-доходностей. Для сглаживания ряда использовалась модель ARFIMA-GARCH(1,1), для прогнозирования – модель ARIMA.

Методика исследования. Вычислительный эксперимент проводился с помощью программы, написанной на языке программирования Python 3. Перед началом моделирования ряда доходностей был выполнен тест Энгла на наличие ARCH-эффектов. На уровне значимости 1 % гипотеза об их отсутствии в ряду была отклонена ($p\text{-value} \approx 0$). Затем было выполнено моделирование ряда. Подбор параметров модели ARFIMA-GARCH(1,1) осуществлялся алгоритмом автоматически. Использовалась реализация модели из пакета *rugarch* языка R, вызов функций R в Python был осуществлен при помощи библиотеки *rpy2*. Для оценки точности

прогнозирования была применена следующая методика. Использовался метод скользящего окна (ширина окна 100). На каждом фрагменте была обучена ARIMA-модель (использована реализация из библиотеки *pmdarima*, параметры подбирались автоматически) в двух вариантах: на исходном ряду доходностей и на модельном ряду. После этого с помощью каждой из моделей выполнялись три прогноза: глубиной 1, 3 и 10 шагов. Для каждого прогноза вычислялась средняя ошибка по метрике MAE. Затем границы окна сдвигались на один шаг вперед, и процесс моделирования повторялся. Всего таким образом было смоделировано 2405 участков ряда. Для выявления статистически значимых различий между усредненными значениями MAE, полученными для прогнозов моделей, обученных на фактических и на сглаженных данных, использовался непараметрический U-тест Манна-Уитни.

Результаты и обсуждение. Полученные данные приведены в таблице.

Результаты моделирования

Данные для обучения модели	MAE* (1 шаг)	MAE* (3 шага)	MAE* (10 шагов)
Исходный ряд	0,0065	0,0038	0,0020
Модельный ряд	0,0063	0,0036	0,0018
Результат U-теста (p-value)**	0,1594	0,0155	0,0000

* Приведено усредненное значение.

** Альтернативная гипотеза: среднее значение MAE для исходного ряда больше.

В среднем ошибка прогноза меньше на 0,0002 у моделей, обученных по сглаженному ряду доходностей. Это различие статистически значимо в случае прогнозов на 3 (на уровне 5 %) и 10 (на уровне 1 %) шагов. Вероятно, при увеличении глубины прогноза фактические значения ряда возвращаются к среднему, и это снижает среднюю ошибку прогноза модели.

Таким образом, можно утверждать, что сглаживание ряда доходности с помощью ARFIMA-GARCH-модели позволяет повысить точность прогнозирования с применением других моделей (на примере ARIMA). Этот факт можно использовать, например, для повышения эффективности решения задачи формирования оптимальных инвестиционных портфелей (см. посвященные этому направлению работы [2; 3]).

Библиографические ссылки

1. *Cermak V.* Can bitcoin become a viable alternative to fiat currencies? An empirical analysis of bitcoin's volatility based on a GARCH model [Электронный ресурс]. URL: <https://ssrn.com/abstract=2961405> (дата обращения: 04.10.2023).
2. *Garafutdinov R.* An Optimal Investment Portfolio Constructed with Fractal Analysis and Long Memory Models // *Lecture Notes in Networks and Systems*. 2022. Vol. 342. P. 1116–1131.
3. *Garafutdinov R. V.* Formation of Investment Portfolios of Two Assets Based on Forecast Returns Using the ARFIMA-GARCH Model // *Вестник Волгоградского государственного университета. Экономика*. 2021. Т. 23, № 2. С. 130–136.
4. *Симонов П. М., Ахуньянова С. А.* Сравнительный анализ методик AR-GARCH и p -адического прогнозирования волатильности финансового рынка // *Вестник Пермского университета. Сер. «Экономика» = Perm University Herald. Economy*. 2019. Т. 14, № 1. С. 69–92.