вводимых в активную область исследуемых структур при α-облучении, с процессами отжига РД, вводимых в условиях равномерной генерации первичных дефектов по объему образцов.

Исследование эффекта Холла в структурах, облученных со стороны пленки, показало наличие двух стадий восстановления электрических свойств пленки при $T_1=500$ К и $T_2=620$ К. Эти стадии отжига наблюдались ранее после электронного и протонного облучения, а характер температурных зависимостей подвижности носителей указывал на отжиг изолированных дефектов.

Изменение свойств пленок, облученных со стороны подложек, в ходе изохронного отжига указывает на дальнейшее уменьшение подвижности носителей при $T_{отж} \geqslant 500$ К, т. е. в этом случае происходило дальнейшее накопление дефектов (рис. 3). Следовательно, природа дефектов, определяющих основное изменение свойств пленок при различных вариантах облучения, различна. Изменение концентрации и температурных зависимостей подвижных носителей заряда в результате облучения со стороны подложки и последующего отжига указывает на введение областей скоплений дефектов n^+-типа проводимости.

Совокупность экспериментальных результатов по изменению электрических свойств пленок в ходе отжига свидетельствует о том, что основная часть простейших дефектов, высвобождающихся в результате термической диссоциации основных типов радиационных дефектов при $T \approx 500$ К, аннигилирует или исчезает на стоках, а оставшаяся часть мигрирует на значительные расстояния и оседает на нейтральных скоплениях примесей или включениях второй фазы с образованием n^+-заряженных областей.

Основные результаты, полученные в работе, сводятся к следующему.

1. Получены прямые экспериментальные доказательства подвижности некоторых типов первичных дефектов при $T=300$ К, оценена их энергия активации миграции.

2. Основные типы стабильных при $T=300$ К изолированных радиационных дефектов представляют собой комплексы из собственных структурных дефектов, образующихся диффузионным путем.

3. Процесс отжига комплексов радиационных дефектов определяется их диссоциацией, при этом основная часть точечных дефектов, освобождающихся в результате диссоциации комплексов, аннигилирует или исчезает на стоках, а незначительная часть участвует в формировании n^+ заряженных включений.

Авторы выражают благодарность Ю. С. Емельяненко за помощь в проведении экспериментов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ланг Д.— В кн.: Точечные дефекты в твердых телах.— М., 1979, с. 187.
2. Арефьев К. П., Брудный В. Н., Будницкий Д. Л., Воробьев С. А., Цой А. А.— ФТП, 1977, т. 13, с. 1142.
3. Ломако В. М., Новоселов А. М.— ФТП, т. 10, с. 900.
4. Сирота Н. Н., Курилович Н. Ф., Гатальский Г. В.— Докл. АН СССР, 1977, т. 232, с. 1062.
5. Кольченко Т. И., Ломако В. М.— ФТП, 1975, т. 9, с. 1757.

НИИ ПФП

УДК 535.44 : 537.868.4

А. П. ХАПАЛЮК

ПОЛНОЕ РЕЗОНАНСНОЕ ПОГЛОЩЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН В ОДНОРОДНОМ ШАРЕ

Условия реализации полного резонансного поглощения в однородном шаре могут быть так же подробно изучены, как в слое [1] или в цилиндре [2]. Принципиальная схема постановки задачи стандартная: требуется найти те решения уравнений Максвелла, которые бы описывали падающие на шар волны вне занимаемого им объема и были бы конечны и ограничены внутри него. Волны, отраженные от поверхности шара, должны отсутствовать. Решение задачи удобно проводить в сферической системе координат ρ, ϑ, φ.

Нужное решение представимо в виде линейной комбинации двух независимых (в соответствии с двумя различными поляризациями) частных решений. Одно из них обычно называется E-волной (отсутствует радиальная составляющая магнитного поля), второе — H-волной (отсутствует радиальная составляющая электрического поля).

