УДК 62-50

Р. ГАБАСОВ, Ф. М. КИРИЛЛОВА, О. И. КОСТЮКОВА

МОДИФИКАЦИЯ АДАПТИВНОГО МЕТОДА РЕШЕНИЯ ОБЩЕЙ ЗАДАЧИ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

1. Рассмотрим общую $m \times n$-задачу линейного программирования [1]:

$$c'x \to \max, \; Ax = b, \; d_* \leqslant x \leqslant d^*. \tag{1}$$

В [2] предложен адаптивный метод решения задачи (1), который состоит в последовательном преобразовании опорных планов $\{x, A_{оп}\}$ и основан на принципе уменьшения оценки субоптимальности:

$$\beta(x, A_{оп}) = \sum_{j \in J_н, \, \Delta_j > 0} \Delta_j (x_j - d_{*j}) + \sum_{j \in J_н, \, \Delta_j < 0} \Delta_j (x_j - d^*_j),$$

где $\Delta = A'u - c$, $u' = c'_{оп} A^{-1}_{оп}$.

В классическом симплекс-методе [1] мера успешности итерации определяется приращением целевой функции $c'x$. Эта мера зависит только от текущего базисного плана x и поэтому симплекс-метод «буксует» всякий раз, когда на итерации не увеличивается $c'x$. Подобные явления наблюдаются [1] почти во всех прикладных задачах и связаны с вырожденностью планов. Мера успешности итерации адаптивного метода в силу указанного принципа определяется уменьшением оценки субоптимальности. Последняя зависит [2] как от плана, так и от опоры:

$$\beta(x, A_{оп}) = \beta(x) + \beta(A_{оп}).$$

Адаптивный метод поэтому в отличие от симплекс-метода имеет две «ведущие оси»: опорный план улучшается и за счет замены плана, и за счет изменения опоры.

Цель настоящей работы — модифицировать метод [2] на случай, когда он на опорном плане не приводит к уменьшению оценки субоптимальности. Известные модификации [1] симплекс-метода для вырожденных базисных планов направлены только на предупреждение зацикливания и не учитывают непосредственно исходной цели оптимизации. Изложенный далее подход основан на том убеждении, что вырождение — один из признаков внутренней специфики задачи, поэтому следует не «бояться» (избегать) вырожденных планов, а напротив, приспособить к ним метод оптимизации с учетом дополнительной информации.

Пусть $\{x, A_{оп}\}$ — опорный план, оценка субоптимальности которого превосходит заданную точность приближения к оптимальному значению целевой функции: $\beta(x, A_{оп}) > \varepsilon$. Следуя [2], построим направление $l = l(J)$ в точке x:

$$l_{оп} = -A^{-1}_{оп} A_н l_н; \quad l_j = d^*_j - x_j \quad \text{при} \quad \Delta_j < 0; \quad l_j = d_{*j} - x_j \quad \text{при} \quad \Delta_j > 0:$$
$$l_j \in [d_{*j} - x_j, \; d^*_j - x_j] \quad \text{при} \quad {}^{*)}\Delta_j = 0, \; j \in J_н. \tag{2}$$

* Для определенности обычно полагают $l_j = 0$ при $\Delta_j = 0$, $j \in J_н$.

Предположим, что как величина Θ прямого шага [2] вдоль l, так и величина σ двойственного шага [2] при замене опоры $A_{оп}$ равны нулю: $\Theta=\sigma=0$. Поскольку $\beta(x, A_{оп})>\varepsilon$, то, по крайней мере, один из элементов x, $A_{оп}$ не является оптимальным. Чтобы не пропустить случай, когда среди x, $A_{оп}$ есть оптимальные, нужно, очевидно, построить процедуру проверки их на оптимальность. Оставляя в качестве упражнения случай с x, рассмотрим вопрос об оптимальности $A_{оп}$.

