

ДВУХЭТАПНЫЙ ПОДХОД К ПРОГНОЗИРОВАНИЮ РАСХОЖДЕНИЯ ШКАЛ ВРЕМЕНИ НА ОСНОВЕ СКОРРЕКТИРОВАННОЙ ЛИНЕЙНОЙ МОДЕЛИ

О. С. ЧЕРНИКОВА¹⁾, Т. А. МАРАРЕСКУЛ²⁾

¹⁾Новосибирский государственный технический университет,
пр. Карла Маркса, 20, 630073, г. Новосибирск, Россия

²⁾Информационные спутниковые системы им. академика М. Ф. Решетнева,
ул. Ленина, 52, 662972, г. Железногорск, Россия

Приводятся результаты исследования точности двухэтапного подхода к прогнозированию расхождения шкал времени космических аппаратов ГЛОНАСС относительно системной шкалы времени на интервалы длительностью до 2 ч. На первом этапе по результатам измерений расхождения шкал времени на выбранном мерном интервале с использованием метода наименьших квадратов строится линейная модель и определяется смещение сглаженной оценки расхождения шкал времени в конце мерного интервала относительно линейного тренда, найденного на всем мерном интервале, после чего постоянный коэффициент линейной модели корректируется на величину полученного смещения. На втором этапе определяется неучтенная остаточная составляющая временного ряда значений расхождения шкал времени и строится описывающая ее авторегрессионная модель. Проводится сравнительная оценка точности прогноза расхождения шкал времени на основе линейной модели со скорректированным постоянным коэффициентом и ее комбинации с авторегрессионной моделью. Анализ численных результатов, полученных на годовом интервале наблюдения, показал, что для всех космических аппаратов применение двухэтапного подхода позволяет уменьшить среднеквадратическое отклонение прогноза расхождения шкал времени, а также увеличить количество реализаций прогноза, для которых среднеквадратическое отклонение не превышает 0,3–0,5 нс.

Ключевые слова: расхождение шкал времени; бортовая шкала времени; синхронизация; измерение времени; метод наименьших квадратов; частотно-временные поправки; прогнозирование.

Образец цитирования:

Черникова ОС, Марарескул ТА. Двухэтапный подход к прогнозированию расхождения шкал времени на основе скорректированной линейной модели. *Журнал Белорусского государственного университета. Математика. Информатика.* 2023;2:80–93.
<https://doi.org/10.33581/2520-6508-2023-2-80-93>
EDN: ARRPXE

For citation:

Chernikova OS, Marareskul TA. A two-stage approach to forecasting the divergence of time scales based on an adjusted linear model. *Journal of the Belarusian State University. Mathematics and Informatics.* 2023;2:80–93. Russian.
<https://doi.org/10.33581/2520-6508-2023-2-80-93>
EDN: ARRPXE

Авторы:

Оксана Сергеевна Черникова – кандидат технических наук, доцент; доцент кафедры теоретической и прикладной информатики факультета прикладной математики и информатики.
Татьяна Александровна Марарескул – кандидат технических наук; начальник сектора разработки баллистического и навигационного обеспечения космических аппаратов и космических систем.

Authors:

Oksana S. Chernikova, PhD (engineering), docent; associate professor at the department of theoretical and applied informatics, faculty of applied mathematics and informatics.
chernikova@corp.nstu.ru
<https://orcid.org/0000-0003-2532-8566>
Tatiana A. Marareskul, PhD (engineering); head of the sector for the development of ballistic and navigation support for spacecraft and space systems.
mta@iss-reshetnev.ru
<https://orcid.org/0000-0003-4707-6101>

A TWO-STAGE APPROACH TO FORECASTING THE DIVERGENCE OF TIME SCALES BASED ON AN ADJUSTED LINEAR MODEL

O. S. CHERNIKOVA^a, T. A. MARARESKUL^b

^aNovosibirsk State Technical University, 20 Karla Marksa Avenue, Novosibirsk 630073, Russia

^bAcademician M. F. Reshetnev Information Satellite System,
52 Lenina Street, Zheleznogorsk 662972, Russia

Corresponding author: O. S. Chernikova (chernikova@corp.nstu.ru)

This paper presents the results of a study of the accuracy of a two-stage approach to forecasting the divergence of time scales of GLONASS spacecraft relative to the system time scale for intervals of up to 2 h. At the first stage a linear model is constructed on the results of measurements of the divergence of time scales on the selected dimensional interval based on the least squares method, the offset of the smoothed estimate of the divergence of time scales at the end of the dimensional interval relative to the linear trend found over the entire dimensional interval is determined, the constant coefficient of the linear model is corrected. At the second stage the unaccounted residual component of the time series of the time scale divergence values is determined and an AR model describing it is constructed. A comparative analysis of the accuracy of the forecast of the divergence of time scales according to a linear model with an adjusted constant coefficient and the forecast using its combination with an AR model is carried out. The analysis of the numerical results obtained during the annual observation interval showed that for all spacecraft, the use of a two-stage approach makes it possible to reduce the standard deviation of the forecast of time scale divergence, as well as to increase the number of forecast implementations for which the standard deviation does not exceed 0.3–0.5 ns.

Keywords: divergence of time scales; onboard time scale; synchronisation; time measurement; least squares method; time-frequency corrections; forecasting.

Введение

Задача синхронизации разнесенных в пространстве стандартов частоты, устанавливаемых на космические аппараты, является одной из актуальных задач для развития глобальных навигационных спутниковых систем (ГНСС). В большинстве случаев достаточно обеспечить высокоточную математическую привязку временных шкал космических аппаратов к выбранной опорной шкале времени без физического приведения их в состояние синхронных. Для этого необходимо определять величину расхождения шкал времени (РШВ) космических аппаратов относительно опорной шкалы времени и прогнозировать ее поведение. В рамках данного исследования под РШВ будем понимать отклонение показаний бортовых часов космических аппаратов относительно системной шкалы времени ГНСС. В связи с этим одним из актуальных вопросов является выбор математической модели, описывающей РШВ и обеспечивающей необходимую точность прогнозирования на заданный интервал времени [1; 2].

На современном этапе развития ГНСС, в частности ГЛОНАСС, для ряда приложений представляет интерес возможность прогнозирования РШВ на интервал от 0,5 до 2 ч с погрешностью не более 0,3–0,5 нс и доверительной вероятностью 0,95. Как следствие, актуальной задачей становится построение математической модели, обеспечивающей указанные точностные характеристики.

В настоящее время для прогнозирования РШВ применяются различные подходы: экстраполяция степенным полиномом [3–5], построение моделей авторегрессии и интегрированного скользящего среднего (*autoregressive integrated moving average*, ARIMA) [6–9], моделей «серого прогноза» (*grey prediction models*, GMs) [10; 11], моделей спектрального анализа (*spectrum analysis (SA) models*) [12], прогнозирование на основе фильтра Калмана и его модификаций [13; 14]. Каждая из указанных модельных структур имеет свои преимущества и недостатки. Так, например, модели, в основе которых лежат степенные полиномы, отличаются простой структурой и являются легко реализуемыми, однако с увеличением интервала прогноза существенно возрастают ошибки модели, что приводит к значительному снижению точности и стабильности прогнозирования. Точность прогнозирования РШВ на основе моделей спектрального анализа, моделей авторегрессии и интегрированного скользящего среднего и моделей «серого прогноза» намного выше, но стабильность результатов прогнозирования существенно зависит от оптимизации параметров моделей. Точность кратковременного прогноза РШВ с применением аппарата калмановской фильтрации увеличивается, но в значительной степени определяется характеристиками движения атомных часов.