Для E-волны общее решение запишется в виде:

$$
\begin{aligned}
E_\rho &= \frac{l(l+1)}{k\rho\sqrt{\rho}} Z_{l+1/2}(kN\rho)\, P_l^m(\cos\nu)\, e^{\pm im\varphi},\\
E_\nu &= \frac{1}{k\rho}\frac{d}{d\rho}\left[\sqrt{\rho}\, Z_{l+1/2}(kN\rho)\right]\frac{d}{d\nu} P_l^m(\cos\nu)\, e^{\pm im\varphi},\\
E_\varphi &= \pm i\frac{m}{k\rho}\frac{d}{d\rho}\left[\sqrt{\rho}\, Z_{l+1/2}(kN\rho)\right]\frac{1}{\sin\nu} P_l^m(\cos\nu)\, e^{\pm im\varphi}, \qquad (1)\\
H_\rho &= 0,\quad H_\nu = \pm N^2 \frac{m}{\sqrt{\rho}} Z_{l+1/2}(kN\rho)\frac{1}{\sin\nu} P_l^m(\cos\nu)\, e^{\pm im\varphi},\\
H_\varphi &= -iN^2\frac{1}{\sqrt{\rho}} Z_{l+1/2}(kN\rho)\frac{d}{d\nu} P_l^m(\cos\nu)\, e^{\pm im\varphi}.
\end{aligned}
$$

Для H-волны решение будет аналогичным:

$$
\begin{aligned}
E_\rho &= 0,\quad E_\nu = \frac{m}{\sqrt{\rho}} Z_{l+1/2}(kN\rho)\frac{1}{\sin\nu} P_l^m(\cos\nu)\, e^{im\varphi},\\
E_\varphi &= i\frac{1}{\sqrt{\rho}} Z_{l+1/2}(kN\rho)\frac{d}{d\nu} P_l^m(\cos\nu)\, e^{im\varphi},\\
H_\rho &= \frac{l(l+1)}{k\rho}\frac{1}{\sqrt{\rho}} Z_{l+1/2}(kN\rho)\, P_l^m(\cos\nu)\, e^{im\varphi}, \qquad (2)\\
H_\nu &= \frac{1}{k\rho}\frac{d}{d\rho}\left[\sqrt{\rho}\, Z_{l+1/2}(kN\rho)\right]\frac{d}{d\nu} P_l^m(\cos\nu)\, e^{im\varphi},\\
H_\varphi &= i\frac{m}{k\rho}\frac{d}{d\rho}\left[\sqrt{\rho}\, Z_{l+1/2}(kN\rho)\right]\frac{1}{\sin\nu} P_l^m(\cos\nu)\, e^{im\varphi},
\end{aligned}
$$

где $Z_{l+1/2}(kN\rho)$ — цилиндрическая функция, $P_l^m(\cos\nu)$ — присоединенные полиномы Лежандра, $l = 1, 2, 3, \ldots$, $m = 0, \pm 1, \ldots, \pm l$.

Решения для областей внутри и вне шара необходимо брать различные. Для внутренней части шара нужно использовать функции Бесселя первого рода, так как только они не имеют особенностей в начале координат. Для области вне шара необходимо взять такие цилиндрические функции, которые бы описывали падающую на поверхность шара волну. Этому условию удовлетворяют функции Ганкеля первого рода. Зависимость от углов ϑ и φ для решения как внутри, так и вне шара должна быть одной и той же.

Общие решения (1)—(2) записаны с точностью до множителя (амплитуды). В дальнейшем их будем считать для падающих на поверхность шара волн заданными и обозначать E_{lm}^a (для E-волны) и H_{lm}^a (для H-волны). Амплитудные множители решений внутри шара обозначаются соответственно через E_{lm}^i и H_{lm}^i, и их определение является дальнейшей целью решения задачи.

Для получения общего решения необходимо решения внутри и вне шара «сшить», чтобы при переходе через границу тангенциальные составляющие полей были непрерывны. Для каждой из волн это требование приводит к четырем уравнениям, из которых только два линейно независимы.

Для E-волны эти два уравнения могут быть записаны в виде

$$N^2 E_{lm}^i J_{l+1/2}(kN\rho_0) - E_{lm}^a H_{l+1/2}^{(1)}(k\rho_0) = 0, \qquad (3)$$

$$E^i_{lm}\frac{d}{d\rho}\left[\sqrt{\rho}\, J_{l+1/2}(kN\rho)\right]\Big|_{\rho=\rho_0}-E^a_{lm}\frac{d}{d\rho}\left[\sqrt{\rho}\, H^{(1)}_{l+1/2}(k\rho)\right]\Big|_{\rho=\rho_0}=0,$$

где ρ_0 — радиус шара.

