

Белорусский государственный университет  
Проректор по учебной работе  
и образовательным инновациям



О.Г. Прохоренко

05 июля 2023 г.

Регистрационный № УД – 12322/уч.

*Исследование операций*

**Учебная программа учреждения высшего образования  
по учебной дисциплине для специальности:**

**1-31 03 01 Математика (по направлениям)**

Направление специальностей

1-31 03 01-01 Математика (научно-производственная деятельность)

1-31 03 01-03 Математика (экономическая деятельность)

РЕЦЕНЗИИ:

Городовник Валентина Викентьевна, главный научный сотрудник отдела  
непрерывного и стохастического анализа Института математики НАН  
Беларуси, доктор физико-математических наук, профессор, член  
корреспондент НАН Беларуси;

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой функций функционального анализа и экономики  
(протокол № 13 от 22.02.2023);

Научно-методическим советом БГУ  
(протокол № 9 от 29.06.2023)

2023 г.

А.В. Лебедев

зав. кафедрой ФАиА, профессор

Учебная программа составлена на основе ОСВО 1-31 03 01--2021, типового учебного плана № G 31-1-011/пр-тип. от 31.03.2021 г., учебных планов: № G31-1-003/уч. от 25.05.2021, № G31-1-061/уч. ин. от 31.05.2021, № G31-1-004/уч. от 25.05.2021, № G31-1-207/уч. от 22.03.2022, № G31-1-243/уч. ин. от 27.05.2022.

### **СОСТАВИТЕЛИ:**

**Иванишко Ия Александровна**, доцент кафедры функционального анализа и аналитической экономики механико-математического факультета Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент;

**Лебедев Андрей Владимирович**, заведующий кафедрой функционального анализа и аналитической экономики механико-математического факультета Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук, профессор;

**Бахтин Виктор Иванович**, профессор кафедры функционального анализа и аналитической экономики механико-математического факультета Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук, профессор;

**Ромашенко Галина Станиславовна**, доцент кафедры функционального анализа и аналитической экономики механико-математического факультета Белорусского государственного университета кандидат физико-математических наук, доцент.

### **РЕЦЕНЗЕНТЫ:**

**Гороховик Валентин Викентьевич**, главный научный сотрудник отдела нелинейного и стохастического анализа Института математики НАН Беларуси, доктор физико-математических наук, профессор, член-корреспондент НАН Беларуси;

### **РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:**

Кафедрой функционального анализа и аналитической экономики  
(протокол № 13 от 22.05.2023);

Научно-методическим советом БГУ  
(протокол № 9 от 29.06.2023)

Зав. кафедрой ФАиАЭ, профессор \_\_\_\_\_



А.В. Лебедев

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

### Цели и задачи учебной дисциплины

**Целью** учебной дисциплины «Исследование операций» является подготовка специалистов, для решения проблем оптимизации в прикладных задачах. повышение уровня профессиональной компетентности в решении проблем оптимизации в различных сферах трудовой деятельности, изучение повышение уровня профессиональной компетентности в исследовании проблем оптимизации сложной организационной деятельности, расширение математического кругозора, знакомство с новыми методами доказательств, усвоение новых алгоритмов решения задач оптимизации.

### Задачи учебной дисциплины:

1. анализ оптимизационных алгоритмов экстремальных задач;
2. практическое использование алгоритмов при моделировании сложных технологических процессов

**Место учебной дисциплины.** В системе подготовки специалиста с высшим образованием учебная дисциплина относится к модулю «Дискретная математика» компонента учреждения высшего образования.

Учебная программа составлена с учетом межпредметных **связей** и программ с дисциплиной: «Математический анализ».

### Требования к компетенциям

Освоение учебной дисциплины «Исследование операций» должно обеспечить формирование следующих компетенций:

**универсальные** компетенции:

**УК-1.** Владеть основами исследовательской деятельности, осуществлять поиск, анализ и синтез информации;

**специализированные** компетенции:

**СК-5.** Применять основные понятия, утверждения и методы решения базовых задач дискретной математики.

В результате освоения учебной дисциплины студент должен:

**знать:**

- основные понятия и теоремы теории графов и теории игр;
- основные понятия и теоремы динамического программирования и теории расписаний.

**уметь:**

- применять теорию графов и теорию игр для решения практических задач;
- составлять сетевые модели;
- пользоваться методами динамического программирования.