В работе исследуется двухэтапный подход к прогнозированию РШВ космических аппаратов ГЛОНАСС относительно системной шкалы времени, основанный на сочетании линейной модели со скорректированным постоянным коэффициентом [15] и авторегрессионной модели, а также приводятся результаты исследования точности соответствующего математического алгоритма прогнозирования РШВ на интервалы длительностью до 2 ч.

Материалы и методы исследования

Апостериорные данные о поведении бортовой шкалы времени (БШВ) космических аппаратов ГЛОНАСС относительно системной шкалы времени предоставляются различными аналитическими центрами, в том числе системой высокоточного определения эфемерид и временных поправок (СВОЭВП)¹, и могут использоваться для исследований, связанных с анализом поведения трендовой и случайной составляющих процесса, решения задачи относительной калибровки измерительных средств [16].

Поправки к БШВ рассчитываются в виде прогнозов ухода БШВ относительно эталонной шкалы центрального синхронизатора системы. Причинами ухода БШВ являются собственная нестабильность квантового перехода стандарта частоты и регулярные гравитационные воздействия на частоту часов совокупности факторов, таких как неоднородность гравитационного поля Земли (приводит к смещению шкалы собственного времени часов спутника), приливные потенциалы Луны и Солнца (вызывают смещение шкалы собственного времени наземных и (или) бортовых часов), неравномерность вращения Земли (обуславливает смещение времени и частоты задающего генератора наземных часов).

Апостериорные данные (см., например, рис. 1) представляют собой временные ряды значений РШВ космического аппарата относительно системной шкалы времени на равномерной сетке узлов вида $y(t_k)$, $k = 0, 1, \dots$

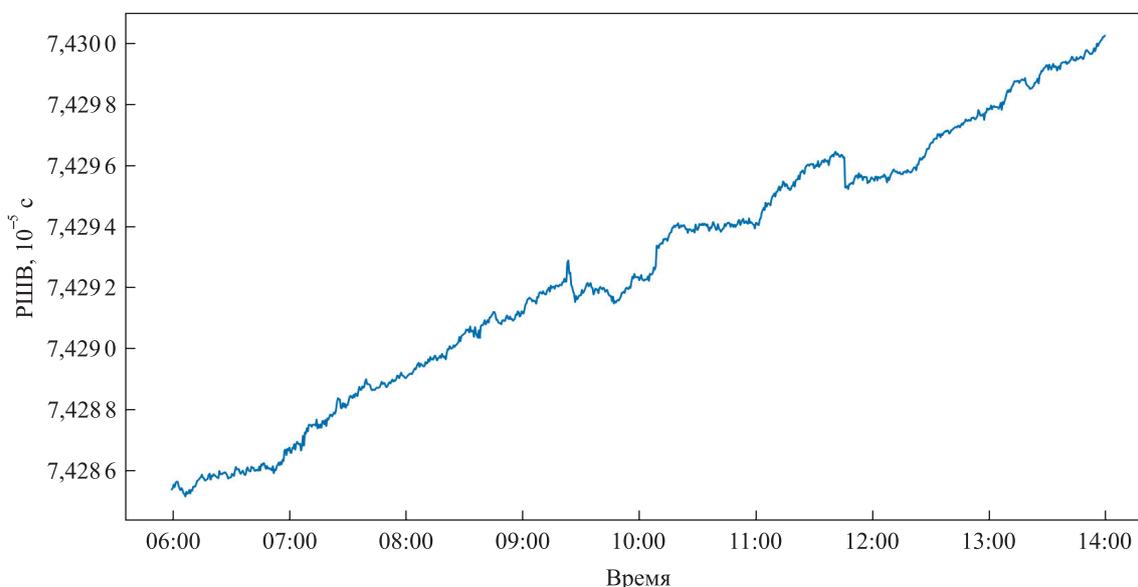


Рис. 1. Апостериорные данные РШВ космического аппарата R01 (с 06:00 до 14:00 31.01.2021 г.)

Fig. 1. A posteriori data of time scale divergence for spacecraft R01 (from 6 a. m. to 2 p. m. 2021 January 31)

Проведем предварительный анализ данных для космического аппарата R01 на годовом интервале наблюдения (с 00:00 01.01.2021 г. до 23:59 31.12.2021 г.), разбитом на мерные интервалы длиной 6 ч (для остальных космических аппаратов результаты являются аналогичными).

Для проверки стационарности исследуемых временных рядов воспользуемся расширенным тестом Дики – Фуллера (ADF-тестом) и тестом Квятковского – Филлипса – Шмидта – Шина (KPSS-тестом), которые в качестве нулевой гипотезы рассматривают принадлежность ряда к определенному типу стационарных рядов (табл. 1 и 2). ADF-тест является более эффективным в сравнении с традиционным тестом Дики – Фуллера (DF-тестом) при наличии автокорреляции в остатках (количество включаемых в модель лагов определялось на основе коррелограммы остатков). Для вычисления максимального и минимального значений статистики при проведении ADF-теста и KPSS-теста интервал наблюдения был разбит на 1454 мерных интервала по 721 измерению в каждом.

¹Система высокоточного определения эфемерид и временных поправок [Электронный ресурс]. URL: <http://www.glonass-svoevr.ru> (дата обращения: 08.02.2022).

Таблица 1

Результаты ADF-теста

Table 1

ADF test results

Показатели	Спецификация теста		
	Авторегрессионная модель со свободным членом	Авторегрессионная модель со свободным членом и линейным трендом	Модель случайного блуждания без дрейфа
Минимальное значение статистики на мерных интервалах	-8,21	-22,27	-3,33
Максимальное значение статистики на мерных интервалах	4,11	19,53	9,99
Значение статистики на интервале наблюдения	2,37	-1,78	43,94
Критические значения статистики: при уровне значимости 1 % при уровне значимости 5 % при уровне значимости 10 %	-3,44 -2,87 -2,57	-3,97 -3,42 -3,13	-2,57 -1,94 -1,62
Процент мерных интервалов, значения на которых являются стационарным временным рядом: при уровне значимости 1 % при уровне значимости 5 % при уровне значимости 10 %	0,14 1,11 2,20	1,72 8,05 14,18	0,34 1,03 1,17

Таблица 2

Результаты KPSS-теста

Table 2

KPSS test results

Показатели	Спецификация теста	
	Авторегрессионная модель со свободным членом	Авторегрессионная модель со свободным членом и линейным трендом
Минимальное значение статистики на мерных интервалах	0,260	0,006
Максимальное значение статистики на мерных интервалах	4,140	0,990
Значение статистики на интервале наблюдения	8,690	8,390
Критические значения статистики: при уровне значимости 1 % при уровне значимости 5 % при уровне значимости 10 %	0,740 0,460 0,350	0,220 0,146 0,119
Процент мерных интервалов, значения на которых являются стационарным временным рядом: при уровне значимости 1 % при уровне значимости 5 % при уровне значимости 10 %	0,140 1,110 2,200	1,720 8,050 14,180

Таким образом, проведенные тесты показывают, что на большей части мерных интервалов исследуемые ряды являются нестационарными.

Следует упомянуть, что ADF-тест и KPSS-тест не допускают возможности резкого изменения, включая изменение среднего значения или других характеристик ряда. Однако как нестабильность квантового перехода стандарта частоты, так и воздействия гравитации могут привести к появлению структурного сдвига

в анализируемых данных. Для проверки временных рядов на наличие эндогенного структурного сдвига воспользуемся тестом Эндрюса – Зивота. Рассмотрим модель А (допускает разовое измерение уровня), модель В (допускает разовое изменение наклона функции тренда) и модель С (допускает разовое изменение как уровня, так и наклона функции тренда). Для вычисления максимального и минимального значений статистики интервал наблюдения был разбит на 1454 мерных интервала по 721 измерению в каждом. Результаты представлены в табл. 3.