Пусть $\Delta=\Delta(J)$ — сопровождающий базисный коплан [2] опоры $A_{оп}$. Известно [2], что $A_{оп}$ — оптимальная опора тогда и только тогда, когда совместна относительно l_j, $j\in J_{н0}=\{j\in J_н:\Delta_j=0\}$, линейная система

$$d_{*i}-x_i\leqslant-\sum_{j\in J_{но}} x_{ij}l_j-\alpha_i\leqslant d_i^*-x_i,\quad i\in J_{оп};$$
$$d_{*j}-x_j\leqslant l_j\leqslant d_j^*-x_j,\quad j\in J_{но},\tag{3}$$

где $\alpha(J_{оп})=A_{оп}^{-1}A(I,\ J_{н*})\,l(J_{н*})$, $J_{н*}=J_н\setminus J_{но}$; $l(J_{н*})$ определено согласно (2), $\{x_{ij},\ j\in J_{но}\}=A_{оп}^{-1}(i,\ I)\,A(I,\ J_{но})$.

Проверку системы (3) на совместность можно осуществить с помощью разнообразных экстремальных задач.

Предположим, что система (3) совместна и $l^0(J_{н0})$ — ее решение. Тогда $x^0=x+l^0$, где $l^0=\{l^0(J_{оп})=-A_{оп}^{-1}A(I,\ J_{но})\,l^0(J_{но})-\alpha(J_{оп}),\ l^0(J_{но}),\ l(J_{н*})\}$, — оптимальный план задачи (1). Решение задачи (1) прекращается.

Предположим, что система (3) несовместна. Тогда существуют такие числа $\psi(J_{оп})$, что

$$-\sum_{j\in J_{оп}}\alpha_j\psi_j+\sum_{j\in J_{оп}\cup J_{но}}(d_j^*-x_j)\,\xi_j-\sum_{j\in J_{оп}\cup J_{но}}(d_{*j}-x_j)\,\zeta_j<0,\tag{4}$$

$$\psi(J_{оп})+\xi(J_{оп})-\zeta(J_{оп})=0,\ \psi'(J_{оп})\,A_{оп}^{-1}A(I,\ J_{но})+\xi(J_{но})-\zeta(J_{но})=0,$$
$$\xi(J_{оп}\cup J_{но})\geqslant 0,\ \zeta(J_{оп}\cup J_{но})\geqslant 0.$$

Положив $\varphi'=\psi' A_{оп}^{-1}$, $\gamma'=\varphi' A$, из (4) получим

$$b'\varphi+\sum_{j\in J}d_j^*\xi_j-\sum_{j\in J}d_{*j}\zeta_j<0,\tag{5}$$

где $\xi_j=0$, $\zeta_j=\gamma_j$ при $\gamma_j\geqslant 0$; $\xi_j=-\gamma_j$, $\zeta_j=0$ при $\gamma_j<0$, $j\in J_{оп}\cup J_{н0}$; $\xi_j=0$, $\zeta_j=\gamma_j$ при $\Delta_j>0$; $\xi_j=-\gamma_j$, $\zeta_j=0$ при $\Delta_j<0$, $j\in J_{н*}$. Неравенство (5) означает, что построенный вектор γ составляет подходящее направление для коплана Δ, сопровождающего опору $A_{оп}$, т. е. опора $A_{оп}$ не является оптимальной.

Построим новый коплан $\bar\Delta=\Delta+\sigma\gamma$, где $\sigma=\sigma_{j_*}>0$, $j_*\in J_{н*}$. Нетрудно показать, что числа $\psi(J_{оп})$, удовлетворяющие (4), можно подобрать так, что коплан $\bar\Delta$ будет базисным, т. е. существует такое подмножество $\bar J_{оп}\subset J$, что $\det A(I,\ \bar J_{оп})\neq 0$ и $\bar\Delta_j=0$, $j\in\bar J_{оп}$. В этом случае коплан $\bar\Delta$ совпадает с копланом, сопровождающим опору $\bar A_{оп}=A(I,\ \bar J_{оп})$. Новую итерацию адаптивного метода начинаем с опорного плана $\{x,\ \bar A_{оп}\}$, для которого $\beta(\bar A_{оп})<\beta(A_{оп})$.