**владеть:**

- методами решения экстремальных задач теории графов;

– методами исследования сетевых моделей.

### **Структура учебной дисциплины**

Дисциплина изучается в 6 семестре. Всего на изучение учебной дисциплины «Исследование операций» отведено:

– для очной формы получения высшего образования – 120 часов, в том числе 68 аудиторных часов, из них: лекции – 34 часа, лабораторные занятия – 28 часов, управляемая самостоятельная работа – 6 часов.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 3 зачетные единицы.

Форма текущей аттестации – экзамен

## СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

### **Тема 1. Примеры экстремальных задач на графах.**

1.1. Задача о кенигсбергских мостах, задача коммивояжера, сетевое планирование.

### **Тема 2. Неориентированные графы.**

2.1. Определение графа, ребра, вершины, порядок графа, полный граф, маршруты, цепи, простые цепи, циклы.

### **Тема 3. Эйлеровы циклы.**

3.1. Определение, лемма о рукопожатиях, критерий существования эйлерова цикла.

### **Тема 4. Леса и деревья.**

4.1. Определение, эквивалентные формулировки. Висячие, ветвящиеся вершины, уровни, корень дерева.

### **Тема 5. Ориентированные графы.**

5.1. Определение, дуги, маршруты, цепи, простые, цепи, контуры, плотность графа.

### **Тема 6. Алгоритм Дейкстры.**

6.1. Задача о поиске кратчайшего пути от заданной вершины до остальных, корректность алгоритма. Модифицированный алгоритм Дейкстры.

### **Тема 7. Алгоритм Флойда.**

7.1. Задача о поиске кратчайшего пути между любой парой вершин в графе, рекурсивный поиск кратчайших путей, циклы отрицательной длины, корректность алгоритма.

### **Тема 8. Модификации алгоритма Флойда.**

8.1. Задача об “узких” местах. Задача о мостах.

### **Тема 9. Сети, потоки, разрезы.**

9.1. Определения, мощность потока, (s,t)-пути, насыщающие (s,t)-пути, пропускная способность разреза, взаимосвязь потока максимальной величины и разреза минимальной пропускной способности.

**Тема 10. Сети с ограниченными пропускными способностями дуг и допустимые потоки.**

10.1. Определения, прямые и обратные дуги.

**Тема 11. Задача о нахождении допустимого потока максимальной мощности.**

11.1. Алгоритм Форда–Фалкерсона. Взаимосвязь потока максимальной величины и разреза минимальной пропускной способности, доказательство корректности алгоритма.

**Тема 12. Задача о построении потока минимальной стоимости.**

12.1. Критерий оптимальности. Алгоритмы Басакера–Гоуэна и Клейна. Граф модифицированных стоимостей, взаимосвязь с исходной сетью и потоком. Доказательство корректности алгоритмов.

**Тема 13. Задача коммивояжера.**

13.1. Алгоритм Литтла.

13.2. Метод ветвей и границ, оценки для разбиения, процесс выращивания дерева, рекорд.

**Тема 14. Календарное планирование.**

14.1. Построение сетевой модели, работы, события, критическое время, критический путь, наиболее ранние возможные и наиболее поздние допустимые сроки наступления событий.

14.2. Гант-карта, оптимизация ресурсов.

## УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Очная форма получения высшего образования с применением дистанционных образовательных технологий (ДОТ)

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов					Количество часов УСР	Форма контроля знаний
		Лекции	Практические занятия	Семинарские занятия	Лабораторные занятия	Иное		
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	<b>Примеры экстремальных задач на графах</b>	2						
1.1.	Задача о кенигсбергских мостах, задача коммивояжера, сетевое планирование.	2						
2	<b>Неориентированные графы.</b>	2			1			
2.1.	Определение графа, ребра, вершины, порядок графа, полный граф, маршруты, цепи, простые цепи, циклы.	2			1			Проверка индивидуальных заданий
3	<b>Эйлеровы циклы</b>	2			1			
3.1.	Определение, лемма о рукопожатиях, критерий существования эйлерова цикла.	2			1			Проверка индивидуальных заданий
4	<b>Леса и деревья.</b>	2			2			
4.1.	Определение, эквивалентные формулировки. Висячие, ветвящиеся вершины, уровни, корень дерева.	2			2			Проверка индивидуальных заданий
5	<b>Ориентированные графы.</b>	2			2			

