

Учреждение образования  
«Международный государственный экологический институт  
имени А.Д. Сахарова» Белорусского государственного университета

УТВЕРЖДАЮ

Директор

МГЭИ им. А. Д. Сахарова БГУ

О. И. Родькин

2023 г.

Регистрационный № УД-1841-23 /уч.



## МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

Учебная программа учреждения высшего образования  
по учебной дисциплине для специальности:

6-05-0611-01 Информационные системы и технологии

Профилизации:

Информационные системы и технологии в экологии  
Информационные системы и технологии в здравоохранении

2023 г.

Учебная программа составлена на основе ОСВО 6-05-0611-01-2023 от 10.08.2023 и учебных планов учреждения высшего образования № 159-23/уч от 07.04.2023 и № 160-23/уч. от 07.04.2023 по специальности 6-05-0611-01 Информационные системы и технологии (по направлениям)

**СОСТАВИТЕЛЬ:**

В.В. Полегенький, доцент кафедры общей и медицинской физики учреждения образования «Международный государственный экологический институт им. А. Д. Сахарова» Белорусского государственного университета;

Д.И. Радюк, старший преподаватель кафедры общей и медицинской физики учреждения образования «Международный государственный экологический институт им. А. Д. Сахарова» Белорусского государственного университета

**РЕЦЕНЗЕНТЫ:**

Кафедра физико-математических дисциплин Института информационных технологий Белорусского государственного университета информатики и радиоэлектроники;

В. В. Журавков, заведующий кафедрой информационных технологий в экологии и медицине учреждения образования «Международный государственный экологический институт им. А. Д. Сахарова» Белорусского государственного университета, кандидат биологических наук, доцент

**РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:**

Кафедрой общей и медицинской физики учреждения образования «Международный государственный экологический институт им. А. Д. Сахарова» Белорусского государственного университета (протокол № 10 от 28 мая 2023);

Научно-методическим советом учреждения образования «Международный государственный экологический институт им. А. Д. Сахарова» Белорусского государственного университета (протокол № 9 от 31 мая 2023)

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Математический анализ является фундаментальной дисциплиной. В связи с возросшей ролью математики в современной науке и технике будущие экологи, инженеры нуждаются в серьезной математической подготовке. Изучение математики развивает логическое мышление, приучает студента к точности, к умению выделять главное, дает необходимые сведения для понимания сложных задач, возникающих в различных областях человеческой деятельности. Математический аппарат позволяет единообразно описать широкий круг фактов и явлений, провести их детальный количественный анализ, предсказать, как поведет себя объект в различных условиях. Математические модели широко применяются в механике, физике, экологии и т. д. Математический анализ необходим для изучения специальных дисциплин (основы алгоритмизации и программирования, компьютерные сети, статистические методы обработки данных и др.)

### **Цели обучения дисциплине:**

- формирование математической компетентности обучающихся для непрерывного образования и профессиональной деятельности;
- развитие логического и алгоритмического мышления;
- овладение основными методами исследования и решения математических задач;
- выработка умения самостоятельно расширять математические знания и проводить постановку и математический анализ прикладных задач.

### **Задачи обучения дисциплине:**

- формирование у студентов основных понятий и методов математического анализа;
- обучение решению прикладных задач математики в курсах физики, химии, программирования, экологии;
- развитие научного мировоззрения.

Студент должен владеть следующими компетенциями: БПК-2. Применять методы дифференциального и интегрального исчисления, аппарат теории степенных и функциональных рядов при построении и исследовании математических моделей прикладных задач.

В результате усвоения дисциплины студент должен

### **знать:**

- основные методы дифференцирования и интегрирования;
- основные типы обыкновенных дифференциальных уравнений и методы их решения;
- основы теории рядов;
- роль и значение математического анализа при построении математических моделей;

**уметь:**

- выполнять действия с комплексными числами;
- вычислять пределы последовательности и функции;
- дифференцировать и интегрировать функции одной и нескольких переменных;
- находить общее и частное решения дифференциальных уравнений первого порядка;
- исследовать сходимость числовых и функциональных рядов;
- разлагать функции в степенные ряды;
- применять методы дифференциального и интегрального исчисления для решения задач профессиональной направленности;

**владеть:**

- методами математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования;
- навыками интерпретации полученных результатов математического исследования;
- навыками практического использования базовых знаний и методов математического анализа в профессиональной области знания.

