

Белорусский государственный университет

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе и
образовательным инновациям

О.И. Прохоренко

«05» июля 2023 г.

Регистрационный № УД – 12313/уч.



Основы механики сплошных сред

**Учебная программа учреждения высшего образования
по учебной дисциплине для специальности:**

1-31 03 02 Механика и математическое моделирование

2023 г.

Учебная программа составлена на основе ОСВО 1-31 03 02-2021, утвержденного 25.04.2022 г. № 98, типового учебного плана № G31-1-025/пр-тип. от 30.06.2021 г., учебных планов: № G31-1-029/уч., № G31-1-029/уч. СИБД от 30.06.2021 г., № G31-1-209/уч., № G31-1-209/уч. СИБД от 22.03.2022 г.

СОСТАВИТЕЛИ:

Чигарев Анатолий Власович, профессор кафедры био- и наномеханики Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

Василевич Юрий Владимирович, заведующий кафедрой теоретической механики и механики материалов Белорусского национального технического университета, доктор физико-математических наук, профессор

Журавков Михаил Анатольевич, заведующий кафедрой теоретической и прикладной механики Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук, профессор

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой био- и наномеханики
(протокол № 10 от 25.05.2023 г.);

Научно-методическим советом БГУ
(протокол № 9 от 29.06.2023 г.)

Заведующий кафедрой
био- и наномеханики,
профессор, доктор
физико-математических наук



Г.И. Михасёв

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Цели и задачи учебной дисциплины

Цель учебной дисциплины – изучение моделей, методов и способов решения задач всех разделов механики сплошной среды.

Задачи учебной дисциплины:

1. Развитие профессиональных знаний и опыта в области механики сплошной среды.
2. Формирование способности в самостоятельной практической деятельности; приобретения навыков создания математических моделей для решения задач механики. Умения находить и обосновывать оптимальные пути и методы решений поставленных задач.
3. Знакомство студентов с современными методиками решения задач механики сплошной среды.

Место учебной дисциплины в системе подготовки специалиста с высшим образованием.

Учебная дисциплина относится к модулю «**Механика сплошных сред**» государственного компонента.

Решение многих актуальных технических задач требует построения новых моделей для глубокого и более детального описания механических и физических объектов, взаимодействий и явлений. Изучение студентами механики сплошной среды особенно полезно не только с точки зрения уже известных приложений, сколько в обозрении перспективных проблем, которые станут предметом исследований и применений в будущем. В связи с этим возникает необходимость преподавания курса механики сплошной среды как общей основы для развития термодинамики, гидродинамики, теории пластичности и других разделов физики и механики. Общность и неразрывная связь перечисленных частей физики и механики предполагает рассмотрение их как единого целого в рамках данной дисциплины.

Связи с другими учебными дисциплинами:

Программа дисциплины «**Основы механики сплошных сред**» составлена с учетом межпредметных **связей** программ по смежным дисциплинам. Ее изучение базируется на знаниях дисциплины «Теоретическая механика».

Требования к компетенциям

Освоение учебной дисциплины «**Основы механики сплошных сред**» по специальности 1-31 03 02 Механика и математическое моделирование должно обеспечить формирование следующих **базовых профессиональных компетенций** (далее – БПК):

БПК-1. Применять основные законы и методы естественнонаучных дисциплин для решения теоретических и практических задач в профессиональной деятельности;

БПК-8. Использовать основные аналитические и численные

методы теоретической механики, механики сплошных сред, сопротивления материалов к исследованию механических процессов.

В результате освоения учебной дисциплины студент должен:

знать:

- главные исторические этапы развития механики сплошных сред;
- законы сохранения в механике;
- методы и способы решения дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных,
- основы тензорного исчисления;
- основополагающие понятия, определения и теоремы механики сплошной среды;
- основные модели в механики сплошной среды;
- основы термодинамики;
- модели изотропных и анизотропных деформируемых сред;
- модели линейного и нелинейного упругого тела, идеально-пластического тела;
- решения простейших задач теории упругости, гидромеханики, теории пластичности.

уметь:

- выбирать модель и осуществлять постановку начально-краевых задач механики сплошной среды,
- осуществлять математическое решение задач механики сплошной среды;
- совершенствовать модели механики сплошной среды;
- разрабатывать аналитические, приближенные и численные методы задач механики деформируемых тел;
- проводить анализ результатов.