5.1.	Определение, дуги, маршруты, цепи, простые, цепи, контуры, плотность графа.	2			2			опрос, собеседование
6	<b>Алгоритм Дейкстры.</b>	2			2			
6.1.	Задача о поиске кратчайшего пути от заданной вершины до остальных, корректность алгоритма. Модифицированный алгоритм Дейкстры.	2			2			Проверка индивидуальных заданий
7	<b>Алгоритм Флойда</b>	2			2			
7.1.	Задача о поиске кратчайшего пути между любой парой вершин в графе, рекурсивный поиск кратчайших путей, циклы отрицательной длины, корректность алгоритма.	2			2			опрос, собеседование
8	<b>Модификации алгоритма Флойда</b>	2			2		2	
8.1.	Задача об “узких” местах. Задача о мостах.	2			2		2	Контрольная работа № 1
9	<b>Сети, потоки, разрезы</b>	4			2			
9.1	Определения, мощность потока, (s,t)-пути, насыщающие (s,t)-пути, пропускная способность разреза, взаимосвязь потока максимальной величины и разреза минимальной пропускной способности.	4			2			опрос, собеседование
10	<b>Сети с ограниченными пропускными способностями дуг и допустимые потоки.</b>	2			2			
10.1.	Определения, прямые и обратные дуги.	2			2			опрос, собеседование
11	<b>Задача о нахождении допустимого потока максимальной мощности.</b>	2			2			
11.1.	Алгоритм Форда–Фалкерсона. Взаимосвязь потока максимальной величины и разреза	2			2			



	минимальной пропускной способности, доказательство корректности алгоритма.						
12	<b>Задача о построении потока минимальной стоимости.</b>	<b>3</b>			<b>2</b>		<b>2</b>
12.1	Критерий оптимальности. Алгоритмы Басакера-Гоуэна и Клейна. Граф модифицированных стоимостей, взаимосвязь с исходной сетью и потоком. Доказательство корректности алгоритмов.	3			2		2
13	<b>Задача коммивояжера</b>	<b>3</b>			<b>4</b>		
13.1	Алгоритм Литтла.	1			2		опрос, собеседование
13.2	Метод ветвей и границ, оценки для разбиения, процесс выращивания дерева, рекорд.	2			2		
14	<b>Календарное планирование</b>	<b>4</b>			<b>4</b>		<b>2</b>
14.1	Построение сетевой модели, работы, события, критическое время, критический путь, наиболее ранние возможные и наиболее поздние допустимые сроки наступления событий	2			2		2
14.2	Гант-карта, оптимизация ресурсов.	2			2		опрос, собеседование
	<b>Всего</b>	<b>34</b>			<b>28</b>		<b>6</b>

## ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

### Перечень основной литературы

1. Катаргин, Н. В. Сетевые модели в задачах экономики : учебник / Н. В. Катаргин, В. П. Невежин. - Санкт-Петербург : Лань, 2020. - 172 с. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/126936>.
2. Донкова, И. А. Исследование операций и методы оптимизации : учебное пособие / И. А. Донкова ; Тюменский гос. ун-т. - Москва : ПРОСПЕКТ, 2020. – 195 с.
3. Поттосин, Ю. В. Основы дискретной математики и теории алгоритмов : учебно-методическое пособие для специальности 1-40 05 01 "Информационные системы и технологии (по направлениям)" / Ю. В. Поттосин, Т. Г. Пинчук, С. А. Поттосина ; М-во образования Республики Беларусь, БГУИР, Инженерно-экономический факультет, Кафедра экономической информатики. - Минск : БГУИР, 2021. - 121 с.

### Перечень дополнительной литературы

1. Алгоритмы: построение и анализ : [пер. с англ.] / Томас Кормен [и др.]. - 3-е изд. - Москва; Санкт-Петербург : Вильямс, 2018. - 1323 с
2. Ху, Т. Целочисленное программирование и потоки в сетях / Т. Ху – М.: МИР, 1974. – 520 с.
3. Форд, Л.Р. Потоки в сетях. / Л.Р. Форд, Д.Р. Фалкерсон – М.: МИР, 1966. – 276 с.
4. Харари, Ф. Теория графов / Ф. Харари – М.: МИР, 1973. – 300 с.
5. Оре, О. Теория графов / О. Оре – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1980. – 336 с.
6. Майника, Э. Алгоритмы оптимизации на сетях и графах / Э. Майника – М.: Мир, 1981. – 324 с.
7. Лекции по теории графов : учебное пособие для студ., обуч. по спец. "Математика" и "Прикладная математика" / В. А. Емеличев [и др.]. - Изд. стер. - Москва : URSS : ЛЕНАНД, 2021. - 383 с.