Программа курса рассчитана на 330 ч. Аудиторных часов 176, из них: лекционных – 82 ч, практических занятий – 94 ч.

Форма получения высшего образования – дневная.

Форма текущей аттестации – зачет в I семестре, экзамен во II семестре.

Трудоемкость дисциплины составляет 9 зачетных единиц.

## СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

### **Тема 1. Введение в курс математического анализа**

Понятие множества, операции над множествами. Числовые множества. Множество комплексных чисел. Алгебраическая форма записи комплексного числа. Действия над комплексными числами в алгебраической форме. Модуль и аргумент комплексного числа. Тригонометрическая и показательная формы комплексного числа. Действия над комплексными числами в тригонометрической и показательной формах.

Функции. Основные понятия. Способы задания функции. Свойства функций.

Понятие числовой последовательности. Способы задания. Виды последовательностей.

### **Тема 2. Предел последовательности и функции. Непрерывность функции**

Предел числовой последовательности. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности. Свойства последовательностей, имеющих предел. Число  $e$ .

Предел функции в точке и на бесконечности. Вычисление пределов. Замечательные пределы. Эквивалентные бесконечно малые функции. Односторонние пределы.

Непрерывность функции в точке. Классификация точек разрыва функции. Непрерывность функции на промежутке. Асимптоты графика функции. Решение задач с профессионально направленным содержанием.

### **Тема 3. Дифференциальное исчисление функций одной переменной**

Понятие производной функции, её геометрический и физический смысл. Свойства производной для арифметических действий. Производная сложной и обратной функции. Таблица производных. Дифференцирование показательных, степенных, неявно и параметрически заданных функций. Производные высших порядков. Дифференциал функции. Применение дифференциала в приближенных вычислениях. Дифференциалы высших порядков. Основные теоремы дифференциального исчисления. Правила Лопиталя. Формула Тейлора. Применение производной к исследованию функций (монотонность, экстремумы, направление выпуклости кривой, точки перегиба). Общая схема исследования функции и построение её графика. Решение задач с профессионально направленным содержанием.

### **Тема 4. Неопределенный интеграл**

Неопределенный интеграл и его свойства. Таблица интегралов. Основные методы интегрирования: непосредственное интегрирование, замена переменной и интегрирование по частям. Интегрирование выражений, содержащих квадратный трехчлен в знаменателе дроби. Понятие рациональной функции, разложение правильной рациональной дроби на сумму простейших дробей. Интегрирование рациональных функций.

Интегрирование иррациональных функций. Интегрирование тригонометрических функций. Решение задач с профессионально направленным содержанием.

### **Тема 5. Определенный интеграл**

Задача о площади криволинейной трапеции. Определенный интеграл и его свойства. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле. Приложения определенного интеграла к задачам геометрии и механики. Несобственные интегралы. Решение задач с профессионально направленным содержанием.

### **Тема 6. Функции нескольких переменных**

Функции нескольких переменных: основные понятия. Предел и непрерывность функции нескольких переменных. Частные производные. Полный дифференциал функции двух переменных. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Дифференцирование сложной и неявной функций нескольких переменных. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Экстремум функции двух переменных. Условный экстремум. Решение задач с профессионально направленным содержанием.

### **Тема 7. Интегральное исчисление функций нескольких переменных**

Определение двойного интеграла, его свойства. Повторные интегралы. Вычисление двойных интегралов в декартовой системе координат. Изменение порядка интегрирования в двойном интеграле. Вычисление двойного интеграла в полярной системе координат. Геометрические и физические приложения двойного интеграла.

Задачи, приводящие к криволинейному интегралу 1-го рода. Свойства и вычисление криволинейных интегралов 1-го рода. Криволинейный интеграл 2-го рода, его механический смысл. Свойства и вычисление криволинейных интегралов 2-го рода. Формула Грина. Условия независимости криволинейных интегралов 2-го рода от пути интегрирования. Восстановление функции по ее полному дифференциалу.

### **Тема 8. Дифференциальные уравнения и системы**

Основные понятия теории обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ). Общее и частное решение ОДУ. Задача Коши.

ОДУ 1-го порядка. Основные типы ДУ 1-го порядка и методы их решений (с разделяющимися переменными, однородные, линейные, Бернулли, в полных дифференциалах).

Основные понятия о ДУ высших порядков. Задача Коши. Уравнения, допускающие понижение порядка.

Линейные однородные дифференциальные уравнения высших порядков и свойства их решений. Структура общего решения линейного

однородного дифференциального уравнения. Линейные однородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами.