Аналогичные уравнения получаются для H-волны:

$$H^i_{lm}J_{l+1/2}(kN\rho_0)-H^a_{lm}H^{(1)}_{l+1/2}(k\rho_0)=0, \qquad (4)$$

$$H^i_{lm}\frac{d}{d\rho}\left[\sqrt{\rho}\, J_{l+1/2}(kN\rho)\right]\Big|_{\rho=\rho_0}-H^a_{lm}\frac{d}{d\rho}\left[\sqrt{\rho}\, H^{(1)}_{l+1/2}(k\rho)\right]\Big|_{\rho=\rho_0}=0.$$

Уравнения (3) — (4) следует рассматривать как линейные однородные алгебраические уравнения относительно амплитуд. Они имеют отличные от нуля решения, если определители, составленные из коэффициентов при амплитудах, равны нулю.

Это условие для E-волны требует выполнения равенства

$$H^{(1)}_{l+1/2}(k\rho_0)\frac{d}{d\rho}\left[\sqrt{\rho}\, J_{l+1/2}(kN\rho)\right]\Big|_{\rho=\rho_0}-$$
$$-N^2J_{l+1/2}(kN\rho_0)\frac{d}{d\rho}\left[\sqrt{\rho}\, H^{(1)}_{l+1/2}(k\rho)\right]\Big|_{\rho=\rho_0}=0. \qquad (5)$$

Несколько другое равенство получается для H-волны:

$$H^{(1)}_{l+1/2}(k\rho_0)\frac{d}{d\rho}\left[\sqrt{\rho}\, J_{l+1/2}(kN\rho)\right]\Big|_{\rho=\rho_0}-$$
$$-J_{l+1/2}(kN\rho_0)\frac{d}{d\rho}\left[\sqrt{\rho}\, H^{(1)}_{l+1/2}(k\rho)\right]\Big|_{\rho=\rho_0}=0. \qquad (6)$$

Условия (5) — (6) следует считать условиями полного резонансного поглощения волн для шара. Они оказываются для E- и H-волн различными, и, следовательно, явления полного резонансного сопряжения для волн обеих поляризаций одновременно выполняться не могут.

Здесь следует добавить, что с математической точки зрения решение уравнений (5) — (6) относительно неизвестной комплексной величины $kN\rho_0=k(n-i\varkappa)\rho_0$ сводится к нахождению корней целой функции экспоненциального типа. Такие уравнения, как следует из известных теорем Пикара, имеют бесконечный дискретный (счетный) набор комплексных решений. Обозначим эти решения через $kN\rho_0=\rho_s=\rho_s'-i\rho_s''$ ($s=0,\ 1,\ 2,\ldots$) или, разделяя на действительную и мнимую части, получим

$$kn\rho_0=\rho_s',\ \ k\varkappa\rho_0=\rho_s''. \qquad (7)$$

Первое равенство в (7) является интерференционным условием полного поглощения, второе — энергетическим.

Легко показать, что условия полного резонансного поглощения (7) фактически те же самые, что и резонансного излучения (генерации). Действительно, при решении задачи на резонансное излучение требуется изменить только решение вне шара: вместо падающих необходимо взять уходящие волны. Это, по существу, означает, что надо взять комплексно сопряженное решение. Кроме того, необходимо перейти от поглощающей к активной среде внутри шара, что математически сводится к изменению знака мнимой части показателя преломления N. В результате для получения условий генерации выражения (5) — (6) необходимо заменить на комплексно сопряженные. Решения таких уравнений также изменятся на комплексно сопряженные, а действительные условия (7) останутся без изменения.

В отличие от условия резонансного поглощения в цилиндре условия резонансного поглощения внутри шара можно изучать более подробно, так как цилиндрические функции полуцелого порядка выражаются через элементарные функции. Для малых значений индекса l (от индекса m они вообще не зависят) условия резонансного поглощения оказываются достаточно простыми.