### Перечень рекомендуемых средств диагностики и методика формирования итоговой отметки

Объектом диагностики компетенций студентов являются знания, умения, полученные ими в результате изучения учебной дисциплины. Выявление учебных достижений студентов осуществляется с помощью мероприятий текущего контроля и текущей аттестации.

Для диагностики компетенций могут использоваться следующие средства текущего контроля: опрос, собеседование, контрольная работа, проверка индивидуальных заданий.

Формой текущей аттестации по дисциплине «Исследование операций» учебным планом предусмотрен **экзамен**

При формировании итоговой отметки используется рейтинговая система оценки знаний студента, дающая возможность проследить и оценить динамику процесса достижения целей обучения.

Рейтинговая система предусматривает использование весовых коэффициентов для текущего контроля знаний и текущей аттестации студентов по дисциплине.

Примерные весовые коэффициенты, определяющие вклад текущего контроля знаний и текущей аттестации в итоговую отметку:

Формирование отметки за текущую успеваемость:

1. проверка индивидуальных заданий – 40 %;
2. результаты контрольных работ – 60 %;

Итоговая отметка по дисциплине рассчитывается на основе отметки текущей успеваемости (рейтинговой системы оценки знаний) – 30% и экзаменационной отметки – 70%.

### **Примерный перечень заданий для управляемой самостоятельной работы студентов**

#### *Тема 8. Модификации алгоритма Флойда (2ч)*

Студент изучает модификации алгоритма Флойда, задачу об “узких” местах, задачу о мостах.

**Форма контроля – контрольная работа № 1.**

### **ПРИМЕРНЫЕ ЗАДАНИЯ ДЛЯ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ**

#### **Примерные задания для контрольной работы №1**

1. Найти кратчайшие пути от вершины  $S$  до всех остальных вершин.
2. Построить максимальный поток и указать минимальный разрез в сети.
3. Построить поток мощности  $m$  минимальной стоимости с помощью алгоритма Клейна. Доказать, что стоимость минимальна.
4. Докажите, что положительный поток положительной мощности можно разложить в сумму элементарных положительных потоков вдоль контуров и вдоль путей, идущих от источника к стоку (считая, что в сети один источник и один сток).

**Тема 11.** Задача о нахождении допустимого потока максимальной мощности.

1. Найти в сети поток максимальной величины.
2. При помощи модификации алгоритма Форда-Фалкерсона решить задачу об «узких» местах.

**Тема 12.** Задача о построении потока минимальной стоимости.

1. При помощи алгоритма Басакера-Гоуэна построить в сети поток максимальной величины минимальной стоимости.
2. При помощи алгоритма Клейна построить в сети поток заданной величины минимальной стоимости.

**Форма контроля** – контрольная работа № 2. (2ч)

## Примерные задания для контрольной работы №2

### ВАРИАНТ

**Задача 1.** Найти решение игры

$$\begin{bmatrix} 4 & 4 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 5 & 6 & 6 \\ 7 & 8 & 3 & 6 \end{bmatrix}$$

**Задача 2.** Найти множество недоминируемых стратегий игрока  $A$ , если множество его стратегий  $X = [-4, 0]$ , множество стратегий игрока  $B$  есть  $Y = \{0, 1\}$ , а функция выигрыша игрока  $A$  есть

$$u_A(x, y) = 10y \cos x + 5(1 - y) \sin x.$$

**Задача 3.** Найти равновесия по Нэшу в чистых и смешанных стратегиях в биматричной игре

$$\begin{bmatrix} (2; 2) & (5; 1) \\ (9; 3) & (4; 4) \end{bmatrix}$$

**Задача 4.** Дана биматричная игра. Найти: а) равновесия по Нэшу в чистых стратегиях; б) равновесия по Парето; в) осторожные стратегии каждого игрока; г) недоминируемые стратегии каждого игрока. Вычислить минимальные гарантированные выигрыши каждого игрока.

$$\begin{bmatrix} (5; 7) & (5; 4) & (6; 5) \\ (5; 3) & (2; 4) & (4; 3) \\ (3; 3) & (8; 5) & (3; 2) \end{bmatrix}$$

**Задача 5.** Задана игра двух лиц  $G = (X, Y, u_1, u_2)$ , где  $X, Y$  – компактные множества и функции  $u_1, u_2$  непрерывны. Будут ли замкнуты множества  $ND_i$  недоминируемых стратегий  $i$ -го игрока?