Линейные неоднородные дифференциальные уравнения высших порядков. Структура общего решения, принцип суперпозиции решений. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида. Метод вариации произвольных постоянных.

Системы ОДУ первого порядка. Линейные системы ОДУ 1-го порядка с постоянными коэффициентами и методы их решения.

### **Тема 9. Числовые и функциональные ряды**

Понятие числового ряда и его суммы. Сходимость и расходимость рядов. Необходимое условие сходимости числового ряда. Ряды с положительными членами. Достаточные признаки сходимости знакоположительных рядов: сравнения, Даламбера, Коши, интегральный признак. Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимость ряда. Знакопеременные ряды. Признак Лейбница. Функциональные ряды. Степенные ряды. Радиус и область сходимости степенного ряда. Ряды Тейлора и Маклорена. Разложение основных элементарных функций в ряд Маклорена. Ряды Фурье. Ряды Фурье для периодических функций.

## УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА ДИСЦИПЛИНЫ

Номер раздела, темы, занятия	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов				Формы знаний контроля
		Лекции	Занятия (семинарские) Практические	Лабораторные занятия	Иное	
1	2	3	4	5	6	7
1	Введение в курс математического анализа	4	4		метод. пособие	самост. работа
2	Предел последовательности и функции. Непрерывность функции	6	6		метод. пособие	опрос, самост. работа
3	Дифференциальное исчисление функций одной переменной	12	14		метод. пособие	опрос, контр. работа
	Контрольная работа №1		2			
4	Неопределенный интеграл	12	14		метод. пособие	опрос, контр. работа
5	Определенный интеграл	6	10		метод. пособие	опрос, самост. работа
6	Функции нескольких переменных	10	8		метод. пособие	самост. работа
7	Интегральное исчисление функций нескольких переменных	12	12		метод. пособие	опрос, контр. работа
	Контрольная работа №2		2			
8	Дифференциальные уравнения и системы	12	14			опрос, контр. работа
	Контрольная работа №3		2			
9	Числовые и функциональные ряды	8	6		метод. пособие	контр. работа
<b>ВСЕГО</b>		<b>82</b>	<b>94</b>			



## ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

### РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

#### *Основная:*

1. Баврин, И. И. Высшая математика : учебник / И. И. Баврин. – 3-е изд., стер. – М. : Изд-й центр "Академия", 2003. – 616 с.
2. Гусак, А. А. Высшая математика : учебник : в 2 т. Т. 1 / А. А. Гусак. – 5-е изд. – Минск : ТетраСистемс, 2004. – 543 с.
3. Гусак, А. А. Высшая математика : учебник : в 2 т. Т. 2 / А. А. Гусак. – 5-е изд. – Минск : ТетраСистемс, 2004. – 448 с.
4. Катковская, И. Н. Математический анализ : практикум: в 2 ч. Ч.1 / И. Н. Катковская, Л. А. Хвощинская / Мин-во образования РБ, УО "МГЭИ им. А.Д. Сахарова" БГУ. – Минск : ИВЦ Минфина, 2022. – 96 с.
5. Письменный, Д. Т. Конспект лекций по высшей математике. Полный курс / Д. Т. Письменный. – 18-е изд. – Москва : АЙРИС-пресс, 2021. – 608 с.