владеть:

- навыками постановки краевых и начально-краевых задач механики сплошной среды;
- основными аналитическими и численными методами решения задач в механики сплошной среды;

Структура учебной дисциплины

Дисциплина изучается в 5 семестре. Всего на изучение учебной дисциплины «Основы механики сплошных сред» отведено:

– для очной формы получения высшего образования – 90 часов, в том числе 52 аудиторных часов, из них: лекции – 16 часов, практические занятия – 32 часов, управляемая самостоятельная работа – 4 часа.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 3 зачетные единицы.

Форма текущей аттестации – зачет.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Раздел 1. Кинематика, теория деформаций

Тема 1.1. Лагранжево и Эйлера описание движения сплошной среды. Векторная и тензорная алгебра и анализ. Ковариантные, контравариантные тензоры. Ковариантное дифференцирование. Декартовы и криволинейные системы координат. Глобальная и локальная арифметизация пространства. Метрические свойства различных пространств.

Тема 1.2. Деформация, тензоры Грина, Альманси, дисторсия. Относительное движение в пространстве – времени.

Раздел 2. Основные законы баланса в механике сплошной среды.

Тема 2.1. Теория напряжений в сплошных средах. Интегральная форма законов баланса (интегральная форма законов баланса, количество массы, количество движения, момента количества движения). Дифференциальная форма законов баланса.

Раздел 3. Термодинамика сплошных сред.

Тема 3.1. Основные понятия и определения феноменологической и статистической термодинамики. Первый закон термодинамики. Второй закон, энтропия, тождество Гиббса. Термодинамические потенциалы и принцип Онзагера. Определяющие соотношения.

Раздел 4. Разрывы в сплошных средах.

Тема 4.1. Поверхность разрыва в сплошной среде. Скорость ее движения. Слабые и сильные разрывы. Динамические условия на поверхности разрыва, вытекающие из закона сохранения в механике сплошной среды. Скачки уплотнения. Условия баланса на поверхности разрыва. Поверхности разрыва в лагранжевом подходе.

Раздел 5. Элементы механики жидкости и газа.

Тема 5.1. Модели жидкости. Волновые движения. Динамика газов. Уравнения гидростатики. Закон Паскаля. Равновесие жидкости в поле силы тяжести. Закон Архимеда. Функция давления для свершенного газа, для изотермического и адиабатического процессов. Течение несжимаемой жидкости. Адиабатическое движение газа. Характеристики торможения. Местная скорость звука.

Раздел 6. Элементы теории упругих сред.

Тема 6.1. Постановка задач линейной теории упругости в перемещениях (первая, вторая и смешанные краевые задачи, квазистатические и динамические задачи). Теорема единственности Кирхгофа для динамической

и статической задач теории упругости. Условия единственности решения второй краевой задачи теории упругости.

Раздел 7. Необратимое деформирование сплошной среды.

Тема 7.1. Процессы деформирования. Сложное и простое нагружение. Релаксация, ползучесть. Условия пластичности Мизеса и Сен-Венана – Треска. Общая теория пластичности Ильюшина. Основы линейной теории вязкоупругости. Понятие устойчивости в механике сплошной среды. Критическая сила Эйлера.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Очная форма получения высшего образования с применением
дистанционных образовательных технологий (ДОТ)

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов					Количество часов УСР	Форма контроля знаний
		Лекции	Практические занятия	Семинарские занятия	Лабораторные занятия	Иное		
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	Кинематика, теория деформаций	4	8				2	
1.1.	Лагранжево и Эйлерово описания движения сплошной среды. Векторная и тензорная алгебра и анализ. Ковариантные, контравариантные тензоры. Ковариантное дифференцирование. Декартовы и криволинейные системы координат. Глобальная и локальная арифметизация пространства. Метрические свойства различных пространств.	2	4					опрос
1.2	Деформация, тензоры Грина, Альманси, дисторсия. Относительное движение в пространстве – времени.	2	4				2	Контрольная работа № 1 по разделу 1
2	Основные законы баланса в механике сплошной среды	2	4					
2.1	Теория напряжений в сплошных средах. Интегральная форма	2	4					опрос