Таблица 3

Результаты теста Эндрюса – Зивота

Table 3

Andrews – Zivot test results

Показатели	Спецификация теста		
	Модель А	Модель В	Модель С
Минимальное значение статистики на мерных интервалах	–36,440	–11,240	–45,810
Максимальное значение статистики на мерных интервалах	–0,004	–0,250	–0,003
Значение статистики на интервале наблюдения	–4,950	–5,110	–5,190
Критические значения статистики:			
при уровне значимости 1 %	–5,280	–5,030	–5,580
при уровне значимости 5 %	–4,810	–4,410	–5,070
при уровне значимости 10 %	–4,570	–4,140	–4,830

В настоящее время существует ряд методов анализа временных рядов, которые не требуют проверки предположения о стационарности анализируемого ряда, в том числе метод сингулярного спектрального анализа (*singular spectrum analysis, SSA*), вейвлет-преобразование (*wavelet transform, WT*) и преобразование Гильберта – Хуанга (*Hilbert – Huang transform, ННТ*). Метод сингулярного спектрального анализа позволяет разложить временной ряд на сумму компонент и выделить отдельные аддитивные составляющие исходного ряда, такие как тренд, различные колебательные и периодические компоненты, а также шумовая компонента. На рис. 2 представлены первые четыре компоненты разложения исходного ряда значений РШВ, а на рис. 3 приведены логарифмы собственных чисел сингулярного разложения траекторной матрицы.

Из рис. 3 видно, что содержательный смысл несут в основном первые главные компоненты.

Для описания трендовой составляющей используют полиномиальные или квазиполиномиальные модели, в том числе с экспоненциальными множителями, дробно-рациональными и линейно-логарифмическими функциями, а также их комбинации. Подобный подход дает возможность создавать многопараметрические модели, которые с требуемой точностью обеспечивают аппроксимацию исследуемых временных рядов, однако результаты прогнозирования на основе данных моделей далеко не всегда оказываются удовлетворительными, поскольку подбираемые аппроксимирующие функции не во всех случаях отражают реальную зависимость наблюдаемой величины от времени или иных параметров.

С содержательной (физической) точки зрения в работах [1; 2] показано, что при прогнозировании РШВ на длительные интервалы основной составляющей ухода БШВ для цезиевых часов является линейный тренд, обусловленный отклонением частоты генератора от номинального значения, для рубидиевых часов – квадратичный тренд, связанный с отклонением частоты генератора от номинального значения и линейным дрейфом частоты.

Задача прогнозирования РШВ космических аппаратов на короткие интервалы с точностью 0,3–0,5 нс, с одной стороны, требует расширения класса применяемых математических моделей, в том числе использования многоступенчатых алгоритмов, позволяющих определять как трендовую составляющую, так и недетерминированную (остаточную) составляющую временного ряда значений РШВ, а с другой стороны, должна быть реализуемой в короткие сроки с наименьшими вычислительными затратами.

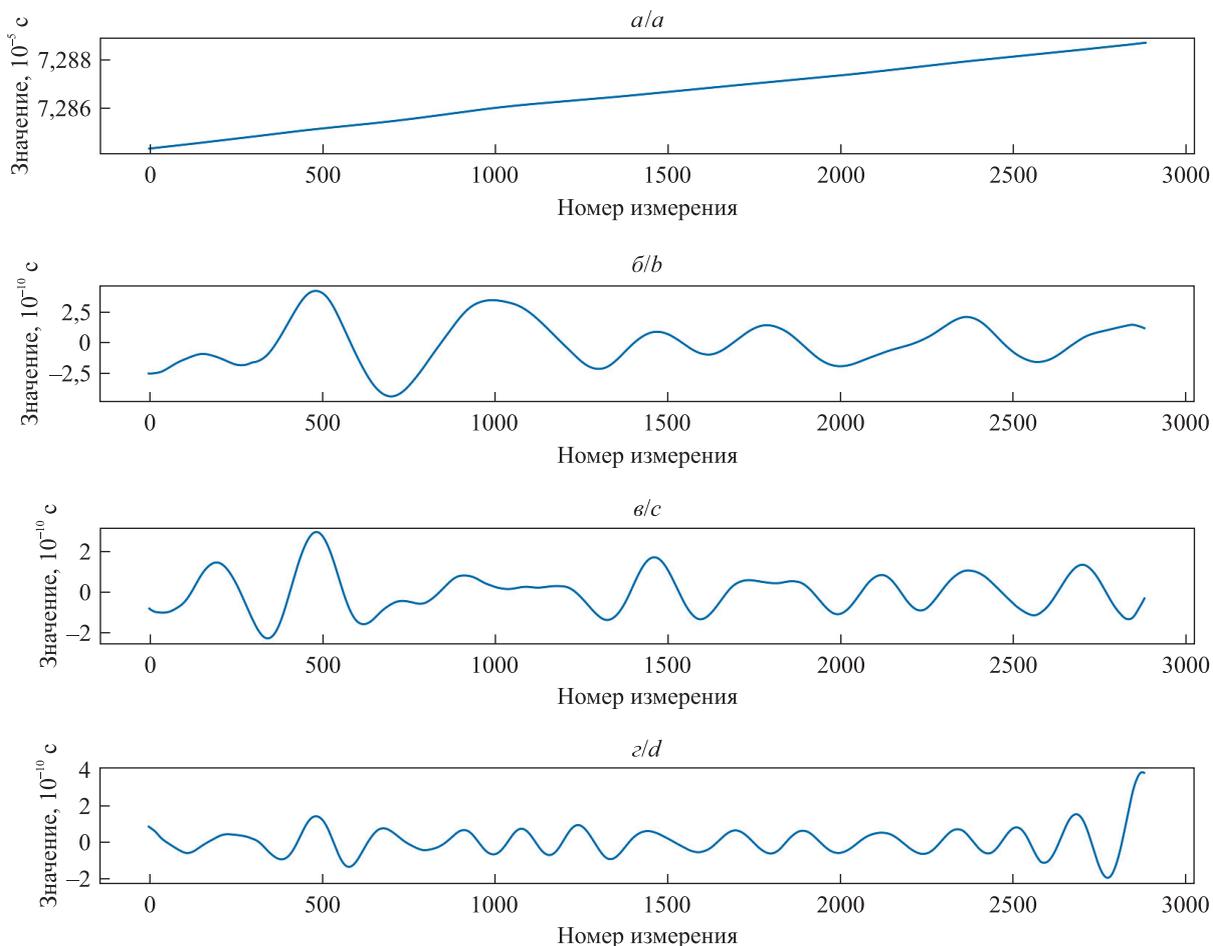


Рис. 2. Графическое изображение первых четырех компонент разложения исходного ряда значений РШВ: $a - 99,996\%$; $b - 0,003\%$; $c - 0,0002\%$; $d - 0,0001\%$
Fig. 2. Graphic representation of the first four components of the expansion of the initial series of values of divergence of time scales: $a - 99,996\%$; $b - 0,003\%$; $c - 0,0002\%$; $d - 0,0001\%$