2. «Чисто» вырожденный случай, рассмотренный в п. 1, представляет только теоретический интерес и удобен для объяснения идеи предлагаемой модификации метода [2]. Внедрение последней в практические расчеты связано с ν-модификацией, $\nu=\{\nu_x\geqslant 0,\ \nu_\Delta\geqslant 0\}$, которая основана на понятии квазивырожденности.

Пусть $J_{оп}^*=J_{оп}^*(\nu_x)=\{j\in J_{оп}:x_j\geqslant d_j^*-\nu_x\}$, $J_{оп*}=J_{оп*}(\nu_x)=\{j\in J_{оп}:x_j\leqslant d_{*j}+\nu_x\}$, $J_{н0}=J_{н0}(\nu_\Delta)=\{j\in J_н:|\Delta_j|\leqslant\nu_\Delta\}$.
Копланом, ν_Δ — сопровождающим опору $A_{оп}=A(I,\ J_{оп})$, назовем коплан Δ задачи (1), для которого $|\Delta_j|\leqslant\nu_\Delta$, $j\in J_{оп}$. (Такие копланы естественно назвать ν_Δ-базисными копланами).

Определение. Опорный план $\{x, A_{\text{оп}}\}$ с ν_Δ-сопровождающим копланом Δ называется ν-вырожденным, $\nu=\{\nu_x, \nu_\Delta\}\geqslant 0$, если

$$J^*_{\text{оп}}(\nu_x)\cup J_{\text{оп}*}(\nu_x)\neq\varnothing,\ J_{\text{н}0}(\nu_\Delta)\neq\varnothing.$$

Пусть $\{x, A_{\text{оп}}\}$ — ν-вырожденный опорный план задачи (1), Δ — ν_Δ-сопровождающий коплан. Паре $\{x, \Delta\}$ поставим в соответствие оценку субоптимальности $\beta(x, \Delta)$:

$$\beta(x, \Delta)=\sum_{j\in J,\ \Delta_j>0}\Delta_j(x_j-d_{*j})+\sum_{j\in J,\ \Delta_j<0}\Delta_j(x_j-d^*_j).$$

Оценка вклада в оценку субоптимальности $\beta(x, \Delta)$ переменных x_j, Δ_j, $j\in J_0=J_0(\nu_\Delta)=J_{\text{оп}}\cup J_{\text{н}0}(\nu_\Delta)$, имеет вид:

$$\sum_{j\in J_0,\ \Delta_j>0}\Delta_j(x_j-d_{*j})+\sum_{j\in J_0,\ \Delta_j<0}\Delta_j(x_j-d^*_j)\leqslant\nu_\Delta\sum_{j\in J_0}\max\{x_j-d_{*j},\ d^*_j-x_j\}.$$

Предположим, что на опорном плане $\{x, A_{\text{оп}}\}$ выполняется неравенство

$$\nu_\Delta\sum_{j\in J_0}\max\{x_j-d_{*j},\ d^*_j-x_j\}\leqslant\varepsilon/2. \qquad (6)$$

Если неравенство (6) не имеет места, то следует уменьшить параметр ν_Δ и построить новое множество $J_0(\bar{\nu}_\Delta)$. Заметим, что неравенство (6) будет иметь место для любого опорного плана $\{x, A_{\text{оп}}\}$, если $\nu_\Delta\leqslant\varepsilon/2:$ $:\sum_{j\in J}(d^*_j-d_{*j})$.