	законов (интегральная форма законов количества массы, количества движения, момента количества движения). Дифференциальная форма законов баланса.							
3	Термодинамика сплошных сред.	2	4					
3.1	Основные понятия и определения феноменологической и статистической термодинамики. Первый закон термодинамики. Второй закон, энтропия, тождество Гиббса. Термодинамические потенциалы и принцип Онзагера. Определяющие соотношения.	2	4					опрос
4	Разрывы в сплошных средах.	2	4					
4.1	Поверхность разрыва в сплошной среде. Скорость ее движения. Слабые и сильные разрывы. Динамические условия на поверхности разрыва, вытекающие из закона сохранения в МСС. Скачки уплотнения. Условия баланса на поверхности разрыва. Поверхности разрыва в лагранжевом подходе.	2	4					опрос
5	Элементы механики жидкости и газа.	2	4					
5.1	Модели жидкости. Волновые движения.	2	4					опрос

	Динамика газов. Уравнения гидростатики. Закон Паскаля. Равновесие жидкости в поле силы тяжести. Закон Архимеда. Функция давления для свершенного газа, для изотермического и адиабатического процессов. Течение несжимаемой жидкости. Адиабатическое движение газа. Характеристики торможения. Местная скорость звука.						
6	Элементы теории упругих сред.	2	4			2	
6.1	Постановка задач линейной теории упругости в перемещениях (первая, вторая и смешанные краевые задачи, квазистатические и динамические задачи). Теорема единственности Кирхгофа для динамической и статической задач теории упругости. Условия единственности решения второй краевой задачи теории упругости.	2	4			2	Контрольная работа № 2 по разделу 6
7	Необратимое деформирование сплошной среды.	2	4				
7.1	Процессы деформирования. Сложное и простое	2	4				опрос

нагружение. Релаксация, ползучесть. Условия пластичности Мизеса и Сен-Венана – Треска. Общая теория пластичности Ильюшина. Основы линейной теории вязкоупругости. Понятие устойчивости в МСС. Критическая сила Эйлера.							
Всего	16	32				4	

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Перечень основной литературы

1. Андреев В. К. Математические модели механики сплошных сред : учебное пособие / В. К. Андреев. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 240 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/212141>.
2. Журавков М. А. Математические модели механики твердых тел : учебное пособие для студентов учреждений высшего образования по специальностям "Механика и математическое моделирование", "Физика (по направлениям)", "Промышленное и гражданское строительство", "Автомобильные дороги" / М. А. Журавков, Э. И. Старовойтов ; БГУ. - Минск : БГУ, 2021. - 535 с.
3. Учайкин В. В. Механика. Основы механики сплошных сред. Задачи с указаниями и ответами : учеб. пособие для студ. вузов, обуч. по напр. подготовки ВО 03.03.02 – "Физика" и 03.03.03 – "Радиофизика" / В. В. Учайкин. - Санкт-Петербург ; Москва ; Краснодар : Лань, 2018. - 317 с. . - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: - <https://e.lanbook.com/book/212573>.
4. Учайкин В. В. Механика. Основы механики сплошных сред : учебник / В. В. Учайкин. - 2-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2022. - 860 с. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/209819>.

Перечень дополнительной литературы

1. Журавков М. А. Механика сплошных сред. Теория упругости и пластичности : учеб. пособие для студ. вузов по спец. "Механика" / М. А. Журавков, Э. И. Старовойтов ; [БГУ]. - Минск : БГУ, 2011. - 543 с.
2. Зубчанинов В.Г. Основы теории упругости и пластичности. – М.: Высшая школа, 1990, 367 с.
3. Ильюшин А.А. Механика сплошной среды. – М.:Изд. МГУ, 1990, 310 с.
4. М.Э. Эглит. Лекции по основам механики сплошных сред. – М.:URSS, Ленанд, 2020, 208 с.
5. Седов Л.И. Механика сплошной среды. Т. 1,2. – М.: Наука, 1994.
6. Морозов Н.Ф. Лекции по избранным вопросам механики сплошных сред. – Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1975.
7. Атанацкович Т., Гуран А. Лекции по теории упругости. – СПбГУ, 2003.
8. Лурье А.И. Теория упругости. – М.: Наука, 1980, 940 с.
9. Васидзу Кюитри. Вариационные методы в теории упругости и пластичности. – М.: Мир, 1987, 542 с.
10. Ишлинский А.Ю., Ивлев Д.Д. Математическая теория пластичности. – М.: Физматлит, 2001. – 704 с. год

11. Ржаницын А.Р. Теория ползучести. – М.: Стройиздат, 1968, 418 с.
12. Механика сплошных сред в задачах. Под ред. М.Э.Эглит. – М.:2017, 640 с.
13. Жермен Н. Курс механики сплошных сред. – Москва, Высшая школа,1983.