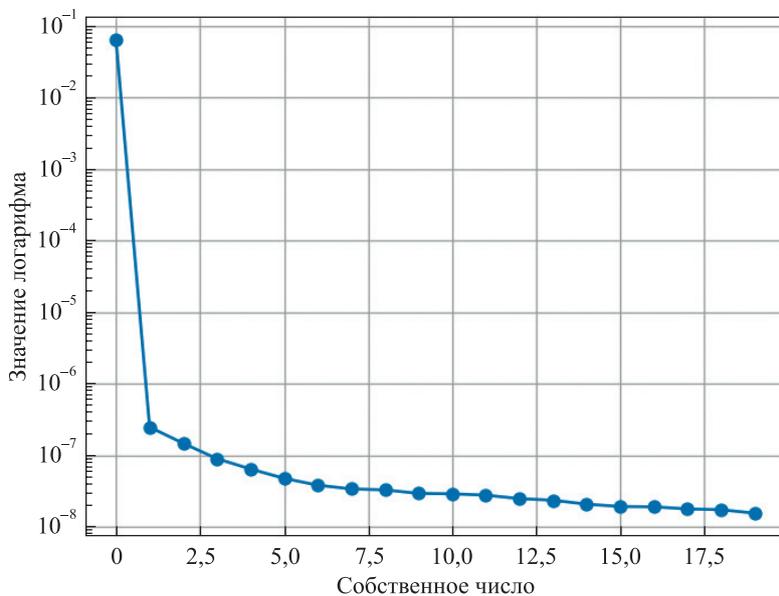


Рис. 3. Логарифмы собственных чисел сингулярного разложения траекторной матрицы
Fig. 3. Logarithms of the eigenvalues of the singular expansion of the trajectory matrix

В настоящей работе предлагается двухэтапный подход к построению модели прогнозирования РШВ. На первом этапе строится линейная модель. В рамках данного этапа выполняются следующие операции:

- методом наименьших квадратов (МНК) находятся коэффициенты полинома первой степени, аппроксимирующие временной ряд значений РШВ на мерном интервале выбранной длины;
- формируется сглаженная оценка РШВ по некоторому подмножеству значений в конце мерного интервала;
- определяется смещение сглаженной оценки РШВ относительно линейного тренда, найденного на всем мерном интервале;
- корректируется постоянный член линейной модели на величину смещения.

На втором этапе строится модель прогноза путем добавления к линейной модели аддитивного члена, описывающего модель остатков. В рамках данного этапа выполняются следующие операции:

- определяется неучтенная остаточная составляющая временного ряда путем исключения из исходного ряда тренда, определяемого линейной моделью;
- строится авторегрессионная модель, описывающая неучтенную остаточную составляющую;
- формируется модель прогноза путем сложения линейной модели и авторегрессионной модели остатков.

Таким образом, предлагаемый двухэтапный алгоритм построения модели прогнозирования РШВ имеет следующий вид.

Этап 1: построение и коррекция линейной модели тренда на основе МНК.

Подэтап 1.1: определение модели на мерном интервале.

Шаг 1. Задать мерный интервал $I_{\text{опред}} = [t_0, t_N]$, где N – количество измерений на мерном интервале.

Шаг 2. Вычислить по измерительным данным $y(t_0), \dots, y(t_N)$ МНК-коэффициенты a_0, a_1 и записать модель, описывающую РШВ на мерном интервале, в виде

$$y^M(t) = a_0 + a_1(t - t_0), t \in I_{\text{опред}} \quad (1)$$

Подэтап 1.2: определение смещения оценки РШВ на основе измерений последнего сеанса.

Шаг 3. Задать интервал для уточнения коэффициента a_0 модели (1) $I_{\text{уточ}} = [t_{N-M}, t_N]$.

Шаг 4. Представить РШВ на интервале $I_{\text{уточ}}$ линейной комбинацией полиномов в виде

$$\tilde{y}(t) = \alpha_0 T_0(t) + \alpha_1 T_1(t) + \dots + \alpha_m T_m(t), t \in I_{\text{уточ}} \quad (2)$$

и найти МНК-коэффициенты α_i в соотношении (2). Отметим, что МНК, применяемый при построении полиномиальной модели (2) по наблюдаемым значениям, для достижения необходимой точности и повышения порядка многочленов потребует пересчета найденных коэффициентов многочлена меньшей степени. Для многочленов Чебышева справедлива рекуррентная формула

$$T_0(t) = 1, T_1(t) = t, T_2(t) = 2t^2 - 1, \dots, T_m(t) = 2tT_{m-1}(t) - T_{m-2}(t),$$

что позволяет существенно упростить процесс построения приближающего многочлена и, как следствие, сократить время на построение прогнозирующей модели (это очень важно при разработке соответствующего программного обеспечения).

Шаг 5. Скорректировать постоянный член линейной модели по формуле

$$\bar{a}_0 = \bar{y} - a_1(t_{\tilde{N}} - t_0), \tilde{N} = N - \frac{M}{2}, \bar{y} = \tilde{y}(t_{\tilde{N}}),$$

и записать уточненную модель для прогнозирования РШВ в виде

$$\bar{y}^M(t) = \bar{a}_0 + a_1(t - t_0), t \in I_{\text{прог}} \quad (3)$$

Этап 2: построение модели остаточной составляющей временного ряда.

Шаг 6. Найти остаточную составляющую $z(t_k) = y(t_k) - y^M(t_k)$, $k = 0, 1, \dots, N$, где $y(t_k)$ – величины РШВ космического аппарата относительно системной шкалы времени; $y^M(t_k)$ – значения, вычисленные с помощью модели (1).

Шаг 7. Вычислить по полученным на шаге 6 остаткам $z(t_0), \dots, z(t_N)$ параметры авторегрессионной модели $\alpha_1, \dots, \alpha_p$:

$$z^M(t_k) = \sum_{j=1}^p \alpha_j z^M(t_{k-j}) + \varepsilon(t_k), \quad (4)$$

где p – порядок модели; $\varepsilon(t_k)$ – последовательность независимых одинаково распределенных случайных величин с нулевым математическим ожиданием и конечной дисперсией. Для определения параметров модели (4) применялся метод взвешенных наименьших квадратов, учитывающий наличие аддитивных ошибок измерений [17]. Порядок модели определялся на основе информационного критерия Акаике, исходя из выбранной точности.

Шаг 8. Сформировать результирующую модель прогноза следующим образом:

$$y^{\text{прогноз}}(t_k) = \bar{y}^M(t_k) + z^M(t_k), t_k \in I_{\text{прог}}. \quad (5)$$

Построение на этапе 1 линейной модели, описывающей РШВ на мерном интервале, может использоваться для восстановления пропущенных данных, а ее коррекция на этапе 2 позволяет без дополнительных вычислительных затрат построить прогноз РШВ. Графическая иллюстрация двухэтапного подхода к прогнозированию РШВ приведена на рис. 4.

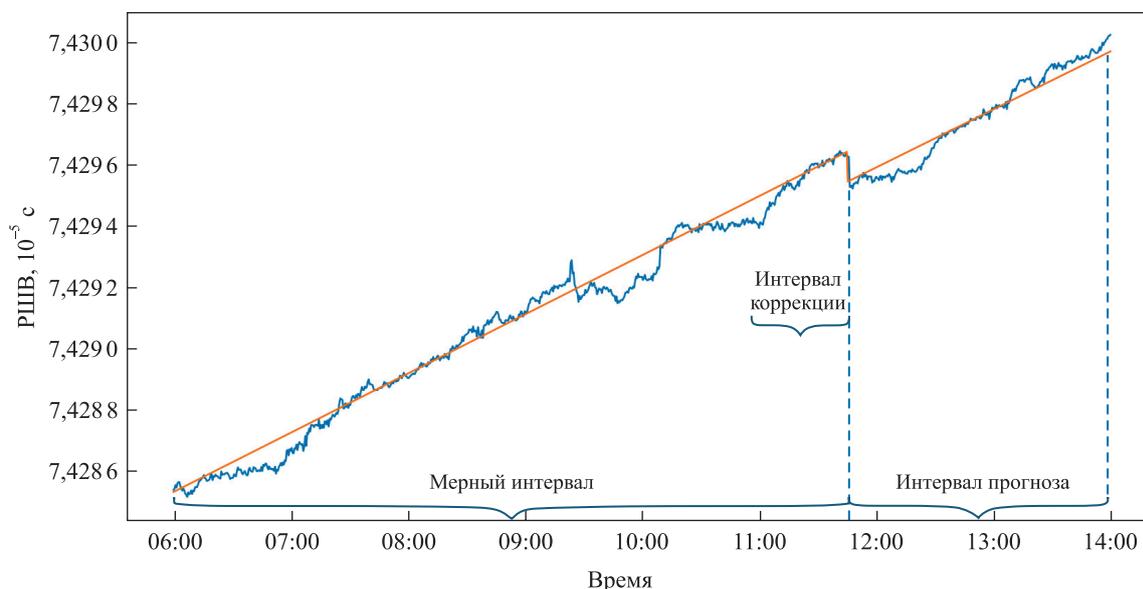


Рис. 4. Графическая иллюстрация двухэтапного подхода к построению модели прогноза РШВ по апостериорным данным РШВ космического аппарата R01 (см. рис. 1)

