УДК 510

АКТУАЛЬНЫЕ НАПРАВЛЕНИЯ ФУНДАМЕНТАЛЬНОЙ ПОДГОТОВКИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ПРОГРАММЕ МАГИСТРАТУРЫ 01.04.01. МАТЕМАТИКА

Е. И. Деза[1)], О. И. Стесева[2)]

[1), 2)] *Московский педагогический государственный университет, Москва, Россия,*
[1)]*elena.deza@gmail.com*, [2)]*steseva_oi@rambler.ru*

В статье рассмотрены проблемы, связанные с отбором содержания фундаментальной математической подготовки студентов по программам магистратуры 01.04.01 Математика. Проанализированы методические возможности специальных числовых множеств. Проведен дидактический анализ понятия «факториал». Охарактеризована роль факториала в решении задач комбинаторики, алгебры, математического анализа. Рассмотрены алгоритмы вычисления факториалов больших чисел, представляющие собой важную часть вычислительной математики. Выделены методические возможности задач, связанных с факториалом. Даны рекомендации по использованию задач такого рода в образовательном процессе.

Ключевые слова: специальные числа; факториал; формула Стирлинга; вычислительные алгоритмы; фундаментальная математическая подготовка студентов.

CURRENT AREAS OF FUNDAMENTAL TRAINING OF STUDENTS UNDER THE MASTER'S PROGRAM 01.04.01. MATHEMATICS

E. I. Deza[1)], O. I. Steseva[2)]

[1), 2)]*Moscow State Pedagogical University, Moscow, Russia,*
[1)]*elena.deza@gmail.com*, [2)]*steseva_oi@rambler.ru*

The article discusses some problems associated with the selection of the content of fundamental mathematical training of students in master's programs 01.04.01 Mathematics. Methodical possibilities of special numerical sets are analyzed. A didactic analysis of the concept «factorial» is carried out. The role of factorial in solving of problems of combinatorics, algebra, mathematical analysis is characterized. Algorithms for calculating factorials of large numbers, which are an important part of computational mathematics, are considered. Methodical possibilities of factorial-related tasks are highlighted. Recommendations are given on the use of tasks of this kind in the educational process.

Keywords: special numbers; factorial; Stirling’s formula; computational algorithms; fundamental mathematical training of students.

Введение

Требования, предъявляемые сегодня к подготовке специалистов, конкурентоспособных в условиях цифрового общества, предусматривают постоянное обновление списка имеющихся образовательных программ, расширение диапазона их возможностей с учетом современных реалий.

Это в полной мере относится и к подготовке магистрантов механико-математических и IT-специальностей.

В частности, разрабатывая новые образовательные программы магистратуры в рамках направления 01.04.01 Математика, мы должны учитывать необходимость полноценной подготовки обучающихся не только в области фундаментальных разделов математической науки, но и в рамках современных прикладных аспектов.

Такой подход требует обновления содержания образования, поиска новых объектов, изучение которых будет максимально отвечать поставленной двуединой задаче.

Так, в 2022 году в Институте математики и информатики Московского педагогического государственного университета был открыт прием на новую программу магистратуры 01.04.01 Математика, направленность «Математические основы цифровых технологий».

Основная цель программы − предоставление студентам возможности получить глубокие фундаментальные знания в области теоретической математики, приобрести навыки и опыт как научно-исследовательской, так и преподавательской деятельности, познакомиться с математическими основаниями и практикой использования современных методов математического моделирования дискретных процессов. Таким образом, программа призвана решать в комплексе три задачи:

− фундаментальная математическая подготовка

− готовность к преподавательской деятельности

− владение современными прикладными инструментами [1].

Опыт работы по поиску тематики, соответствующей поставленным целям, позволил утверждать, что богатейшим источником актуальных задач являются *специальные числа* (*числа Мерсенна и Ферма, фигурные числа*, *совершенные и дружественные числа* и др.) [2].

В данной работе мы подробно остановимся на возможностях использования в образовательном процессе *факториальных чисел*.

Теоретические основы исследования

Факториал (лат. *factoriali* - производящий, умножающий) $n!$ натурального числа *n* определен как произведение всех натуральных чисел от единицы до *n;* кроме того, факториал нуля принято считать равным единице. Таким образом, $n! = 1 * 2 * ... * n$, где n – натуральное число, и $0! = 1$. Факториал активно используется в различных разделах математики: комбинаторике, алгебре, теории чисел, математическом анализе и др. В комбинаторике факториал натурального числа *n* выражает число P_n *перестановок* множества, состоящего из n различных элементов. С помощью факториалов строятся и явные формулы для всех классических комбинаторных соединений. С точки зрения алгебры, факториал $n!$ натурального числа *n* - это прежде всего число подстановок *n* различных элементов, другими словами, число членов *симметрической группы* S_n.