По предположению, рассматривается случай $\beta(x, \Delta)>\varepsilon$. По опорному плану $\{x, A_{\text{оп}}\}$ и коплану Δ построим направление $l(J)$:

$$l(J_{\text{оп}})=-A^{-1}_{\text{оп}}A_{\text{н}}l(J_{\text{н}});\quad l_j=d^*_j-x_j\ \text{ при }\ \Delta_j<-\nu_\Delta,\ l_j=d_{*j}-x_j,\ \text{ при}$$
$$\Delta_j>\nu_\Delta,\ l_j\in[d_{*j}-x_j,\ d^*_j-x_j]\ \text{ при }\ |\Delta_j|\leqslant\nu_\Delta,\ j\in J_{\text{н}}. \qquad (7)$$

Из (7) видно, что в случае $J_{\text{н}0}(\nu_\Delta)\neq\varnothing$ направление $l(J)$ строится неоднозначно. Для определенности положим $l_j=0$, $j\in J_{\text{н}0}(\nu_\Delta)$, и осуществим одну итерацию адаптивного метода.

Интерес представляет случай, когда 1) прямой шаг $\Theta=\Theta_{j0}<1$ достигается на переменной x_{j0}, $j_0\in J^*_{\text{оп}}(\nu_x)$, при $l_{j0}>0$ или на переменной x_{j0}, $j_0\in J_{\text{оп}*}(\nu_x)$, при $l_{j0}<0$; 2) двойственный шаг $\sigma=\sigma_{j*}$ достигается на переменной Δ_{j*}, $j_*\in J_{\text{н}0}(\nu_\Delta)$. В этом случае следование методу [2] может привести к весьма малым шагам θ и σ.

По аналогии с п. 1 проверим на совместность систему (3) с $J_{\text{н}0}=J_{\text{н}0}(\nu_\Delta)$. Проводя рассуждения, аналогичные п. 1, можно показать, что в случае совместности системы (3) легко построить ε-оптимальный план задачи (1), а в случае несовместности системы (3) — новый опорный план $\{x, \bar{A}_{\text{оп}}\}$ с ν_Δ-сопровождающим копланом $\bar{\Delta}$, для которого $\beta(x, \bar{\Delta})<\beta(x, \Delta)$.

С целью построения упрощенных методов исследования системы (3) на совместность заменим ее на «ослабленную» систему:

$$-\sum_{j\in J_{\text{н}0}(\nu_\Delta)}x_{ij}l_j-\alpha_i\begin{cases}\geqslant d_{*i}-x_i,\ i\in J_{\text{оп}*}(\nu_x),\\ \leqslant d^*_i-x_i,\ i\in J^*_{\text{оп}}(\nu_x),\end{cases} \qquad (8)$$
$$d_{*j}-x_j\leqslant l_j\leqslant d^*_j-x_j,\ j\in J_{\text{н}0}(\nu_\Delta),$$

где $\alpha(J_{\text{оп}})=A^{-1}_{\text{оп}}A(I,\ J_{\text{н}*}(\nu_\Delta))\,l(J_{\text{н}*}(\nu_\Delta))$, $J_{\text{н}*}=J_{\text{н}*}(\nu_\Delta)=J_{\text{н}}\setminus J_{\text{н}0}(\nu_\Delta)$, $l(J_{\text{н}*}(\nu_\Delta))$ определено согласно (7).

Ясно, что совместность (3) влечет совместность системы (8); из несовместности системы (8) следует аналогичное свойство для (3). (В данном пункте, когда речь идет о (3), всегда предполагается, что $J_{\text{н}0}=J_{\text{н}0}(\nu_\Delta)$).

Опишем один из методов проверки на совместность системы* (8). На первом шаге положим $J^{(1)}=\varnothing$, $J^{(1)}_{\text{н}0}=J_{\text{н}0}(\nu_\Delta)$, $J^{(1)}_{\text{н}*}=J_{\text{н}*}(\nu_\Delta)$, $\bar{l}_j=d_{*j}-x_j$ при $\Delta_j>\nu_\Delta$, $\bar{l}_j=d^*_j-x_j$ при $\Delta_j<-\nu_\Delta$, $j\in J^{(1)}_{\text{н}*}$; $l^{(1)}_j=0$, $j\in J^{(1)}_{\text{н}0}$.

