# КЛАССИЧЕСКИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ПРИНЦИПЫ, ЛЕЖАЩИЕ В ОСНОВЕ КУРСА ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

**Н.Я. Радыно**

В курсе дифференциальных уравнений изучается широкий спектр непосредственно уравнений и методов их решения [1]. Предлагаем озвучить **фундаментальные принципы**, которые заложены как в уравнениях, так и в методах их решения, с целью определения отправных моментов методики преподавания курса дифференциальных уравнений.

Курс открывается линейными дифференциальными уравнениями первого порядка с постоянными коэффициентами. Это уравнения вида $r' = ar$, $x'(t) = ax(t) + f(t)$. Они являются простейшими моделями основных физических явлений: радиоактивного распада, падения давления воздуха в зависимости от высоты над уровнем моря, ослабление интенсивности излучения при прохождении его через поглощающую среду, ток размыкания, трение ремней, падение тела с высоты.

В основу изучения такого вида уравнений положен фундаментальный принцип или понятие – **«геометрическая прогрессия»**.

Далее рассматриваются линейные дифференциальные уравнения $n$-ого порядка с постоянными коэффициентами, в основе – **«сумма геометрических прогрессий»**.

Следующие в программе курса – линейные дифференциальные векторные уравнения с постоянными коэффициентами $\vec{x}\,' = A\vec{x}$. Метод решения таких уравнений основан на вычислении экспоненты матрицы. В этом случае применяется **«теорема Евклида о делении с остатком»**.

Обоснование существования и единственности задачи Коши $y' = f(x, y)$, $y(x_0) = y_0$ даётся с помощью теоремы Пикара, с использованием метода последовательных приближений. Базовый принцип — **«алгоритм Евклида»**.

Переходим к уравнению первого порядка в нормальной дифференциальной форме
$$P(x, y)dx + Q(x, y)dy = 0.$$
Данное уравнение означает, что вектор $(P, Q)$ ортогонален вектору $(dx, dy)$. Вопросу ортогональности в курсе дифференциальных уравнений также посвящена задача И. Бернулли (о построении траекторий ортогональных данному однопараметрическому семейству линий). Кроме того, в курсе математического анализа в разделе «Функции комплексного переменного» рассматривается понятие дифференцируемости функции комплексного переменного. Следует обратить внимание, что функция комплексного переменного – это тот аппарат, который даёт два семейства ортогональных друг другу траекторий [2]. Указанные задачи дифференциальных уравнений и математического анализа практически применяются в электростатике и гидроаэродинамике. Во всех вышеназванных задачах проявляется принцип – **«силовые и эквипотенциальные линии»**.

Далее в курсе дифференциальных уравнений излагаются линейные уравнения с голоморфными коэффициентами и метод построения их решений при помощи степенных рядов. В основу решения положен принцип **«теорема Евклида о делении с остатком»**.

При изучении движения и устойчивости движения используют системы нелинейных дифференциальных уравнений и первые интегралы (законы сохранения). В этом случае применяется ряд принципов: **«основное свойство пропорций»**, **«интегралы движения»**, **«сведение системы дифференциальных уравнений к системе алгебраических уравнений»**, **«силовые и эквипотенциальные линии»**.

В заключение курса изучается тема «Линейные и квазилинейные уравнения с частными производными первого порядка», в основе которой лежит принцип **«основное свойство пропорций»**.

Таким образом, изучая диффренциальные уравнения и методы их решения, студенты практикуются в использовании классических математических понятий и принципов: **«геометрическая прогрессия»**, **«теорема Евклида о делении с остатком»**, **«алгоритм Евклида»**, **«силовые и эквипотенциальные линии»**, **«основное свойство пропорций»**.

**Литература**

1. Степанов В.В. *Курс дифференциальных уравнений.* Москва, ГТТИ, Физматлит, 1950.

2. Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. *Методы теории функций комплексного переменного.* Москва, ГИФМЛ, 1958.