Fig. 4. Graphic illustration of a two-stage approach to the construction of the forecast model of time scale divergence by a posteriori data of time scale divergence for spacecraft R01 (see fig. 1)

Результаты и их обсуждение

Для численного исследования эффективности двухэтапного алгоритма построения модели прогнозирования РШВ использовались апостериорные данные РШВ, предоставленные СВОЭВП для космических аппаратов R01 – R24 (за исключением космических аппаратов R06, R09, R10, R23) на годовом интервале наблюдения.

Были выбраны следующие параметры моделирования: интервал наблюдения – с 00:00 01.01.2021 г. до 23:59 31.12.2021 г.; мерный интервал – $I_{\text{опред}} = 6$ ч; интервал для уточнения коэффициента a_0 – $I_{\text{уточ}} = 0,25$ ч; интервал прогноза – $I_{\text{прог}} = 0,5$ ч, $I_{\text{прог}} = 1$ ч и $I_{\text{прог}} = 2$ ч.

Для построения линейной модели (1) годовой интервал наблюдения разбивался на k некоррелированных мерных интервалов $I_{\text{опред}}$. В качестве характеристик точности построения модели на интервале наблюдения использовались максимальное, среднее и минимальное значения среднеквадратического отклонения (СКО) по уровню доверительной вероятности 0,95, определяемые на всех k мерных интервалах. Также было рассчитано процентное отношение количества интервалов, для которых СКО не превышало 0,3 и 0,5 нс, к общему количеству интервалов k .

В табл. 4 и 5 и на рис. 5–7 для различных космических аппаратов приведены величины минимального, среднего, максимального СКО по уровню доверительной вероятности 0,95 для разных интервалов прогноза при использовании одноэтапной процедуры прогнозирования (на основе модели (3)) и двухэтапной процедуры прогнозирования (на основе модели (5)).

Характеристики точности построения модели прогнозирования РШВ
на различных интервалах прогноза (одноэтапный подход)

Table 4

Characteristics of the accuracy of constructing a model
for prediction the divergence of time scales at different intervals (one-stage approach)

Характеристики	Интервал прогноза, ч	Космический аппарат																							
		R01	R02	R03	R04	R05	R07	R08	R11	R12	R13	R14	R15	R16	R17	R18	R19	R20	R21	R22	R24				
Минимальное СКО, 10^{-8} нс	0,5	2,76	28,90	2,91	0,01	2,58	2,33	2,87	0,001	28,70	2,84	2,73	28,50	0,51	28,60	2,84	28,50	2,89	28,60	2,86	2,89	2,89			
	1	2,80	28,90	2,89	0,01	2,88	2,88	2,88	0,001	28,80	2,87	2,89	28,70	0,82	28,60	2,86	28,70	2,94	28,90	2,89	2,89	2,88			
	2	2,87	28,90	2,89	0,01	2,88	2,75	2,89	0,006	28,90	2,88	2,87	28,80	0,84	28,90	2,87	28,80	2,91	28,90	2,89	2,89	2,89			
Максимальное СКО, нс	0,5	0,97	1,75	0,89	0,81	0,88	0,99	1,21	1,14	0,81	2,18	0,79	0,78	1,22	0,81	0,94	1,31	1,10	0,77	1,40	1,11				
	1	1,26	2,39	1,16	1,14	1,17	1,31	1,60	1,58	1,11	2,91	1,07	1,06	1,63	1,12	1,24	1,81	1,51	1,03	2,0	1,45				
	2	1,92	3,62	1,72	1,83	1,82	1,94	2,37	2,41	1,75	4,32	1,61	1,64	2,40	1,68	1,95	2,73	2,22	1,58	3,41	2,17				
Среднее СКО, нс	0,5	0,39	0,74	0,39	0,32	0,36	0,40	0,51	0,39	0,33	0,88	0,33	0,32	0,48	0,32	0,38	0,53	0,43	0,31	0,53	0,42				
	1	0,52	1,0	0,48	0,45	0,49	0,55	0,69	0,55	0,45	1,20	0,44	0,43	0,65	0,43	0,52	0,73	0,57	0,42	0,78	0,58				
	2	0,77	1,47	0,71	0,68	0,72	0,80	1,0	0,84	0,66	1,74	0,64	0,64	0,95	0,64	0,75	1,06	0,85	0,63	1,31	0,84				
Процент мерных интервалов с СКО < 0,3 нс	0,5	40,8	7,0	45,2	55,0	44,3	39,1	22,5	46,5	51,6	5,5	53,1	53,6	29,5	53,5	40,8	22,9	37,6	54,5	25,8	34,7				
	1	22,5	1,7	28,1	35,5	26,3	21,5	9,2	31,2	32,5	1,8	33,0	35,8	15,6	36,2	23,2	8,6	21,3	35,7	11,8	18,3				
	2	9,1	0,5	12,3	16,2	10,0	7,1	1,8	14,1	14,6	0,8	16,4	17,2	7,4	17,5	8,7	2,3	8,3	17,3	2,8	6,6				
Процент мерных интервалов с СКО < 0,5 нс	0,5	72,8	30,8	78,7	83,0	77,4	69,7	55,6	70,1	82,5	23,5	83,0	82,7	59,0	84,8	74,2	53,3	67,1	85,3	54,4	67,9				
	1	53,5	15,1	61,1	65,6	59,0	50,5	35,9	52,2	64,1	10,0	64,5	64,7	40,1	66,7	56,5	34,1	51,1	67,4	33,1	49,5				
	2	31,6	4,7	37,0	38,2	35,4	29,3	16,8	31,6	41,0	2,5	42,3	42,4	21,4	44,7	34,4	14,6	28,5	43,4	12,9	27,3				

**Характеристики точности построения модели прогнозирования РШВ
на различных интервалах прогноза (двухэтапный подход)**

Table 5

**Characteristics of the accuracy of constructing a model
for prediction the divergence of time scales at different intervals (two-stage approach)**