Пусть на s-ом шаге имеются множества $J^{(s)}\subset J_{\text{оп}*}\cup J^*_{\text{оп}}$, $J^{(s)}_{\text{н}0}\subset J_{\text{н}0}(\nu_\Delta)$, $J^{(s)}_{\text{н}*}=J_{\text{н}}\diagdown J^{(s)}_{\text{н}0}$ и векторы $\bar{l}(J^{(s)}_{\text{н}*})$, $l^{(s)}(J^{(s)}_{\text{н}0})$. Положим $l^{(s)}(J_{\text{оп}})=-A^{-1}_{\text{оп}}(A(I, J^{(s)}_{\text{н}0})\,l^{(s)}(J^{(s)}_{\text{н}0})+A(I, J^{(s)}_{\text{н}*})\,\bar{l}(J^{(s)}_{\text{н}*}))$. Если

$$l^{(s)}_j\geqslant d_{*j}-x_j,\ j\in J_{\text{оп}*};\ l^{(s)}_j\leqslant d^*_j-x_j,\ j\in J^*_{\text{оп}}, \tag{9}$$

то система (8) совместна и вектор $\{l^{(s)}(J^{(s)}_{\text{н}0}),\ \bar{l}(J^{(s)}_{\text{н}*}\diagdown J_{\text{н}*})\}$ — ее решение.

По решению системы (8) построим вектор $l^*(J)=\{l^{(s)}(J_{\text{оп}}),\ l^{(s)}(J^{(s)}_{\text{н}0}),\ \bar{l}(J^{(s)}_{\text{н}*})\}$. Ясно, что $l^*(J)$ принадлежит множеству (7) и, следовательно, является подходящим направлением для плана x в задаче (1). Перейдем к новому плану $\bar{x}=x+\theta l$, где $\theta=\min\{1,\ \theta_{j_0}\}$ — максимально допустимый шаг [2] вдоль l^*. Используя (9), нетрудно показать, что $\theta>M_x\nu_x$ и при $\theta=\theta_{j_0}<1$ индекс $j_0\in\{j\in J_{\text{оп}*}:l_j<0\}\cup\{j\in J^*_{\text{оп}}:l_j>0\}$. Здесь M_x — положительное число, определяемое параметрами задачи (1). Новую итерацию адаптивного метода начинаем с нового опорного плана $\{\bar{x},\ A_{\text{оп}}\}$, для которого $\beta(\bar{x},\ \Delta)<\beta(x,\ \Delta)$.

Пусть условия (9) не выполняются, т. е. существует такой индекс $j_s\in J_{\text{оп}*}$, $j_s\neq j_k$, $k=\overline{1,\ s-1}$, что $l^{(s)}_{js}<d_{*j}-x_j$ или $j_s\in J^*_{\text{оп}}$, $j_s\neq j_k$, $k=\overline{1,\ s-1}$, $l^{(s)}_{js}>d^*_j-x_j$. В этом случае продолжаем исследование системы (8) на совместность; $\bar{\nu}$-модификацией, $\bar{\nu}=\{\bar{\nu}_x,\ 0\}$, адаптивного метода решим задачу (s):

$$l_{j_s}=\max_{l(J^{(s)}_{\text{н}0})} k\Big(-\sum_{j\in J^{(s)}_{\text{н}0}} x_{j_sj}\,l_j-\alpha^{(s)}_{j_s}\Big),$$

$$-\sum_{j\in J^{(s)}_{\text{н}0}} x_{ij}\,l_j-\alpha^{(s)}_i\begin{cases}\geqslant d_{*i}-x_i & \text{при } i\in J^{(s)}\cap J_{\text{оп}*},\\ \leqslant d^*_i-x_i & \text{при } i\in J^{(s)}\cap J^*_{\text{оп}},\end{cases} \tag{s}$$

$d_{*j}-x_j\leqslant l_j\leqslant d^*_j-x_j$, $j\in J^{(s)}_{\text{н}0}$, где $\alpha^{(s)}_i=\sum\limits_{j\in J^{(s)}_{\text{н}*}} x_{ij}\,\bar{l}_j$; $k=1$ при $j_s\in J_{\text{оп}*}$, $k=-1$ при $j_s\in J^*_{\text{оп}}$, взяв в качестве начального опорного плана опорный план, на котором было остановлено решение задачи $(s-1)$.

