

ПОРТФЕЛЬНАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ С ПРИМЕНЕНИЕМ НЕЧЕТКИХ МНОЖЕСТВ

И. В. Большакова¹⁾, Е. И. Тарлецкая²⁾

¹⁾ старший преподаватель, Белорусский государственный университет, экономический факультет, г. Минск, Республика Беларусь, e-mail: BolshIV@bsu.by

²⁾ студентка, Белорусский государственный университет, г. Минск, Республика Беларусь, e-mail: lizstar485@gmail.com

Классическая задача оптимизации инвестиционного портфеля обобщается на случай нечетких коэффициентов доходности, моделируемых нечеткими треугольными числами. Связанные с инвестированием риски моделируются с помощью полиматроидных ограничений диверсификации рисков. Теория нечетких множеств применяется для задачи оптимального управления портфелем акций музыкальных стриминговых сервисов.

Ключевые слова: портфельная оптимизация; нечеткие треугольные числа; нечеткие доходности; полиматроид рисков; стриминговые сервисы; музыкальный стриминг.

PORTFOLIO OPTIMIZATION USING FUZZY SETS

I. V. Bolshakova¹⁾, E. I. Tarletskaia²⁾

¹⁾ senior lecturer, Belarusian State University, faculty of economics, Minsk, Republic of Belarus, e-mail: BolshIV@bsu.by

²⁾ student, Belarusian State University, Minsk, Republic of Belarus, e-mail: lizstar485@gmail.com

The classical problem of investment portfolio optimization is generalized to the case of fuzzy return rates modeled by fuzzy triangular numbers. The risks associated with investment are modeled using polymatroid constraints on risk diversification. The theory of fuzzy sets is applied to the optimal portfolio problem in the market of music streaming services.

Keywords: portfolio optimization; fuzzy triangular numbers; fuzzy returns; risk polymatroid; streaming services; music streaming.

Музыкальные стриминговые сервисы менее чем за 20 лет своего существования стали не только самым популярным способом прослушивания музыки, но и ключевым источником выручки мировой музыкальной индустрии: в настоящий момент на музыкальный стриминг приходится более 65 % дохода всей музыкальной индустрии [1]. Несмотря на то, что рынок музыкального стриминга находится только на пути к достижению состояния равновесия, это перспективные и инновационные компании, акции которых заслуженно пользуются все большей популярностью на фондовой бирже.

В работе [2] был проведен анализ эффективности инвестиций в музыкальные стриминговые сервисы с помощью классической портфельной теории Г. Марковица и модели Конно-Ямазаки. Представляет интерес развить классические методы финансового анализа на нечетких множествах, что приведет к более адекватным моделям с учетом неопределенности будущего. Анализ эффективности

инвестиций проведен на основе формирования инвестиционного портфеля акций аналогичных стриминговых компаний: Spotify, Tencent Music, Apple Music, Amazon Music и Яндекс.Музыка. Обновленные данные о доходности акций выбранных компаний приведены в таблице 1.

Из таблицы 1 видно, что корпорации Apple и Amazon, которые специализируются не на одном виде услуг, ожидаемо, более стабильны: разница между максимальным и минимальным значением не так велика, как для Spotify или Tencent Music. Наиболее неблагоприятный прогноз на данный момент у акций Яндекса, поскольку в последнем квартале наблюдалось рекордное падение их стоимости на 68,69 %, после чего торги акциями этой компании на иностранных биржах были заморожены.

Таблица 1

Доходности акций стриминговых компаний по кварталам

Период	Доходность (r_j), %				
	Spotify	Tencent Music	Apple Music	Amazon Music	Яндекс. Музыка
1	14,12	-17,03	6,16	-3,10	15,48
2	-6,87	-3,01	16,77	-4,83	-11,39
3	-2,08	-8,31	24,43	13,06	25,12
4	7,27	-10,09	-5,08	23,16	-25,43
5	70,10	41,45	44,67	27,92	52,61
6	-6,95	-7,81	2,45	-4,06	28,43
7	31,31	78,76	21,22	5,60	9,47
8	-19,96	-34,51	-0,38	8,15	-6,63
9	-9,30	-39,32	10,95	-4,03	8,37
10	26,56	-25,64	2,70	1,35	12,56
11	-32,18	-21,37	16,68	-11,30	-23,66
12	-21,69	-19,09	-0,27	9,35	-68,69
Минимальная доходность (r_{min}), %	-32,18	-39,32	-5,08	-11,30	-68,69
Средняя доходность (\bar{r}_j), %	4,19	-5,50	11,69	5,11	1,35
Максимальная доходность (r_{max}), %	70,10	78,76	44,67	27,92	52,61

Источник: разработка авторов на основе данных фондовых бирж [3–7] за период 01.04.2019 – 01.04.2022.