Характеристики	Интервал прогноза, ч	Космический аппарат																						
		R01	R02	R03	R04	R05	R07	R08	R11	R12	R13	R14	R15	R16	R17	R18	R19	R20	R21	R22	R24			
Минимальное СКО, 10 ⁻⁸ нс	0,5	2,76	28,70	2,73	0,10	2,54	2,02	2,84	0,002	28,60	2,88	2,58	28,50	0,51	28,60	2,84	28,50	2,89	28,6	2,86	2,89			
	1	2,80	28,80	2,80	0,10	2,88	2,88	2,87	0,002	28,70	2,90	2,89	28,70	0,82	28,60	2,86	28,70	2,94	28,9	2,89	2,88			
	2	2,87	28,80	2,83	0,08	2,84	2,70	2,89	0,001	28,80	2,89	2,90	28,80	0,84	28,90	2,87	28,80	2,91	28,9	2,89	2,89			
Максимальное СКО, нс	0,5	0,97	1,72	0,87	0,80	0,87	0,97	1,19	1,13	0,81	2,18	0,77	0,78	1,22	0,81	0,94	1,31	1,10	0,77	1,40	1,11			
	1	1,26	2,36	1,15	1,12	1,15	1,31	1,59	1,57	1,11	2,89	1,0	1,06	1,63	1,12	1,24	1,81	1,51	1,03	2,0	1,45			
	2	1,92	3,60	1,71	1,82	1,81	1,94	2,35	2,41	1,73	4,27	1,60	1,64	2,4	1,68	1,95	2,73	2,22	1,58	3,41	2,17			
Среднее СКО, нс	0,5	0,39	0,72	0,35	0,31	0,35	0,39	0,49	0,38	0,33	0,87	0,32	0,32	0,48	0,32	0,38	0,53	0,43	0,31	0,53	0,42			
	1	0,52	0,97	0,47	0,44	0,48	0,54	0,68	0,54	0,44	1,19	0,44	0,43	0,65	0,43	0,52	0,73	0,57	0,42	0,78	0,58			
	2	0,77	1,46	0,71	0,69	0,72	0,79	0,98	0,84	0,66	1,73	0,63	0,64	0,95	0,64	0,75	1,06	0,85	0,63	1,31	0,84			
Процент мерных интервалов с СКО < 0,3 нс	0,5	40,8	7,7	46,4	55,5	46,2	40,4	23,9	47,3	51,9	5,9	54,4	53,6	29,5	53,5	40,8	22,9	37,6	54,5	25,8	34,7			
	1	22,5	1,7	28,7	35,8	26,8	22,2	10,0	31,5	32,7	1,8	34,3	35,8	15,6	36,2	23,2	8,6	21,3	35,7	11,8	18,3			
	2	9,1	0,6	12,3	16,2	10,3	7,5	2,3	14,3	14,6	0,7	17,0	17,2	7,4	17,5	8,7	2,3	8,3	17,3	2,8	6,6			
Процент мерных интервалов с СКО < 0,5 нс	0,5	72,8	32,1	79,3	83,7	78,7	70,7	57,1	70,6	83,1	24,2	84,0	82,7	59	84,8	74,2	53,3	67,1	85,3	54,4	67,9			
	1	53,5	15,6	61,6	65,7	59,6	51,6	36,9	52,7	64,7	10,0	65,4	64,7	40,1	66,7	56,5	34,1	51,1	67,4	33,1	49,5			
	2	31,6	4,9	37,4	38,6	35,4	29,7	17,0	31,7	41,5	2,5	42,6	42,4	21,4	44,7	34,4	14,6	28,5	43,4	12,9	27,3			

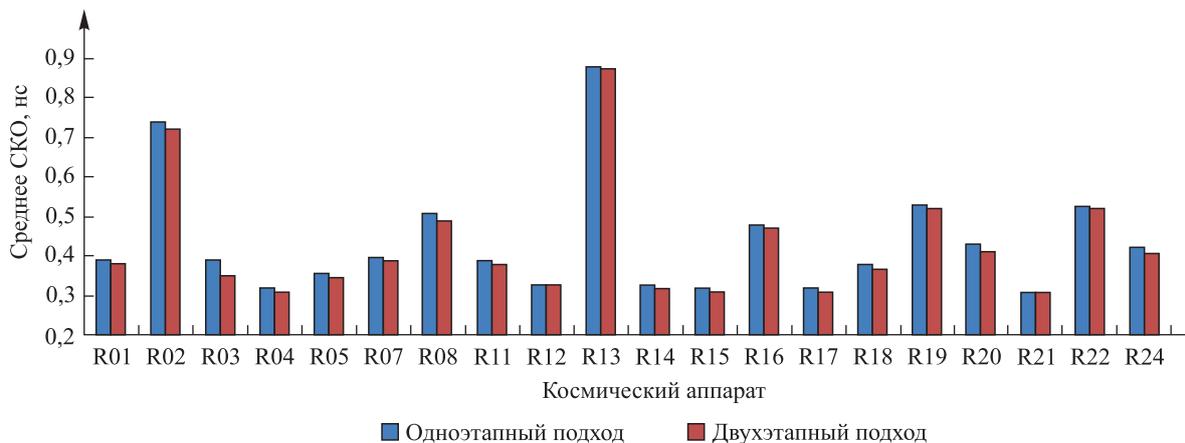


Рис. 5. Среднее СКО при $I_{\text{прог}} = 0,5$ ч
 Fig. 5. Average RMSE at $I_{\text{predict}} = 0.5$ h

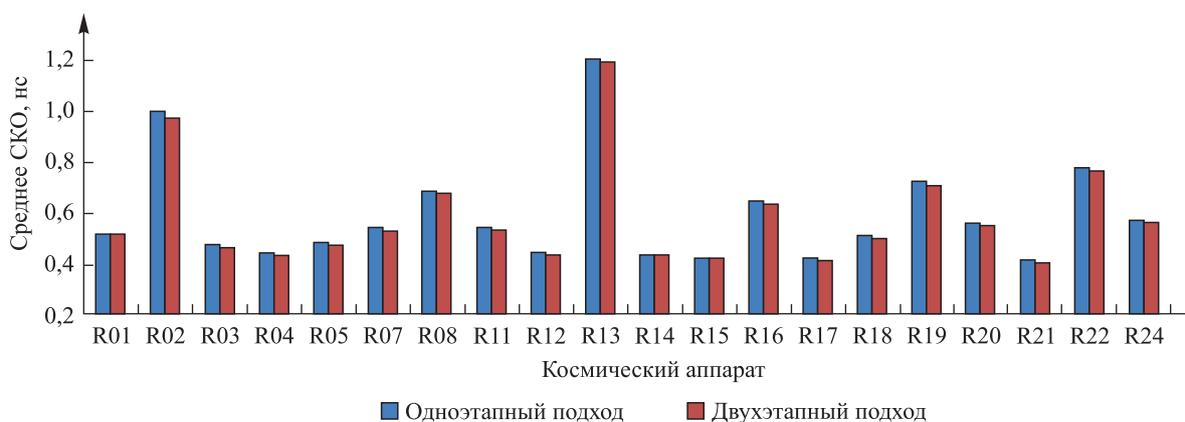


Рис. 6. Среднее СКО при $I_{\text{прог}} = 1$ ч
 Fig. 6. Average RMSE at $I_{\text{predict}} = 1$ h

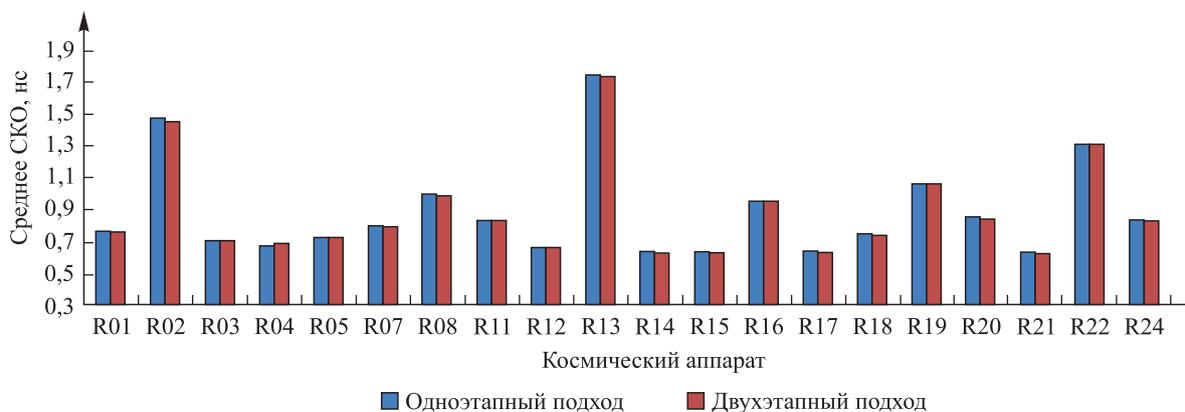


Рис. 7. Среднее СКО при $I_{\text{прог}} = 2$ ч
 Fig. 7. Average RMSE at $I_{\text{predict}} = 2$ h

Как видно из рис. 8, ошибки прогнозирования при двухэтапном построении модели хорошо описываются нормальным законом распределения. Параметры нормального закона распределения, характеризующие отклонения наблюдаемых значений от прогнозных, приведены в табл. 6.