Решение задачи (s) прекращаем на опорном плане $\{l^{(s+1)}(J^{(s)}_{\text{н}0});\ J^{(s)}_{(\text{оп})},\ J^{(s)}_{\text{н}0(\text{оп})}\}$, $J^{(s)}_{(\text{оп})}\subset J^{(s)}$, $J^{(s)}_{\text{н}0(\text{оп})}\subset J^{(s)}_{\text{н}0}$, в следующих случаях;

а) если $l^{(s+1)}_{j_s}=-\sum\limits_{j\in J^{(s)}_{\text{н}0}} x_{j_sj}\,l^{(s+1)}_j-\alpha^{(s)}_{j_s}>d_{*j_s}-x_{j_s}$ при $k=1$ или $l^{(s+1)}_{j_s}<d^*_{j_s}-x_{j_s}$ при $k=-1$;

б) если $\{l^{(s+1)}(J^{(s)}_{\text{н}0});\ J^{(s)}_{\text{оп}},\ J^{(s)}_{\text{н}0(\text{оп})}\}$ — оптимальный план задачи (s) и $l^{(s+1)}_{j_s}=d_{*j_s}-x_{j_s}$ при $k=1$ или $l^{(s+1)}_{j_s}=d^*_{j_s}-x_{js}$ при $k=-1$;

в) если значение двойственной целевой функции задачи (s) на двойственном плане $\psi^{(s)}(J^{(s)})$, сопровождающем опору $\{J^{(s)}_{(\text{оп})},\ J^{(s)}_{\text{н}0(\text{оп})}\}$, при $k=1$ меньше, чем $d_{*j_s}-x_{j_s}$ или при $k=-1$ больше, чем $d^*_{j_s}-x_{j_s}$.

В случае а) полагаем $J^{(s+1)}=J^{(s)}\cup j_s$, $J^{(s+1)}_{\text{н}0}=J^{(s)}_{\text{н}0}$ и переходим к $(s+1)$-ому шагу.

В случае б) полагаем $J^{(s+1)}=J^{(s)}$, $J^{(s+1)}_{\text{н}0}=J^{(s)}_{\text{н}0}\diagdown J^{(s)}_{\text{н}0*}$,

* Аналогичный метод можно использовать для проверки на совместность системы (3).

$$\bar l_j = \begin{cases} d_j^* - x_j, \text{ если } \gamma_j^{(s)} < 0, \\ d_{*j} - x_j, \text{ если } \gamma_j^{(s)} > 0, \end{cases} \quad j \in J_{\text{н}0*}^{(s)} = \{j \in J_{\text{н}0}^{(s)} : \gamma_j^{(s)} \neq 0\},$$

и переходим к $(s+1)$-ому шагу. Здесь $\gamma^{(s)}(J_{\text{н}0}^{(s)})$ — коплан, сопровождающий опору $\{J_{(\text{оп})}^{(s)}, J_{\text{н}0(\text{оп})}^{(s)}\}$.

Случай в) означает, что система (8) несовместна. Следовательно, несовместна и система (3) и опора $A_{\text{оп}}$ не является оптимальной. Легко проверить, что вектор $\gamma = \gamma(J) = \{\gamma_j = 0, \ j \in J_{\text{оп}} \setminus (J^{(s)} \cup j_s), \ \gamma_{j_s} = k, \ \gamma_j = \psi_j^{(s)}, \ j \in J^{(s)}, \ \gamma_j = \sum_{i \in J^{(s)}} x_{ij}\psi_i^{(s)} + k x_{j_s j}, \ j \in J_{\text{н}}\}$ задает подходящее направление для коплана Δ, ν_Δ — сопровождающего опору $A_{\text{оп}}$, причем максимально допустимый шаг [2] вдоль γ равен $\sigma = \sigma_{j_*} > M_\Delta \nu_\Delta$, $j_* \in J_{\text{н}*}(\nu_\Delta)$. Здесь M_Δ — положительное число, определяемое параметрами задачи (1).