Поскольку спрогнозировать характеристические функции для будущих доходностей акций каждой компании практически невозможно, то проще воспользоваться нечеткими треугольными числами (НТЧ). Простейшую портфельную задачу с нечеткими доходностями можно сформулировать следующим образом [8]:

$$\sum_{j=1}^n \tilde{R}x_j \rightarrow \max, \quad (1)$$

$$\sum_{j=1}^n x_j = 1 \text{ или } \sum_{j=1}^n K_j = K,$$

$$x_j \geq 0, j = 1, \dots, n,$$

$$(x_1, x_2, \dots, x_n) \in P(r),$$

где x_j – доля акций j -ой компании в портфеле;

K – инвестируемый капитал;

$P(r)$ – полиматроид диверсификации риска;

$\tilde{R} = (r_1^j, r_2^j, r_3^j)$ – доходность j -го финансового инструмента в форме нечеткого треугольного числа, состоящего соответственно из минимально возможной, наиболее вероятной и максимально возможной будущей доходности j -го инструмента.

Представим исходные данные портфельной задачи (1) в виде таблицы 2, из которой также видно, что вкладываться в акции компании Яндекс пока не выгодно, поскольку их средняя нечеткая доходность отрицательна.

В целях диверсификации риска инвестирования капитала вводятся двусторонние ограничения по доле вложений в акции каждой компании: $0,2 \leq x_1 \leq 0,6$; $0,05 \leq x_2 \leq 0,35$; $0,1 \leq x_3 \leq 0,5$; $0,15 \leq x_4 \leq 0,45$; $0 \leq x_5 \leq 0,3$. Ограничиваются также масштабы операций в рамках одной страны: $x_3 + x_4 \leq 0,5$ (то есть совокупные вложения в американские компании Apple и Amazon не должны превышать 50 % от инвестируемого капитала). Эти ограничения задают обобщенный полиматроид диверсификации риска.

Таблица 2

Ожидаемые доходности акций музыкальных стриминговых сервисов, представленные НТЧ

Виды актива	Ожидаемая доходность, %				Средняя доходность, %
	НТЧ \tilde{R}^j	$\min r_1^j$	вероятная r_2^j	$\max r_3^j$	$\tilde{R}_{\text{cp}}^j = \frac{r_1 + 2r_2 + r_3}{4}$
Spotify (x_1)	\tilde{R}^1	-32,18	4,19	70,1	11,575
Tencent Music (x_2)	\tilde{R}^2	-39,32	-5,5	78,76	7,11
Apple (x_3)	\tilde{R}^3	-5,08	11,69	44,67	15,74
Amazon (x_4)	\tilde{R}^4	-11,3	5,11	27,92	6,71
Yandex (x_5)	\tilde{R}^5	-68,69	1,35	52,61	-3,345

Общая средняя доходность инвестиционного портфеля рассчитывается как доля вложений, умноженная на среднюю нечеткую доходность акций:

$$r = \sum_{j=1}^n x_j \cdot \tilde{R}_{\text{cp}}^j.$$

Сумма вложений в акции каждой компании K_j находится по формуле:

$$K_j = x_j \cdot K, \quad j = \overline{1,5}.$$

Соответственно, полученная прибыль по инвестициям равна ΔK :

$$\Delta K = K \cdot r.$$

С помощью пакета «Анализ данных» Microsoft Excel найдено решение задачи максимизации доходности для суммы вложений общего капитала в 100 млн евро. Получены следующие результаты:

$$\begin{aligned} x_1 &= 0,45, K_1 = 4,5 \text{ млн евро (Spotify);} \\ x_2 &= 0,05, K_2 = 0,5 \text{ млн евро (Tencent Music);} \\ x_3 &= 0,35, K_3 = 3,5 \text{ млн евро (Apple);} \\ x_4 &= 0,15, K_4 = 1,5 \text{ млн евро (Amazon);} \\ x_5 &= 0, K_5 = 0 \text{ евро (Yandex);} \\ r &= 12,08 \% \\ \Delta K &= 1,208\$ \text{ млн евро.} \end{aligned}$$