### Тема 13. Задача коммивояжера

Студент изучает алгоритм Литтла. Метод ветвей и границ, оценки для разбиения, процесс выращивания дерева, рекорд.

### Тема 14. Календарное планирование

Студент изучает алгоритм построения сетевой модели. Находит критическое время, критический путь, наиболее ранние возможные и наиболее поздние допустимые сроки наступления событий

**Форма контроля** – контрольная работа № 3. (2ч)

## Примерные задания для контрольной работы №3

### ВАРИАНТ № 1

1. Найти все решения задачи коммивояжера, определяемой матрицей стоимостей

$$\begin{pmatrix} \infty & 7 & 7 & 5 & 7 \\ 4 & \infty & 5 & 4 & 10 \\ 5 & 4 & \infty & 4 & 5 \\ 7 & 9 & 5 & \infty & 9 \\ 2 & 5 & 4 & 3 & \infty \end{pmatrix}$$

2. Построить сетевую модель, найти критический путь и построить график распределения трудовых ресурсов.

№	Каким работам предшествует	Сроки выполнения	Потребность в рабочей силе
1	2	9	6
2	—	5	9
3	6, 10, 11	7	4
4	3, 5	5	7
5	6, 11	6	5
6	2	7	5
7	6, 10, 11	8	4
8	6, 10, 11	5	3
9	1, 8	3	8
10	2	9	3
11	—	8	8

3. В условиях предыдущей задачи  
а) оптимизировать распределение трудовых ресурсов;  
б) составить оптимальный график работ, при котором потребность в рабочей силе не превосходит 17.
4. Доказать, что если мощность потока  $f$  в сети положительна, то его можно разложить в сумму элементарных положительных потоков вдоль контуров и путей, ведущих из  $s$  в  $t$ .

## Примерная тематика лабораторных занятий

Лабораторное занятие № 1. Псевдо- и мультиграфы, смежные и инцидентные вершины и ребра, степень вершины. Лемма о четности числа вершин с нечетной степенью. Маршруты, цепи, простые цепи, циклы. Выделение из маршрута простой цепи с теми же концами. Разбиение графа на связные компоненты.

Лабораторное занятие № 2. Критерий существования эйлера цикла. Алгоритм построения эйлера цикла.

Лабораторное занятие № 3. Критерии графа быть деревом. Остовное дерево. Задача о построении остовного дерева минимального веса. Алгоритм Прима, алгоритм Краскала.

Лабораторное занятие № 4. Маршруты, цепи, циклы, пути, контуры. Выделение из ориентированного маршрута пути с теми же концами. Задача о нахождении кратчайшего пути между двумя заданными вершинами. Алгоритм Дейкстры.

Лабораторное занятие № 5. Задача о поиске всех кратчайших путей в графе. Алгоритм Флойда.

Лабораторное занятие № 6. Нахождение циклов отрицательной длины. Задача об узких местах.

Лабораторное занятие № 7. Задача о нахождении допустимого потока максимальной мощности. Алгоритм Форда–Фалкерсона.

Лабораторное занятие № 8. Задача о построении потока минимальной стоимости. Критерий оптимальности. Граф модифицированных стоимостей, алгоритм Басакера-Гоуэна.

Лабораторное занятие № 9. Задача о построении потока минимальной стоимости. Критерий оптимальности. Граф модифицированных стоимостей, алгоритм Клейна.

Лабораторное занятие № 10. Гамильтоновы циклы. Метод ветвей и границ.

Лабораторное занятие № 11. Задача коммивояжера, алгоритм Литтла для поиска хотя бы одного цикла минимальной длины.

Лабораторное занятие № 12. Задача коммивояжера, алгоритм Литтла для поиска хотя всех циклов минимальной длины.

Лабораторное занятие № 13. Календарное планирование. Постановка задачи, основные этапы решения. Построение сетевой модели.

Лабораторное занятие № 14. Календарное планирование. Ранжирование событий, нахождение критических путей.