#### *Дополнительная*

6. Кузьменкова, Т. Е. Математический анализ : учеб.-метод. пособие / Т. Е. Кузьменкова. – Минск : МГЭУ им. А.Д. Сахарова, 2011. – 63 с.
7. Лунгу, К. Н. Сборник задач по высшей математике. 1 курс / К. Н. Лунгу, Д. Т. Письменный, С. Н. Федин, Ю. А. Шевченко. – 7-е изд. – М. : Айрис-пресс, 2008. – 576 с.
8. Рябушко, А. П. Высшая математика : в 5 ч. / А. П. Рябушко, Т. А. Жур. – Минск : Вышэйшая школа, 2016-2018. – Ч. 1. Линейная и векторная алгебра. Аналитическая геометрия. Дифференциальное исчисление функций одной переменной. – 2017. – 305 с.
9. Рябушко, А. П. Высшая математика : в 5 ч. / А. П. Рябушко, Т. А. Жур. – Минск : Вышэйшая школа, 2016-2018. – Ч. 2. Комплексные числа. Неопределенный и определенный интегралы. Функции нескольких переменных. Обыкновенные дифференциальные уравнения. – 2016. – 273 с.
10. Рябушко, А. П. Высшая математика : в 5 ч. / А. П. Рябушко, Т. А. Жур. – Минск : Вышэйшая школа, 2016-2018. – Ч. 3. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Ряды. Кратные интегралы. – 2017. – 321 с.
11. Рябушко, А. П. Высшая математика: в 5 ч. / А. П. Рябушко, Т. А. Жур. – Минск : Вышэйшая школа, 2016-2018. – Ч. 4. Криволинейные интегралы. Элементы теории поля. Функции комплексной переменной. – 2017. – 257 с.
12. Рябушко, А. П. Индивидуальные задания по высшей математике : в 4 ч. / А. П. Рябушко, В. В. Бархатов. В. В. Державец, И. Е. Юреть. – М. : Вышэйшая школа, 2013-2014.
13. Смирнов, А. В. Высшая математика (математический анализ) : учеб.-метод. пособие / А. В. Смирнов. – Минск : МГЭУ им. А.Д. Сахарова, 2007. – 67 с.

## **Инновационные подходы и методы к преподаванию учебной дисциплины**

При изучении дисциплины «Математический анализ» рекомендуется использовать практико-ориентированный подход, который предполагает: освоение содержания образования через решения практических задач; приобретение навыков эффективного выполнения разных видов профессиональной деятельности; ориентацию на генерирование идей, реализацию групповых студенческих проектов, развитие предпринимательской культуры; использование процедур, способов оценивания, фиксирующих сформированность профессиональных компетенций.

При реализации данной дисциплины используются следующие виды учебных занятий: лекции, консультации, практические занятия и самостоятельная работа студента.

В рамках лекционных занятий предусмотрено использование мультимедийных средств.

В процессе проведения практических заданий используются дидактические материалы, включающие задачи повышенной сложности. Использование дидактических материалов позволяет работать хорошо успевающим студентам с большим коэффициентом полезного действия.

Изучение дисциплины предусматривает систематическую самостоятельную работу студентов с рекомендуемыми учебно-методическими материалами, Internet-источниками и другими источниками.

Для организации самостоятельной работы студентов по курсу необходимо использовать современные технологии: разместить в сетевом доступе комплекс учебных и учебно-методических материалов (программа, методические указания к практическим занятиям, список рекомендуемой литературы и информационных ресурсов, задания в тестовой форме для самоконтроля и др.).

Самостоятельная работа осуществляется в виде аудиторных и внеаудиторных форм по высшей математике. Для самостоятельной работы студентам предлагаются индивидуальные домашние задания. В рамках индивидуальных консультаций студенты обсуждают ход выполнения индивидуальных домашних заданий.

### **Темы самостоятельных работ**

1. Комплексные числа.
2. Функции и их основные свойства.
3. Числовые последовательности. Предел последовательности.
4. Предел и непрерывность функции.
5. Вычисление производных. Общая схема исследования функции и построения ее графика.
6. Вычисление интегралов. Основные методы интегрирования.

7. Вычисление частных производных. Экстремум функций двух переменных.
8. Вычисление двойных интегралов.
9. Вычисление криволинейных интегралов I и II рода.
10. Решение ОДУ 1-го порядка.
11. Решение ОДУ-2, допускающие понижение порядка.
12. Решение линейных ОДУ 2-го порядка с постоянными коэффициентами.
13. Решение систем линейных ОДУ 1-го порядка с постоянными коэффициентами.
14. Числовые и степенные ряды.

#### **Темы индивидуальных домашних заданий**

1. Предел функции и её непрерывность.
2. Дифференциальное исчисление функции одной переменной.
3. Неопределённый интеграл. Определённый интеграл и его приложения.
4. Функции нескольких переменных.
5. Дифференциальные уравнения и системы.
6. Числовые и функциональные ряды.

#### **Перечень рекомендуемых средств диагностики**

С целью диагностики знаний, умений и навыков студентов по данной дисциплине рекомендуется использовать:

- 1) контрольные работы;
- 2) самостоятельные работы;
- 3) тесты;
- 4) устный опрос в ход практических занятий;
- 5) проверку конспектов лекций студентов.

**Протокол согласования учебной программы**

<b>Название дисциплины, с которой требуется согласование</b>	<b>Название кафедры</b>	<b>Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине</b>	<b>Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)</b>
Согласования с другими дисциплинами не требуется			