

Учреждение образования  
«Международный государственный экологический институт  
имени А.Д. Сахарова» Белорусского государственного университета

УТВЕРЖДАЮ

Директор

МГЭИ им. А. Д. Сахарова БГУ

О. И. Родькин

2023 г.

Регистрационный № УД- 1262-23 /уч.



## МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

Учебная программа учреждения высшего образования  
по учебной дисциплине для специальности:

6-05-0533-03 Медицинская физика

2023 г.



Учебная программа составлена на основе ОСВО 6-05-0533-03-2023 от 01.09.2023 и учебного плана учреждения высшего образования № 158-23/уч. от 07.04.2023 специальности 6-05-0533-03 Медицинская физика

#### СОСТАВИТЕЛИ:

И. Н. Катковская, доцент кафедры общей и медицинской физики учреждения образования «Международный государственный экологический институт имени А. Д. Сахарова» Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент;

Л. А. Хвощинская, доцент кафедры общей и медицинской физики учреждения образования «Международный государственный экологический институт имени А. Д. Сахарова» Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент;

Д.И.Радюк, старший преподаватель кафедры общей и медицинской физики учреждения образования «Международный государственный экологический институт им. А. Д. Сахарова» Белорусского государственного университета

#### РЕЦЕНЗЕНТЫ:

Кафедра физико-математических дисциплин Института информационных технологий Белорусского государственного университета информатики и радиоэлектроники;

В. В. Журавков, заведующий кафедрой информационных технологий в экологии и медицине учреждения образования «Международный государственный экологический институт им. А. Д. Сахарова» Белорусского государственного университета, кандидат биологических наук, доцент

#### РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой общей и медицинской физики учреждения образования «Международный государственный экологический институт им. А. Д. Сахарова» Белорусского государственного университета (протокол № 10 от 29 мая 2023);

Научно-методическим советом учреждения образования «Международный государственный экологический институт им. А. Д. Сахарова» Белорусского государственного университета (протокол № 9 от 31 мая 2023)

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

В связи с возросшей ролью математики в современной науке и технике будущие инженеры нуждаются в серьезной математической подготовке. Изучение математики развивает логическое мышление, приучает студента к точности, к умению выделять главное, дает необходимые сведения для понимания сложных задач, возникающих в различных областях человеческой деятельности. Математический аппарат позволяет единообразно описать широкий круг фактов и явлений, провести их детальный количественный анализ, предсказать, как поведет себя объект в различных условиях. Математический анализ является фундаментальной дисциплиной.

Математические модели широко применяются в механике, физике, экологии и т. д. Освоение курса высшей математики дает возможность воспринимать материал других математических дисциплин (основы функционального анализа и теория функций, дифференциальные и интегральные уравнения, теория вероятностей и математическая статистика, методы математической физики), применять методы решения математических задач в специальных курсах (измерение характеристик ионизирующего излучения, дозиметрия, радиохимия и др.).

### **Цели обучения дисциплине:**

- формирование математической компетентности обучающихся для непрерывного образования и профессиональной деятельности;
- развитие логического и алгоритмического мышления;
- овладение основными методами исследования и решения математических задач;
- выработка умения самостоятельно расширять математические знания и проводить постановку и математический анализ прикладных задач.

### **Задачи обучения дисциплине:**

- формирование у студентов основных понятий и методов математического анализа;
- обучение решению прикладных задач математики в курсах физики, химии, биологии, экологии;
- развитие научного мировоззрения.

Студент должен владеть следующими компетенциями:

**БПК-1.** Применять методы дифференциального и интегрального исчисления для построения и решения модельных задач физики, исследования функции, вычисления производных и интегралов для решения научно-исследовательских и научно-практических задач.

В результате усвоения дисциплины студент должен

### **знать:**

- основные методы дифференцирования и интегрирования;
- основы теории рядов;
- роль и значение математического анализа при построении математических моделей;

**уметь:**

- выполнять действия с комплексными числами;
- вычислять пределы последовательности и функции;
- дифференцировать и интегрировать функции одной и нескольких переменных;
- исследовать сходимость числовых и функциональных рядов;
- разлагать функции в степенные ряды;
- применять методы дифференциального и интегрального исчисления для решения задач профессиональной направленности;

**владеть:**

- методами математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования;
- навыками интерпретации полученных результатов математического исследования;
- навыками практического использования базовых знаний и методов математического анализа в профессиональной области знания.