Начнем это рассмотрение с мод, у которых индекс $l=0$. Эти моды имеют некоторые особенности, так как структура их полей является сферически симметричной и не зависит от углов ϑ и φ. Их нельзя получить из общих выражений (1)—(2). Проще исходить непосредственно из уравнений Максвелла. В этом случае решения уравнений Максвелла для внутренней части шара можно записать в виде

$$\begin{gathered}E_\nu = A^i \frac{\sin kN\rho}{\rho}, \quad H_\varphi = iNA^i \frac{\cos kN\rho}{\rho}, \\ E_\varphi = B^i \frac{\sin kN\rho}{\rho}, \quad H_\nu = -iNB^i \frac{\cos kN\rho}{\rho}.\end{gathered} \tag{8}$$

Для области вне шара следует взять другие решения

$$\begin{gathered}E_\nu = A^a \frac{1}{\rho} e^{ik\rho}, \quad H_\varphi = -A^a \frac{1}{\rho} e^{ik\rho}, \\ E_\varphi = B^a \frac{1}{\rho} e^{ik\rho}, \quad H_\nu = B^a \frac{1}{\rho} e^{ik\rho}.\end{gathered} \tag{9}$$

Сшивая обычным образом эти решения на границах шара, получаем соотношения:

$$\begin{gathered}A_i \sin kN\rho_0 = A^a e^{ik\rho_0}, \quad iNA^i \cos kN\rho_0 = -A^a e^{ik\rho_0}, \\ B^i \sin kN\rho_0 = B^a e^{ik\rho_0}, \quad iNB^i \cos kN\rho_0 = -B^a e^{ik\rho_0}.\end{gathered} \tag{10}$$

Условие их разрешимости

$$iN\cos kN\rho_0 + \sin kN\rho_0 = 0 \quad \text{или} \quad \frac{N-1}{N+1} e^{2ikN\rho_0} + 1 = 0 \tag{11}$$

является условием резонансного поглощения нулевой моды. Оно такое же, как условие резонансного поглощения в плоскопараллельном слое [1].

Следующая наиболее низкая мода соответствует значениям индексов $l=1$, $m=0$, и решения для нее могут быть получены из общих выражений (1)—(2). Поля этой моды внутри шара могут быть представлены в виде

$$\begin{gathered}E_\rho = 2\frac{\cos\nu}{k\rho^2} f(\rho), \quad E_\nu = -\frac{\sin\nu}{k\rho}\frac{df(\rho)}{k\rho}, \quad H_\varphi = iN^2 \frac{\sin\nu}{\rho} f(\rho), \\ E_\varphi = i\frac{\sin\nu}{\rho} f(\rho), \quad H_\rho = -2\frac{\cos\nu}{k\rho^2} f(\rho), \quad H_\nu = \frac{\sin\nu}{k\rho}\frac{df(\rho)}{d\rho}, \\ f(\rho) = \frac{\sin kN\rho}{kN\rho} - \cos kN\rho.\end{gathered} \tag{12}$$

Решения вне шара получаются из (12) с помощью формальной замены

$$f(\rho) \to \left(\frac{1}{k\rho} - i\right) e^{ik\rho}, \quad N \to 1. \tag{13}$$

Требование непрерывности тангенциальных составляющих поля на границе шара приводит к равенствам

$$\begin{gathered}E_{10}^i \left[\left(\frac{\sin kN\rho_0}{kN\rho_0}\right) - \cos kN\rho_0\right] N^2 = \left(\frac{1}{k\rho_0} - i\right) e^{ik\rho_0} E_{10}^a, \\ E_{10}^i \frac{d}{d\rho}\left[\frac{\sin kN\rho}{kN\rho} - \cos kN\rho\right]\Bigg|_{\rho=\rho_0} = E_{10}^a \frac{d}{d\rho}\left[\left(\frac{1}{k\rho} - i\right) e^{ik\rho}\right]\Bigg|_{\rho=\rho_0}, \\ H_{10}^i \left(\frac{\sin kN\rho_0}{kN\rho_0} - \cos kN\rho_0\right) = H_{10}^a \left(\frac{1}{k\rho_0} - i\right) e^{ik\rho_0}, \\ H_{10}^i \frac{d}{d\rho}\left[\frac{\sin kN\rho}{kN\rho} - \cos kN\rho\right]\Bigg|_{\rho=\rho_0} = H_{10}^a \frac{d}{d\rho}\left[\left(\frac{1}{k\rho} - i\right) e^{ik\rho}\right]\Bigg|_{\rho=\rho_0},\end{gathered} \tag{14}$$

условия разрешимости которых дают условия полного резонансного поглощения:

для H-волны

$$e^{-2ikN\rho_0} = \frac{kN\rho_0(N-1) + i(N^2-1)}{kN\rho_0(N+1) + i(N^2-1)} = \frac{N-1}{N+1} \frac{1 + i\frac{1}{kN\rho_0}(N+1)}{1 + i\frac{1}{kN\rho_0}(N-1)}, \tag{15}$$