Для элементарной теории чисел факториал интересен с точки зрения его *разложения на простые множители*; соответствующая формула, использующая свойства функции «целая часть числа», хорошо известна в арифметике. Широко используется факториал и для исследования поведения простых чисел. Так, для доказательства одного из краеугольных фактов теории простых чисел, именно, утверждения о том, что *в натуральном ряду существуют сколь угодно длинные промежутки, не содержащие простых чисел*, достаточно убедиться в том, что последовательные натуральные числа $n! + 2, n! + 3, ..., n! + n$ являются составными.

Хорошо известна и роль факториала при построении одного из классических доказательств *бесконечности множества простых чисел*. Для аналитической теории чисел, как и для математического анализа, факториал интересен с точки зрения его аналитических свойств, асимптотического поведения и возможных обобщений. Так, хорошо известно, что факториал является чрезвычайно быстро растущей функцией. В частности, он растёт быстрее, чем любая показательная функция. *Формула Стирлинга*

$$n! \approx \sqrt{2\pi n}(\frac{n}{e})^n$$

позволяет составить достаточно полное представление о скорости указанного роста [2].

Рассматривая *историю вопроса*, можно убедиться в том, что факториальные конструкции использовались уже в ранних комбинаторных исследованиях. Важным этапом стало открытие упомянутой выше формулы Стирлинга (1730). Д. Стирлинг подробно исследовал свойства факториала, описал несколько возможных путей обобщения указанного понятия на множество действительных чисел. Однако полное решение указанной проблемы было найдено Л. Эйлером; в 1729-1730 годах он ввел понятие *гамма функции*.

Сегодня факториалы не потеряли актуальности, а, напротив, даже расширили поле своего применения. Помимо перечисленных выше классических проблем, следует отметить, как минимум, два новых направления.

Во-первых, с каждым годом ширится список рассматриваемых *аналогов и обобщений* понятия «факториал». Среди них: *двойной факториал*; *убывающий и возрастающий факториалы*; *суперфакториал* (произведение последовательных факториалов от *1!* до *n!*); *субфакториал* !*n* (число беспорядков порядка *n*, то есть перестановок *n*-элементного множества, не содержащих неподвижных элементов) и др. Каждый из указанных объектов обладает широким спектром свойств, многочисленными приложениями, тесными связями с классическими задачами «на факториал», с различными классами специальных чисел (*числа Стирлинга, числа Белла, числа Ла*) и могут быть использованы при организации учебно-исследовательской деятельности студентов. [3]

Во-вторых, представляют интерес современные *алгоритмы вычисления факториалов больших чисел*, связанные с приемами динамического программирования, функционального программирования, мемоизации, проблемами сложности вычислений, а также их компьютерная реализация/ Изучение соответствующей теории и практических программных подходов полезно и с точки зрения классической математики, и для ее приложений [3].

Результаты и выводы

Таким образом, можно утверждать, что углубленное знакомство с понятием «факториал» может оказаться полезным обучающимся на любом образовательном уровне, в том числе на уровне магистратуры. С одной стороны, с данным математическим объектом все хорошо знакомы. С другой стороны, проведенный нами анализ показывает, что теория и практика использования факториала в чистой математике и ее приложениях настолько богаты и обширны, что не вызывает сомнения методическая целесообразность их использования в образовательном процессе.

Знакомство с теми или иными вопросами теории факториальных чисел, их аналогов, обобщений и практических применений будет способствовать повышению уровня профессиональной компетентности будущего специалиста, позволит расширить и обогатить имеющуюся у него систему фундаментальных и прикладных знаний [3].

Наиболее приемлемой формой такой работы является учебно-исследовательская работа студентов в рамках подготовки магистерских диссертаций. Безусловно, был бы крайне полезен и востребован специальный курс, посвященный указанной тематике, но пока разработка такого курса находится лишь на начальной стадии.

Библиографические ссылки

1. *Деза Е. И., Котова Л. В.* Введение в криптографию: Теоретико-числовые основы защиты информации. М: ЛЕНАНД, 2018. 376 с.
2. *Деза Е. И.* Специальные числа натурального ряда. М.: URSS, 2010. 240 с.
3. *Деза Е. И.* Индивидуальные траектории предметной подготовки учителя математики в системе вариативного образования. М.: Прометей, 2011. 239 с.