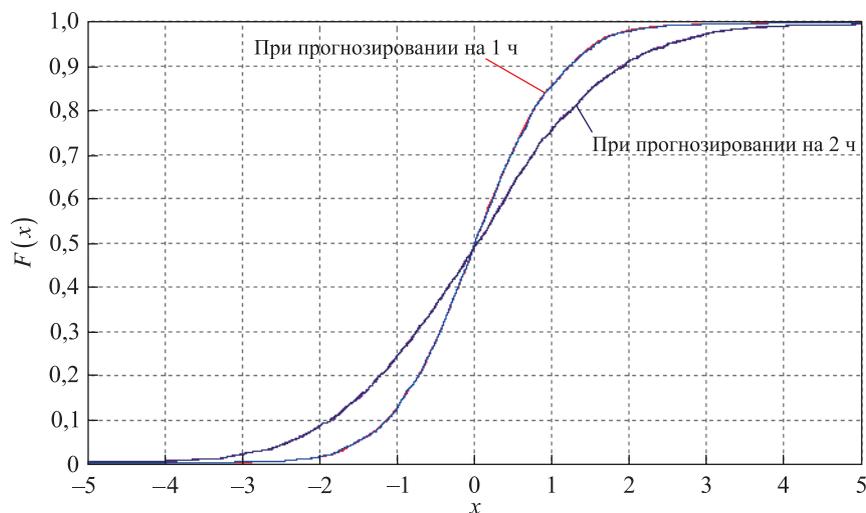


Рис. 8. Функция распределения ошибок прогнозирования
Fig. 8. Prediction error distribution function

Таблица 6

Параметры нормального закона распределения

Table 6

Parameters of normal distribution

Интервал прогноза, ч	Одноэтапный подход		Двухэтапный подход	
	$\sigma, 10^{-9}$	$\mu, 10^{-9}$	$\sigma, 10^{-9}$	$\mu, 10^{-9}$
1	0,916	0,028	0,908	0,026
2	1,465	0,035	1,453	0,027

Примечание. Используемые обозначения: σ – дисперсия; μ – математическое ожидание.

Таким образом, для всех космических аппаратов ГЛОНАСС двухэтапный подход к построению модели прогнозирования РШВ обеспечивает меньшее значение погрешности прогноза, чем одноэтапный подход. Анализ полученных результатов оценки СКО прогноза РШВ космических аппаратов ГЛОНАСС позволяет сделать следующие выводы.

1. При использовании двухэтапного подхода увеличивается количество интервалов прогноза, для которых СКО не превышает 0,3 и 0,5 нс (для некоторых космических аппаратов рост данного показателя составляет до 2 % при прогнозе на 0,5 ч и до 1 % при прогнозе на 1 и 2 ч).
2. Наилучшая точность прогноза достигается на интервале 0,5 ч, наихудшая – на интервале 2 ч (как для одноэтапного, так и для двухэтапного подхода).
3. Для 76 % космических аппаратов среднее значение СКО прогноза на 0,5 ч не превышает 0,5 нс, для остальных космических аппаратов – 0,9 нс.
4. Количество реализаций прогноза РШВ, для которых СКО не превышает 0,5 нс, находится в диапазонах от 24 до 86 % при прогнозе на 0,5 ч, от 10 до 68 % при прогнозе на 1 ч, от 3 до 45 % при прогнозе на 2 ч.
5. Для 67 % космических аппаратов максимальное значение СКО прогноза на 0,5 ч не превышает 1 нс, для остальных космических аппаратов этот показатель находится в диапазоне от 1,0 до 2,2 нс.
6. Можно выделить группу космических аппаратов (R02, R13, R22), для которых СКО заметно выше, чем для остальных космических аппаратов, как при использовании модели (3), так и при использовании модели (5).

Заключение

Предложен двухэтапный подход к прогнозированию РШВ космических аппаратов ГЛОНАСС относительно системной шкалы времени на основе комбинации линейной модели со скорректированным постоянным коэффициентом, построенной для трендовой составляющей ряда РШВ, и авторегрессионной модели, описывающей остаточную составляющую ряда РШВ.

В целом применение двухэтапного подхода к прогнозированию РШВ позволяет на каждом мерном интервале уменьшить значение СКО, что приводит к увеличению на 1–2 % количества интервалов прогноза, для которых СКО не превышает 0,3–0,5 нс на годовом интервале наблюдения. Однако задача построения математической модели прогнозирования поведения РШВ космических аппаратов ГЛОНАСС относительно системной шкалы времени с погрешностью не более 0,3–0,5 нс по уровню вероятности 0,95 остается актуальной.