Программа курса рассчитана на 226 ч, аудиторных часов 124, из них: лекционных – 60 ч, практических занятий – 64 ч.

Форма получения высшего образования – дневная.

Форма текущей аттестации – экзамен в I семестре, зачет и экзамен во II семестре.

Трудоемкость дисциплины составляет 6 зачетных единиц.

## СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

### Тема 1. Числовая последовательность

Понятие числовой последовательности. Монотонность и ограниченность последовательности. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности. Предел числовой последовательности. Число  $e$ .

### Тема 2. Предел и непрерывность функции

Понятие предела функции. Односторонние пределы. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Основные теоремы о бесконечно малых и бесконечно больших. Основные теоремы о пределах функции. Замечательные пределы. Сравнение бесконечно малых функций. Эквивалентные функции. Непрерывность функции в точке. Свойства непрерывных функций. Классификация точек разрыва. Непрерывность функции на отрезке. Свойства функций, непрерывных на отрезке.

### Тема 3. Дифференциальное исчисление функций одной переменной

Задачи, приводящие к понятию производной. Определение производной. Геометрический и механический смысл производной. Основные правила дифференцирования. Производная обратной функции. Дифференцирование функций, заданных неявно и параметрически. Логарифмическая производная. Производные высших порядков. Дифференциал функции, его основные свойства. Инвариантность формы первого дифференциала. Применение дифференциала в приближенных вычислениях. Дифференциалы высших порядков. Основные теоремы дифференциального исчисления (теоремы Ферма, Ролля, Коши, Лагранжа). Правило Лопиталя. Применение производной к исследованию функций (монотонность, экстремумы, направление выпуклости кривой, точки перегиба). Асимптоты графика функции. Общая схема исследования и построения графика функции.

### Тема 4. Функции нескольких переменных

Понятие функции нескольких переменных. Геометрическое изображение функции нескольких переменных. Линии и поверхности уровня. Предел и непрерывность функции нескольких переменных. Частные производные. Полный дифференциал функции двух переменных. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Дифференцирование сложной функции. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Экстремум функции двух переменных. Нахождение наибольших и наименьших значений функции двух переменных в замкнутой области.

### Тема 5. Неопределенный интеграл

Первообразная функция и неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла. Метод подстановки и метод интегрирования по частям. Понятие рациональной функции, разложение правильной рациональной дроби в сумму простейших дробей. Интегрирование рациональных, тригонометрических и иррациональных функций.

## **Тема 6. Определенный интеграл**

Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Свойства определенного интеграла и его оценка. Интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница. Интегрирование по частям и замена переменной в определенном интеграле. Приложения определенного интеграла (площадь плоской фигуры, длина дуги кривой, объем тела вращения, площадь поверхности вращения, статические моменты и координаты центра тяжести пластин). Несобственные интегралы первого и второго рода.

## **Тема 7. Теория рядов**

Понятие числового ряда, сумма и остаток ряда. Сходимость и расходимость рядов. Гармонический ряд. Необходимое условие сходимости рядов. Ряды с положительными членами. Достаточные признаки сходимости знакоположительных рядов (признаки сравнения, Даламбера, радикальный и интегральный признаки Коши). Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимость рядов. Знакочередующиеся ряды. Признак Лейбница. Функциональные ряды. Равномерная сходимость. Теоремы о непрерывности суммы функционального ряда, почленном дифференцировании и интегрировании функциональных рядов. Понятие степенного ряда. Область и радиус сходимости степенного ряда. Теоремы Абеля и Коши – Адамара. Ряд Тейлора. Условия разложения функции в ряд Тейлора. Разложение основных элементарных функций в ряд Тейлора. Ряд Маклорена. Применение степенных рядов в приближенных вычислениях. Тригонометрический ряд Фурье, достаточные условия разложения функции в ряд Фурье.

## **Тема 8. Кратные интегралы. Криволинейные и поверхностные интегралы**

Задачи, приводящие к понятию двойного интеграла. Свойства двойного интеграла. Вычисление двойного интеграла в декартовых координатах. Замена переменных в двойном интеграле. Двойной интеграл в полярных координатах. Приложения двойных интегралов в геометрии и механике. Тройной интеграл, его свойства и способы вычисления. Тройной интеграл в цилиндрических и сферических координатах. Приложения тройных интегралов в геометрии и механике.