По построению, $\det A(I, \bar J_{\text{оп}}) \neq 0$, $\bar J_{\text{оп}} = ((J_{\text{оп}} \setminus J_{(\text{оп})}^{(s)}) \cup J_{\text{н}0(\text{оп})}^{(s)}) \setminus j_s \cup j_*$, и

$$\gamma_j = 0, \ j \in (J_{\text{оп}} \setminus J_{(\text{оп})}^{(s)}) \cup J_{\text{н}0(\text{оп})}^{(s)} \setminus j_s. \qquad (10)$$

Следовательно, коплан $\bar\Delta = \Delta + \sigma\gamma$ является ν_Δ-сопровождающим копланом для опоры $\bar A_{\text{оп}} = A(I, \bar J_{\text{оп}})$. Новую итерацию адаптивного метода начинаем с опорного плана $\{x, \bar A_{\text{оп}}\}$ и коплана $\bar\Delta$, для которых справедливо неравенство $\beta(x, \bar\Delta) < \beta(x, \Delta)$.

Замечание. Для решения задачи (s) можно было бы воспользоваться $\bar\nu = \{\bar\nu_x \geqslant 0, \ \bar\nu_\Delta \geqslant 0\}$-модификацией адаптивного метода. Однако при такой модификации в общем случае вместо (10) выполняются условия $\gamma_j = 0$, $j \in (J_{\text{оп}} \setminus J_{(\text{оп})}^{(s)}) \setminus j_s$, $|\gamma_j| \leqslant \bar\nu_\Delta$, $j \in J_{\text{н}0(\text{оп})}^{(s)}$, из которых следует, что $|\bar\Delta_j| \leqslant \nu_\Delta + \sigma \bar\nu_\Delta$, $j \in J_{\text{н}0(\text{оп})}^{(s)}$, т. е. новый коплан $\bar\Delta$ может оказаться не ν_Δ-базисным. Если это произойдет, то для того, чтобы продолжить решение задачи (10) адаптивным методом, нужно по правилам двойственного опорного метода [2] перейти от опорного коплана $\{\bar\Delta, \bar A_{\text{оп}}\}$ к ν_Δ-базисному коплану $\{\tilde\Delta, \tilde A_{\text{оп}}\}$, который по значению двойственной целевой функции не хуже $\bar\Delta$.

3. Конечность метода. Совокупность операций, связанных с построением нового опорного плана задачи (1), назовем итерацией ν-модифицированного адаптивного метода. Итерацию назовем простой, если при переходе к новому опорному плану не использовалась процедура проверки на совместность системы (8). В противном случае итерацию назовем сложной.

Теорема. Для решения задачи (1) ν-модифицированным, $\nu = \{\nu_x > 0, \ \nu_\Delta \geqslant 0\}$, адаптивным методом требуется осуществить лишь конечное число операций.

Доказательство теоремы основано на следующих леммах.

Лемма 1. При $\nu_x > 0$ задача (1) ν-модифицированным адаптивным методом решается за конечное число итераций.

Лемма 2. Для осуществления одной сложной итерации ν-модифицированного, $\nu = \{\nu_x > 0, \ \nu_\Delta \geqslant 0\}$, адаптивного метода требуется конечное число операций.

ЛИТЕРАТУРА

1. Данциг Дж. Линейное программирование, его применения и обобщения.— М., 1964.
2. Габасов Р., Кириллова Ф. М., Костюкова О. И.— Докл. АН БССР, 1978, № 3.

Поступила в редакцию
06.05.80.

Кафедра МОУ