Лабораторное занятие № 15. Календарное планирование. Гант-карта. Оптимизация времени и ресурсов.

### **Описание инновационных подходов и методов к преподаванию учебной дисциплины**

При организации образовательного процесса могут быть использованы следующие подходы и методы:

***эвристический подход***, который предполагает:

- осуществление студентами лично-значимых открытий окружающего мира;

- демонстрацию многообразия решений большинства профессиональных задач и жизненных проблем;

- творческую самореализацию обучающихся в процессе создания образовательных продуктов;

- индивидуализацию обучения через возможность самостоятельно ставить цели, осуществлять рефлексию собственной образовательной деятельности;

***практико-ориентированный подход***, который предполагает:

- освоение содержания образования через решения практических задач;

- приобретение навыков эффективного выполнения разных видов профессиональной деятельности;

- ориентацию на генерирование идей, реализацию групповых студенческих проектов, развитие предпринимательской культуры;

- использование процедур, способов оценивания, фиксирующих сформированность профессиональных компетенций.

***методы и приемы развития критического мышления***, которые представляют собой систему, формирующую навыки работы с информацией в процессе чтения и письма; понимания информации как отправного, а не конечного пункта критического мышления.

### **Методические рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся**

При изучении учебной дисциплины рекомендуется использовать следующие формы самостоятельной работы:

– поиск (подбор) и обзор литературы и электронных источников по изучаемой теме;

– выполнение домашнего задания;

– работы, предусматривающие решение задач и выполнение упражнений;

– изучение материала, вынесенного на самостоятельную проработку;

- подготовка к лабораторным занятиям;
- научно-исследовательские работы;
- подготовка к участию в конференциях и конкурсах.

### **Примерный перечень вопросов к экзамену**

1. Графы. Маршруты, цепи, циклы, связные компоненты.
2. Три леммы о неориентированных графах.
3. Эйлеровы графы. Теорема Эйлера.
4. Алгоритм построения эйлерова цикла.
5. Деревья и их свойства.
6. Остовные деревья.
7. Алгоритм Прима и его обоснование.
8. Алгоритм Краскала и его обоснование.
9. Ориентированные графы, маршруты, цепи, пути, циклы, контуры.
10. Алгоритм Дийкстры и его обоснование.
11. Алгоритм Флойда и его обоснование.
12. Нахождение контуров отрицательной длины.
13. Сети, потоки, разрезы.  
Леммы о дивергении и мощности потока.
14. Элементарные потоки.
15. Разложение циркуляции на элементарные потоки.
16. Разложение потока на элементарные потоки.
17. Допустимые потоки.  
Лемма о мощности допустимого потока.
18. Увеличивающие цепи и теорема Форда–Фалкерсона.
19. Алгоритм Форда–Фалкерсона.
20. Потоки минимальной стоимости.
21. Действия над потоками в исходной сети и в графе модифицированных стоимостей.
22. Критерий оптимальности допустимого потока.
23. Метод ветвей и границ.
24. Задача коммивояжера.
25. Алгоритм Литтла.
26. Сетевое планирование.
27. Работы, события, алгоритм построения сетевой модели, ранжирование событий.



## ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УВО

Название учебной дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
1. Теория вероятностей и математическая статистика	Кафедра функционального анализа и аналитической экономики	нет	Вносить изменения не требуется (протокол № 13 от 22.05.2023)
2. Уравнения математической физики	Кафедра математической кибернетики	нет	Вносить изменения не требуется (протокол № 13 от 22.05.2023)
3. Функциональный анализ	Кафедра функционального анализа и аналитической экономики	нет	Вносить изменения не требуется (протокол № 13 от 22.05.2023)
4. Вариационное исчисление	Кафедра функционального анализа и аналитической экономики	нет	Вносить изменения не требуется (протокол № 13 от 22.05.2023)
5. Численные методы	Кафедра веб-технологий и компьютерного моделирования	нет	Вносить изменения не требуется (протокол № 13 от 22.05.2023)

**ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ ПО  
ИЗУЧАЕМОЙ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ**

на \_\_\_\_ / \_\_\_\_ учебный год

№ п/п	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры  
\_\_\_\_\_ (протокол № \_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ 202\_ г.)

Заведующий кафедрой

\_\_\_\_\_

УТВЕРЖДАЮ  
Декан факультета

\_\_\_\_\_