Криволинейные интегралы первого рода: определение, свойства, вычисление и основные приложения. Задача о работе силового поля. Криволинейные интегралы второго рода: определение, свойства и вычисление. Формула Грина. Независимость криволинейного интеграла второго рода от пути интегрирования. Поверхностные интегралы первого рода: определение, свойства, вычисление и основные приложения. Ориентация поверхности. Поверхностные интегралы второго рода: определение, свойства, вычисление.

# УЧЕБНО – МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА ДИСЦИПЛИНЫ

| Номер раздела, темы, занятия | Название раздела, темы                                     | Количество аудиторных часов |                                   |                      |                                    |                | Формы контроля знаний |
|------------------------------|------------------------------------------------------------|-----------------------------|-----------------------------------|----------------------|------------------------------------|----------------|-----------------------|
|                              |                                                            | Лекции                      | Практические(семинарские) занятия | Лабораторные занятия | Управляемая самостоятельная работа | Иное           |                       |
| 1                            | 2                                                          | 3                           | 4                                 | 5                    | 6                                  | 7              | 8                     |
| 1                            | Числовая последовательность                                | 2                           | 2                                 |                      |                                    | метод. пособие | опрос, сам. раб.      |
| 2                            | Предел и непрерывность функции                             | 4                           | 4                                 |                      |                                    | метод. пособие | опрос, сам. раб.      |
| 3                            | Дифференциальное исчисление функций одной переменной       | 10                          | 8                                 |                      |                                    | метод. пособие | опрос, сам. раб.      |
|                              | Контрольная работа                                         |                             | 2                                 |                      |                                    |                |                       |
| 4                            | Функции нескольких переменных                              | 6                           | 8                                 |                      |                                    | метод. пособие | опрос, сам. раб.      |
| 5                            | Неопределенный интеграл                                    | 8                           | 8                                 |                      |                                    | метод. пособие | опрос, сам. раб.      |
|                              | Контрольная работа                                         |                             | 2                                 |                      |                                    |                |                       |
| 6                            | Определенный интеграл                                      | 6                           | 6                                 |                      |                                    | метод. пособие | опрос, сам. раб.      |
| 7                            | Теория рядов                                               | 10                          | 8                                 |                      |                                    | метод. пособие | опрос, сам. раб.      |
|                              | Контрольная работа                                         |                             | 2                                 |                      |                                    |                |                       |
| 8                            | Кратные интегралы. Криволинейные и поверхностные интегралы | 14                          | 12                                |                      |                                    | метод. пособие | опрос, сам. раб.      |
|                              | Контрольная работа                                         |                             | 2                                 |                      |                                    |                |                       |
| <b>ВСЕГО</b>                 |                                                            | <b>60</b>                   | <b>64</b>                         |                      |                                    |                |                       |

## ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

### РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

#### *Основная:*

1. Гусак, А. А. Высшая математика : учебник : в 2 т. Т. 1 / А. А. Гусак. – 5-е изд. – Минск : ТетраСистемс, 2004. – 543 с.
2. Гусак, А. А. Высшая математика : учебник : в 2 т. Т. 2 / А. А. Гусак. – 5-е изд. – Минск : ТетраСистемс, 2004. – 448 с.
3. Катковская, И. Н. Математический анализ : практикум: в 2 ч. Ч.1 / И. Н. Катковская, Л. А. Хвоцинская / Мин-во образования РБ, УО "МГЭИ им. А.Д. Сахарова" БГУ. – Минск : ИВЦ Минфина, 2022. – 96 с.
4. Письменный, Д. Т. Конспект лекций по высшей математике. Полный курс / Д. Т. Письменный. – 18-е изд. – Москва : АЙРИС-пресс, 2021. – 608 с.