Библиографические ссылки

1. Montenbruck O, Steigenberger P, Schönemann E, Hauschild A, Hugentobler U, Dach R, et al. Flight characterization of new generation GNSS satellite clocks. *Navigation*. 2012;59(4):291–302. DOI: 10.1002/navi.22.
2. Сальцберг АВ, Шупен КГ. Роль синхронизации времени в ГНСС и особенности построения высокоточного прогноза расхождения шкал времени. В: Системный анализ, управление и навигация. Тезисы докладов XXV Международной научной конференции; 4–11 июля 2021 г.; Евпатория, Крым. Москва: Издательство Московского авиационного института; 2021. с. 50–51.
3. Liu Xiaogang, Wu Xiaoping, Tian Yanfeng, Deng Yu. [Study on automic prediction of time based on interpolation model with Tchebychev polynomials]. *Journal of Geodesy and Geodynamics*. 2010;30(1):77–82. Chinese.
4. Zhu Lingfeng, Li Chao, Liu Li, Chen Liucheng, Dong Enqiang. [Research on methods for predicting clock error based on domestic hydrogen atomic clock]. *Journal of Geodesy and Geodynamics*. 2009;29(1):148–151. Chinese.
5. Wang Yupu, Lu Zhiping, Sun Dashuang, Wang Ning. [A new navigation satellite clock bias prediction method based on modified clock-bias quadratic polynomial model]. *Acta Astronomica Sinica*. 2016;57(1):78–90. Chinese.
6. Xu Xueqing, Hu Xiaogong, Zhou Yonghong, Song Yezhi. Research on high accuracy prediction model of satellite clock bias. In: Sun Jiadong, Jiao Wenhai, Wu Haitao, Lu Mingquan, editors. *China satellite navigation conference (CSNC) 2014 proceedings. Volume 3*. Berlin: Springer; 2014. p. 155–164 (Lecture notes in electrical engineering; volume 305). DOI: 10.1007/978-3-642-54740-9_14.
7. Liu Qiang, Sun Jizhe, Chen Xihong, Liu Jiye, Zhang Qun. [Application analysis of CPSO-LSSVM algorithm in AR clock error prediction]. *Journal of Jilin University (Engineering and Technology Edition)*. 2014;44(3):807–811. Chinese. DOI: 10.13229/j.cnki.jdxbgxb201403036.
8. Xu Junyi, Zeng Anmin. [Application of ARIMA (0, 2, q) model to prediction of satellite clock error]. *Journal of Geodesy and Geodynamics*. 2009;29(5):116–120. Chinese.
9. Huang Guanwen, Zhang Qin, Xu Guo Chang. Real-time clock offset prediction with an improved model. *GPS Solution*. 2014; 18(1):95–104. DOI: 10.1007/s10291-013-0313-0.
10. Liang Yueji, Ren Chao, Yang Xiufa, Pang Guangfeng, Lan Lan. A grey model based on first differences in the application of satellite clock bias prediction. *Chinese Astronomy and Astrophysics*. 2016;40(1):79–93. DOI: 10.1016/j.chinastron.2016.01.008.
11. Yu Ye, Huang Mo, Duan Tao, Wang Changyuan, Hu Rui. Enhancing satellite clock bias prediction accuracy in the case of jumps with an improved grey model. *Mathematical Problems in Engineering*. 2020;8186568. DOI: 10.1155/2020/8186568.
12. Zheng Zuoya, Dang Yamin, Lu Xiushan, Xu Weimei. [Prediction model with periodic item and its application to the prediction of GPS satellite clock bias]. *Acta Astronomica Sinica*. 2010;51(1):95–102. Chinese.
13. Сальцберг АВ, Шупен КГ. Возможности использования фильтра Калмана для синхронизации и прогнозирования частотно-временных поправок бортовых шкал времени космических аппаратов системы ГЛОНАСС. *Альманах современной метрологии*. 2017;10:167–179.
14. Huang Guanwen, Zhang Qin. Real-time estimation of satellite clock offset using adaptively robust Kalman filter with classified adaptive factors. *GPS Solutions*. 2012;16(4):531–539. DOI: 10.1007/s10291-012-0254-z.
15. Черникова ОС, Марарескул ТА. Прогнозирование расхождения шкал времени на основе скорректированной линейной модели. *Системы анализа и обработки данных*. 2022;87(3):37–58. DOI: 10.17212/2782-2001-2022-3-37-58.
16. Ганжа ВС, Марарескул ТА, Муратов ДС. Калибровка бортовой аппаратуры измерения псевдодальности между космическими аппаратами для повышения точности определения расхождения их шкал времени. *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*. 2021;12:100–106. DOI: 10.18698/0536-1044-2021-12-100-106.
17. Жданов АИ, Кацюба ОА. Идентификация по методу наименьших квадратов параметров уравнений авторегрессии при аддитивных ошибках измерений. *Автоматика и телемеханика*. 1982;2:29–38.

References

1. Montenbruck O, Steigenberger P, Schönemann E, Hauschild A, Hugentobler U, Dach R, et al. Flight characterization of new generation GNSS satellite clocks. *Navigation*. 2012;59(4):291–302. DOI: 10.1002/navi.22.
2. Salzberg AV, Shupen KG. [The role of time synchronization in GNSS and the features of constructing a high-precision prediction of time scale divergence]. In: Sistemnyi analiz, upravlenie i navigatsiya. Tezisy dokladov XXV Mezhdunarodnoi nauchnoi konferentsii; 4–11 iyulya 2021 g.; Evpatoriya, Krym [System analysis, management and navigation. Proceedings of the 25th International scientific conference; 2021 July 4–11; Evpatoria, Crimea]. Moscow: Publishing House of the Moscow Aviation Institute; 2021. p. 50–51. Russian.
3. Liu Xiaogang, Wu Xiaoping, Tian Yanfeng, Deng Yu. [Study on automic prediction of time based on interpolation model with Tchebychev polynomials]. *Journal of Geodesy and Geodynamics*. 2010;30(1):77–82. Chinese.
4. Zhu Lingfeng, Li Chao, Liu Li, Chen Liucheng, Dong Enqiang. [Research on methods for predicting clock error based on domestic hydrogen atomic clock]. *Journal of Geodesy and Geodynamics*. 2009;29(1):148–151. Chinese.
5. Wang Yupu, Lu Zhiping, Sun Dashuang, Wang Ning. [A new navigation satellite clock bias prediction method based on modified clock-bias quadratic polynomial model]. *Acta Astronomica Sinica*. 2016;57(1):78–90. Chinese.
6. Xu Xueqing, Hu Xiaogong, Zhou Yonghong, Song Yezhi. Research on high accuracy prediction model of satellite clock bias. In: Sun Jiadong, Jiao Wenhai, Wu Haitao, Lu Mingquan, editors. *China satellite navigation conference (CSNC) 2014 proceedings. Volume 3*. Berlin: Springer; 2014. p. 155–164 (Lecture notes in electrical engineering; volume 305). DOI: 10.1007/978-3-642-54740-9_14.

7. Liu Qiang, Sun Jizhe, Chen Xihong, Liu Jiye, Zhang Qun. [Application analysis of CPSO-LSSVM algorithm in AR clock error prediction]. *Journal of Jilin University (Engineering and Technology Edition)*. 2014;44(3):807–811. Chinese. DOI: 10.13229/j.cnki.jdxbgxb201403036.
8. Xu Junyi, Zeng Anmin. [Application of ARIMA (0, 2, q) model to prediction of satellite clock error]. *Journal of Geodesy and Geodynamics*. 2009;29(5):116–120. Chinese.
9. Huang Guan Wen, Zhang Qin, Xu Guo Chang. Real-time clock offset prediction with an improved model. *GPS Solution*. 2014; 18(1):95–104. DOI: 10.1007/s10291-013-0313-0.
10. Liang Yueji, Ren Chao, Yang Xiufa, Pang Guangfeng, Lan Lan. A grey model based on first differences in the application of satellite clock bias prediction. *Chinese Astronomy and Astrophysics*. 2016;40(1):79–93. DOI: 10.1016/j.chinastron.2016.01.008.
11. Yu Ye, Huang Mo, Duan Tao, Wang Changyuan, Hu Rui. Enhancing satellite clock bias prediction accuracy in the case of jumps with an improved grey model. *Mathematical Problems in Engineering*. 2020:8186568. DOI: 10.1155/2020/8186568.
12. Zheng Zuoya, Dang Yamin, Lu Xiushan, Xu Weimei. [Prediction model with periodic item and its application to the prediction of GPS satellite clock bias]. *Acta Astronomica Sinica*. 2010;51(1):95–102. Chinese.
13. Salzberg AV, Shupen KG. The possibility of using the Kalman filter for synchronization and prediction of the time and frequency correction of the on-board time scale of GLONASS system spacecraft. *Al'manac of Modern Metrology*. 2017;10:167–179. Russian.
14. Huang Guanwen, Zhang Qin. Real-time estimation of satellite clock offset using adaptively robust Kalman filter with classified adaptive factors. *GPS Solutions*. 2012;16(4):531–539. DOI: 10.1007/s10291-012-0254-z.
15. Chernikova OS, Marareskul TA. Prediction of time scale divergence based on an adjusted linear model. *Analysis and Data Processing Systems*. 2022;87(3):37–58. Russian. DOI: 10.17212/2782-2001-2022-3-37-58.
16. Ganzha VS, Marareskul TA, Muratov DS. Calibration of onboard equipment for measuring pseudo-range between spacecraft to improve the accuracy of determining their time scales discrepancy. *BMSTU Journal of Mechanical Engineering*. 2021;12:100–106. Russian. DOI: 10.18698/0536-1044-2021-12-100-106.
17. Zhdanov AI, Katsyuba OA. Identification by the method of least squares of autoregression equation parameters with additive measurement errors. *Avtomatika i telemekhanika*. 1982;2:29–38. Russian.

Получена 07.02.2023 / исправлена 23.05.2023 / принята 02.06.2023.
Received 07.02.2023 / revised 23.05.2023 / accepted 02.06.2023.