Следовательно, средняя доходность инвестиционного портфеля составит 12,08 %, а полученная прибыль – 1,208 млн евро. Рассчитаем также пессимистическую, наиболее вероятную и оптимистическую доходности портфеля:

$$r_1 = \sum_{j=1}^n x_j \cdot r_1^j = -19,92 \%,$$

$$r_2 = \sum_{j=1}^n x_j \cdot r_2^j = 6,47 \%,$$

$$r_3 = \sum_{j=1}^n x_j \cdot r_3^j = 55,31 \%.$$

По пессимистическим прогнозам инвестор может получить убыток почти в 20 %, причем наиболее рискованной в этом случае является покупка акций Spotify (только они одни могут принести убыток в 14,48 %). Тем не менее, по оптимистической оценке вложения могут оказаться крайне выгодными: инвестор получит прибыль в 55,31 % (и 33,5 % из них принесут именно акции Spotify). Наиболее вероятная доходность портфеля составит 6,47 %.

Таким образом, используя операции над нечеткими числами, можно обобщать основные оптимизационные алгоритмы классической портфельной теории. Оптимизационная модель с НТЧ позволяет оценить пессимистическую, наиболее вероятную и оптимальную доходности, но не ответить на вопрос, какова вероятность того, что инвестор получит ту или иную доходность. Зато на этот вопрос может ответить, в частности, модель Конно-Ямазаки [2; 9], а также поможет

узнать и другую полезную информацию: например, какие из акций являются самыми рисковыми или самыми стабильными. Соответственно, сочетание различных способов оптимизации портфеля [9] позволит инвестору получить более полную информацию и принять правильное решение для вложения инвестируемого капитала.

Библиографические ссылки

1. Global Music Report [Электронный ресурс] / IFPI. – 2021. – 42 с. URL: <https://www.ifpi.org/ifpi-issues-annual-global-music-report-2021/> (дата доступа: 15.02.2023).
2. *Большакова И. В., Тарлецкая Е. И.* Модели инвестирования в музыкальные стриминговые сервисы // Тенденции экономического развития в XXI веке : материалы IV Междунар. науч.-практ. конф., Минск, 1 марта 2022 г. / Белорус. гос. ун-т ; редкол. : А. А. Королёва (гл. ред.) [и др.]. Минск : БГУ, 2022. С. 141–145.
3. Spotify Technology S. A. Price Data [Электронный ресурс] // MarketWatch. 2022. URL: <https://www.marketwatch.com/investing/stock/spot/download-data?startDate=1/1/2019&endDate=4/1/2022> (дата доступа: 20.04.2022).
4. Tencent Music Entertainment Group ADR Price Data [Электронный ресурс] // MarketWatch. 2022. URL: <https://www.marketwatch.com/investing/stock/tme/download-data?startDate=1/1/2019&endDate=4/1/2022> (дата доступа: 20.04.2022).
5. Apple Inc. Price Data [Электронный ресурс] // MarketWatch. 2022. URL: <https://www.market-watch.com/investing/stock/aapl/download-data?startDate=1/1/2019&endDate=4/1/2022> (дата доступа: 20.04.2022).
6. Amazon.com Inc. Price Data [Электронный ресурс] / MarketWatch. – 2022. Режим доступа: <https://www.marketwatch.com/investing/stock/amzn/download-data?startDate=1/1/2019&endDate=4/1/2022>. Дата доступа: 20.04.2022.
7. Динамика курса акций Yandex N.V. [Электронный ресурс] / Яндекс. 2022. URL: <https://yandex.by/news/quotes/42.html> (дата доступа: 20.04.2022).
8. *Большакова И. В.* Нечеткие доходности в портфельной теории (метод треугольных нечетких чисел) // Журнал Белорусского государственного университета. Экономика. 2020. № 2. С. 50–59.
9. *Большакова И. В.* Портфельная оптимизация: обзор // Журнал Белорусского государственного университета. Экономика. 2017. № 2. С. 4–15 (на англ.).