#### *Дополнительная*

5. Кузьменкова, Т. Е. Математический анализ : учеб.-метод. пособие / Т. Е. Кузьменкова. – Минск : МГЭУ им. А.Д. Сахарова, 2011. – 63 с.
6. Лунгу, К. Н. Сборник задач по высшей математике. 1 курс / К. Н. Лунгу, Д. Т. Письменный, С. Н. Федин, Ю. А. Шевченко. – 7-е изд. – М. : Айрис-пресс, 2008. – 576 с.
7. Рябушко, А. П. Высшая математика : в 5 ч. / А. П. Рябушко, Т. А. Жур. – Минск : Вышэйшая школа, 2016-2018. – Ч. 1. Линейная и векторная алгебра. Аналитическая геометрия. Дифференциальное исчисление функций одной переменной. – 2017. – 305 с.
8. Рябушко, А. П. Высшая математика : в 5 ч. / А. П. Рябушко, Т. А. Жур. – Минск : Вышэйшая школа, 2016-2018. – Ч. 2. Комплексные числа. Неопределенный и определенный интегралы. Функции нескольких переменных. Обыкновенные дифференциальные уравнения. – 2016. – 273 с.
9. Рябушко, А. П. Высшая математика : в 5 ч. / А. П. Рябушко, Т. А. Жур. – Минск : Вышэйшая школа, 2016-2018. – Ч. 3. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Ряды. Кратные интегралы. – 2017. – 321 с.
10. Рябушко, А. П. Высшая математика: в 5 ч. / А. П. Рябушко, Т. А. Жур. – Минск : Вышэйшая школа, 2016-2018. – Ч. 4. Криволинейные интегралы. Элементы теории поля. Функции комплексной переменной. – 2017. – 257 с.
11. Рябушко, А. П. Индивидуальные задания по высшей математике : в 4 ч. / А. П. Рябушко, В. В. Бархатов, В. В. Державец, И. Е. Юроть. – М. : Вышэйшая школа, 2013-2014.
12. Смирнов, А. В. Высшая математика (математический анализ) : учеб.-метод. пособие / А. В. Смирнов. – Минск : МГЭУ им. А.Д. Сахарова, 2007. – 67 с.



## **Инновационные подходы и методы к преподаванию учебной дисциплины**

При изучении дисциплины «Математический анализ» рекомендуется использовать практико-ориентированный подход, который предполагает: освоение содержания образования через решения практических задач; приобретение навыков эффективного выполнения разных видов профессиональной деятельности; ориентацию на генерирование идей, реализацию групповых студенческих проектов, развитие предпринимательской культуры; использование процедур, способов оценивания, фиксирующих сформированность профессиональных компетенций.

При реализации данной дисциплины используются следующие виды учебных занятий: лекции, консультации, практические занятия и самостоятельная работа студента.

В рамках лекционных занятий предусмотрено использование мультимедийных средств.

В процессе проведения практических заданий используются дидактические материалы, включающие задачи повышенной сложности. Использование дидактических материалов позволяет работать хорошо успевающим студентам с большим коэффициентом полезного действия.

Изучение дисциплины предусматривает систематическую самостоятельную работу студентов с рекомендуемыми учебно-методическими материалами, Internet-источниками и другими источниками.

Для организации самостоятельной работы студентов по курсу необходимо использовать современные технологии: разместить в сетевом доступе комплекс учебных и учебно-методических материалов (программа, методические указания к практическим занятиям, список рекомендуемой литературы и информационных ресурсов, задания в тестовой форме для самоконтроля и др.).

Самостоятельная работа осуществляется в виде аудиторных и внеаудиторных форм по высшей математике. Для самостоятельной работы студентам предлагаются индивидуальные домашние задания. В рамках индивидуальных консультаций студенты обсуждают ход выполнения индивидуальных домашних заданий.

### **Перечень рекомендуемых средств диагностики**

С целью диагностики знаний, умений и навыков студентов по данной дисциплине рекомендуется использовать:

- 1) контрольные работы;
- 2) самостоятельные работы;
- 3) тесты;
- 4) устный опрос в ходе практических занятий;
- 5) коллоквиумы по пройденному теоретическому материалу;
- 6) проверку конспектов лекций студентов.

**Темы самостоятельных работ**

1. Комплексные числа.
2. Функции и их основные свойства.
3. Предел числовой последовательности.
4. Предел функции. Замечательные пределы.
5. Производная функции.
6. Исследование функций с помощью производной.
7. Неопределённый интеграл.
8. Определённый интеграл.
9. Приложения определённого интеграла.
10. Числовые ряды.
11. Частные производные функций нескольких переменных.
12. Экстремум функций двух переменных.
13. Вычисление двойных интегралов.
14. Криволинейные интегралы I и II рода.

**Темы индивидуальных домашних заданий**

1. Предел функции и её непрерывность.
2. Производная функции.
3. Неопределённый интеграл.
4. Определённый интеграл и его приложения.
5. Числовые и степенные ряды.
6. Функции нескольких переменных.

### Протокол согласования учебной программы

| Название дисциплины, с которой требуется согласование | Название кафедры | Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине | Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола) |
|-------------------------------------------------------|------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Согласование не требуется                             |                  |                                                                                                               |                                                                                                   |
|                                                       |                  |                                                                                                               |                                                                                                   |
|                                                       |                  |                                                                                                               |                                                                                                   |