Перечень рекомендуемых средств диагностики и методика формирования итоговой отметки

Для текущего контроля качества усвоения знаний по дисциплине рекомендуется использовать: опрос, контрольную работу.

Формой текущей аттестации по дисциплине «Основы механики сплошных сред» учебным планом предусмотрен **зачет** в 5 семестре.

При формировании итоговой отметки используется рейтинговая система оценки знаний студента, дающая возможность проследить и оценить динамику процесса достижения целей обучения. Рейтинговая система предусматривает использование весовых коэффициентов для текущего контроля знаний и текущей аттестации студентов по дисциплине.

Примерные весовые коэффициенты, определяющие вклад текущего контроля знаний в итоговую отметку:

Формирование отметки за текущую успеваемость:

- выполнение контрольной работы – 50%;
- опрос – 50%.

Итоговая отметка по дисциплине рассчитывается на основе отметки текущей успеваемости (рейтинговой системы оценки знаний) и отметки на зачете с учетом их весовых коэффициентов. Вес отметки по текущей успеваемости составляет 40 %, отметки на зачете – 60 %.

Примерный перечень заданий для управляемой самостоятельной работы студентов

В качестве заданий для управляемой самостоятельной работы студенты выполняют 2 контрольные работы по следующим разделам:

Раздел 1. Кинематика, теория деформации. (2ч)

Примеры задач

1. Деформированное состояние в точке задано тензором деформаций

$$\sigma = \begin{pmatrix} 100 & 20\sqrt{3} & 0 \\ 20\sqrt{3} & 60 & 0 \\ 0 & 0 & 10 \end{pmatrix}. \text{ Определить главные значения и главные направления.}$$

2. Для перемещения простого сдвига $x_1 = X_1$, $x_2 = X_2$, $x_3 = X_3 + 2X_2 / \sqrt{3}$ найти уравнение эллипса, в который переходит при деформации круг $X_2^2 + X_3^2 = 1$.

3. Для поля перемещений $x_1 = X_1 - AX_3$, $x_2 = X_2$, $x_3 = X_3 - AX_1$ вычислить изменение объема и показать, что оно равно нулю, если константа A очень мала.

4. Пусть вектор перемещения u имеет вид:

$\bar{u} = \kappa X_1^2 \bar{e}_1 + \kappa X_2 X_3 \bar{e}_2 + \kappa(2X_1 X_3 + X_1^2) \bar{e}_3$. Вычислить компоненты линейного тензора деформаций. В точке P (1, 1, -1) найти относительное удлинение в направлении $\bar{n} = \bar{e}_2$.

Форма контроля – контрольная работа №1.

Раздел 6. Элементы теории упругих сред. (2ч)

Примеры задач

1. Доказать, что упругие свойства (закон Гука) среды, имеющей ось упругой симметрии порядка $N = 2$, и среды с одной плоскостью упругой симметрии совпадают. (В некоторой точке существует ось симметрии упругих свойств порядка N , если существует набор направлений эквивалентных упругих свойств, которые могут быть совмещены поворотом около оси на угол $2\pi/N$).

2. Доказать, что функцией напряжений Эри может служить функция

$$\varphi = \frac{3F}{4c} \left(x_1 x_2 - \frac{x_1 x_2^3}{3c^2} \right) + \frac{P}{4c} x_2^2.$$

Найти компоненты напряжения в области $x_1 > 0, -c < x_2 < c$.

3. Доказать, что для однородной изотропной упругой среды главные оси тензоров напряжений и деформаций совпадают.

4. Доказать, что в случае равновесия и отсутствия объёмных сил, компоненты вектора перемещения – бигармонические функции.