и для E-волны

$$e^{-2ikN\rho_0} = -\frac{N-1}{N+1}\,\frac{1+i\,(N+1)\dfrac{1}{kN\rho_0}\left(1+\dfrac{i}{kN\rho_0}\right)\left(1+\dfrac{i}{k\rho_0}\right)}{1+i\,(N-1)\dfrac{1}{kN\rho_0}\left(1-\dfrac{i}{kN\rho_0}\right)\left(1+\dfrac{i}{k\rho_0}\right)}.$$

Условия полного поглощения для моды (1, 0) незначительно отличаются от условий резонансного поглощения в плоскопараллельном слое. Формально отличие сводится к дополнительному множителю, зависящему от $k\rho_0$, который при большом значении $k\rho_0$ стремится к единице. Физическая же интерпретация та же, что и соответствующих условий для плоскопараллельного слоя [1]. Правую часть в выражениях (15) можно интерпретировать как коэффициент отражения от поверхности шара плоской волны, фигурирующей в левой части этих выражений. Кривизна поверхности, измеренная в длинах волн, определяет отличие коэффициентов отражения от френелевских. С уменьшением кривизны поверхности (с увеличением $k\rho_0$) формулы для коэффициентов отражения переходят в формулы Френеля. Такая интерпретация дает возможность результаты исследования резонансного поглощения в плоскопараллельном слое (одномерный случай) просто перефразировать применительно к исследованию резонансного поглощения внутри шара (трехмерный случай).

Условия резонансного поглощения (15) можно интерпретировать также по-другому. Для этого условие для H-волны перепишем в виде:

$$\frac{\left(1-\dfrac{i}{kN\rho_0}\right)\dfrac{1}{kN\rho_0}\,e^{-ikN\rho_0}}{\left(1+\dfrac{i}{kN\rho_0}\right)\dfrac{1}{kN\rho_0}\,e^{ikN\rho_0}} = \frac{N-1}{N+1}\,\frac{1+\dfrac{i}{k\rho_0}+\dfrac{1}{(kN\rho_0)^2}\,(N+1)}{1+\dfrac{i}{k\rho_0}+\dfrac{1}{(kN\rho_0)^2}\,(N-1)}. \quad (16)$$

В левой части равенства (16) в числителе стоит выражение для бегущей сферической волны (мода 1, 0), в знаменателе — для такой же бегущей сферической волны, распространяющейся в противоположном направлении. В соответствии с обычным определением отношение этих волн, взятых на поверхности шара, естественно назвать амплитудным коэффициентом отражения. Поэтому выражение, стоящее справа, имеет смысл амплитудного коэффициента отражения этой сферической моды от поверхности шара. Этот коэффициент отражения можно считать отношением тангенциальной составляющей электрического либо отношением нормальной составляющей магнитного поля. Оно может быть записано в виде $E'_\varphi(\rho_0) = R^{\text{м}}_{10}(\rho_0)\cdot E''_\varphi(\rho_0)$, где $R^{\text{м}}_{10}(\rho_0)$ — имеет смысл амплитудного коэффициента отражения волны соответствующей моды. В такой записи условия полного резонансного поглощения в слое и внутри шара имеют одинаковый вид и допускают одинаковую физическую интерпретацию.

Аналогичным образом интерпретируется условие резонансного поглощения для E-волны. Амплитудный коэффициент отражения этой волны примет вид

$$R^{\text{э}}_{10}(\rho_0) = -\frac{N-1}{N+1}\,\frac{(N+1)\left(1+\dfrac{i}{k\rho_0}\right)\left[1+\dfrac{1}{(kN\rho_0)^2}\right]+(kN\rho_0-i)}{(N-1)\left(1+\dfrac{i}{k\rho_0}\right)\left[1+\dfrac{1}{(kN\rho_0)^2}\right]+(kN\rho_0+i)}. \quad (17)$$

Аналогичные результаты можно получить для любых мод, хотя, естественно, результаты с увеличением индекса моды становятся более громоздкими.

ЛИТЕРАТУРА

1. Х а п а л ю к А. П.— Докл. АН БССР, 1962, т. 6, № 5, с. 301.
2. Х а п а л ю к А. П.— Вестн. Белорусского ун-та. Сер. 1, физ., мат. и мех., 1981, № 2, с. 25.

НИИ ПФП