Форма контроля – контрольная работа № 2.

Описание инновационных подходов и методов к преподаванию учебной дисциплины

При организации образовательного процесса используется **практико-ориентированный подход**, который предполагает:

- освоение содержания образования через решения практических задач;
- приобретение навыков эффективного выполнения разных видов профессиональной деятельности;
- ориентацию на генерирование идей, реализацию групповых студенческих проектов.

Методические рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся

Для организации самостоятельной работы студентов по учебной дисциплине следует использовать современные информационные ресурсы: разместить на образовательном портале комплекс учебных и учебно-методических материалов (учебно-программные материалы, учебное издание для теоретического изучения дисциплины, методические указания к практическим занятиям, материалы текущего контроля и текущей аттестации, позволяющие определить соответствие учебной деятельности обучающихся требованиям образовательного стандарта высшего образования и учебно-программной документации, в т.ч. вопросы для подготовки к зачету, типовые задания, тесты, вопросы для самоконтроля, список рекомендуемой литературы, информационных ресурсов и др.).

Примерный перечень вопросов к зачету

1. Лагранжев и эйлеров подходы в МСС.
2. Лагранжевы и эйлеровы координаты.
3. Можно ли по известным траекториям частиц среды найти закон ее движения?
4. Может ли в какой-то точке пространства происходить изменение плотности среды со временем?
5. Вычислить: суммы B_{ii} , B_{vj} , B_{ji} , B_{ij} , B_{jk} , B_{kv}
а) $i=1, 2, 3$; $j=1, 2, 3$; $k=1, 2, 3$;
6. Найти общий вид тензора второго ранга t , если во всяком ортонормированном базисе его компонента $t_{12}=0$.
7. Являются ли главные компоненты симметричного тензора второго ранга его инвариантами?
8. Найти относительное изменение объема при одноосном растяжении.
9. Проверить, что равенство $\text{rot } \ddot{y}=0$ является необходимым условием потенциальности векторного поля \ddot{y} .

10. Написать закон сохранения массы для каждого объема, через который протекает среда.
11. Получить дифференциальные уравнения движения в начальной лагранжевой системе координат.
12. Получить уравнения Эйлера, применяя закон сохранения количества движения к индивидуальному объему V идеальной жидкости.
13. Первый закон термодинамики.
14. Второй закон термодинамики.
15. Показать, что в плоскопараллельных течениях вектор вихря ортогонален плоскости течения $\omega = \omega e$, $\omega = -\Delta\varphi/2$
16. При каких условиях адиабатическое движение идеальной несжимаемой жидкости или газа является баротропным?
17. Чему равны скорости характеристик и инварианты Римана для адиабатического баротропного движения совершенного газа?
18. Показать, что свободная энергия упругой изотропной нелинейной среды зависит от двух инвариантов тензора деформации.
19. Условие пластичности Мизесса.
20. Условие пластичности Треска.
21. Принцип Друкера.
22. Линии скольжения.
23. Линии разрыва.
24. Подобие течений идеальной и вязкой жидкостей. Критерии подобия и их физический смысл.
25. Точные решения уравнений Навье-Стокса. Слоистые течения. Течения Пуазейля между параллельными стенками и в трубе. Течение Куэтта. Течение под действием силы тяжести. Течение между вращающимися цилиндрами.
26. Основы теории пограничного слоя. Система Прандтля. Задача Блазиуса и ее решение, Метод Тепфера. Отрыв пограничного слоя и образование вихрей.
27. Медленное движение сферы в вязкой жидкости. Формула Стокса.

ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УВО

Название учебной дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
Уравнения математической физики	Математическо й кибернетики	нет	Внесение изменений не требуется (протокол № 10 от 25.05.2023)

**ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ ПО
ИЗУЧАЕМОЙ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ**

на ____ / ____ учебный год

№ п/п	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры
_____ (протокол № ____ от _____ 202_ г.)

Заведующий кафедрой

Д.ф.-м.н., профессор _____

(степень, звание)

(подпись)

Г.И. Михасев _____

(И.О.Фамилия)

УТВЕРЖДАЮ

Декан факультета

Д.ф.-м.н., доцент _____

(степень, звание)

(подпись)

С.М. Босяков _____

(И.О.Фамилия)