рых не меняются (стробоскопический способ). Однако возможен и другой вариант измерений, когда фиксируются не число импульсов, а отношение амплитуд A_0/A_{2n-1}, или же при постоянстве вводимой в резонатор энергии — A_{2n-1} (компаративный способ). В этом случае $T_{общ}$ в (12) постоянно, а с изменением потерь изменяется число сомножителей в (12). Вследствие этого построение градуировочного графика заключается в наборе такого числа T_m при заданном k_{21}^D, пока $T_{общ}$ не станет наиболее близко по величине к заданному значению. Здесь следует иметь в виду, что поскольку m целое, точное равенство может не соблюдаться.

В заключение отметим, что точность определения оптической плотности методом пассивного резонатора может составлять 10^{-4}. Следовательно, при длине образца 10 см минимальный регистрируемый коэффициент ДФП имеет величину 10^{-5} см$^{-1}$.

Проведенное рассмотрение показывает, что при исследованиях ДФП величиной 1% и менее, необходим раздельный учет линейных потерь в объеме и на поверхности образца.

В случае многоходового внутрирезонаторного метода без активной среды необходим расчет градуировочного графика для конкретных параметров установки, на основании которого по измеренным амплитудам первого и последнего вышедших из резонатора импульсов можно найти сечение ДФП.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бредихин В. И., Галанин М. Д., Генкин В. И.— УФН, 1973, т. 110, с. 3.
2. Бредихин В. И.— ПТЭ, 1975, № 5, с. 187.
3. Воропай Е. С., Саржевский А. М., Севченко А. Н., Торпачев П. А.— Вестн. Белорусского ун-та. Сер. 1, мат., физ., мех., 1979, № 1, с. 21.
4. Батище С. А., Мостовников В. А., Рубинов А. Н.— Квант. электр., 1976, т. 3, № 11, с. 2516.
5. Бонч-Бруевич А. М., Разумова Т. К., Старобогатов И. О.— Опт. и спектр., 1974, т. 36, с. 692.
6. Kleinsteuber W., Rühle K.— Exp. Tech. d. Phys., 1977, v. 25, № 4, p. 335.
7. Воропай Е. С., Саржевский А. М., Севченко А. Н., Торпачев П. А.— Рукопись деп. в ВИНИТИ. № 316-78. Деп. от 26.01.78.
8. Teets R., Hänsch J. E., Hänsch T. W.— Phys. Rev. Lett., 1977, v. 38, p. 760.
9. Корниенко Л. С., Скуйбин Б. Г.— Опт. и спектр., 1976, т. 40, № 3, с. 571.
10. Басов И. Г., Грасюк А. З., Зубарев И. Г. и др.— ЖЭТФ, 1966, т. 23, с. 366.

Поступила в редакцию
15.09.79.

Кафедра общей физики,
НИИ ПФП

УДК 535.44; 868.4

А. П. ХАПАЛЮК

ПОЛНОЕ РЕЗОНАНСНОЕ ПОГЛОЩЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН В ЦИЛИНДРЕ

В последнее время достаточно хорошо и подробно изучен лазерный эффект, или резонансное излучение электромагнитных волн, когда помещенная в резонатор активная (усиливающая) среда вступает в полное резонансное взаимодействие с электромагнитным полем в виде собственных типов колебаний (мод) резонатора. В предлагаемой работе изучается иное явление полного резонансного взаимодействия электромагнитного поля в виде мод резонатора с обычным поглощающим веществом. Сущность его сводится к следующему. Обычное поглощающее вещество, помещенное в резонатор, в определенных условиях (полное резонансное поглощение) вступает во взаимодействие с собственными электромагнитными модами резонатора. При этом энергия волн переходит в энергию вещества. Так как оба процесса (резонансное излучение и поглощение) являются существенно резонансными, их важнейшие особенности оказываются аналогичными.

Нами изучаются условия полного резонансного поглощения электромагнитных волн в бесконечно длинном круговом цилиндре. Вещество цилиндра радиуса ρ_0 будем характеризовать комплексным показателем преломления $N=n-i\varkappa$. Без ограничения общности показатель преломления окружающей цилиндр непоглощающей среды можно считать равным единице. В соответствии с геометрией тела поставленную задачу следует решать в цилиндрической системе координат (ρ, φ, z), ось z которой совмещена с геометрической осью цилиндра. Предположим, что соответствующие решения уравнений Максвелла не зависят от координаты z (двумерный случай на плоскости ρ, φ). Как известно, при этом уравнения Максвелла распадаются на две независимые системы уравнений в соответствии с двумя различными поляризациями волн. Выражения для поперечных составляющих электрического и, соответственно, магнитного векторов можно найти через z-составляющие по простым формулам (временной множитель $\exp i\omega t$ опускается):

$$E_\rho = -\frac{i}{k\rho N^2}\frac{\partial H_z}{\partial \varphi}, \quad E_\varphi = \frac{i}{kN^2}\frac{\partial H_z}{\partial \rho},$$
$$H_\rho = \frac{i}{k\rho}\frac{\partial E_z}{\partial \varphi}; \quad H_\varphi = -\frac{i}{k}\frac{\partial E_z}{\partial \rho}, \tag{1}$$

E_z и H_z — составляющие векторов поля находятся из волновых уравнений, решения которых могут быть записаны через цилиндрические функции.

Рассмотрим вначале волну E-поляризации, т. е. линейно поляризованную волну, электрический вектор которой направлен вдоль оси z.

В соответствии с условиями поставленной задачи предположим, что отраженные от цилиндра волны отсутствуют; присутствуют только падающие волны. Эти волны должны распространяться по направлению к цилиндру, и, следовательно, их можно записать через функции Ганкеля первого рода:

$$E^a_m(\rho, \varphi) = A_m H^{(1)}_m(k\rho)\, e^{im\varphi}, \quad H^a_{m\rho} = \frac{mAm}{k\rho} H^{(1)}_m(k\rho)\, e^{im\varphi},$$
$$H^a_{m\varphi} = -\frac{i}{k} A_m \frac{d}{d\rho}\left[H^{(1)}_m(k\rho)\right] e^{im\varphi} \quad (m=0,\ 1,\ 2,\ \ldots). \tag{2}$$

Для полей внутри цилиндра конечные решения необходимо представлять в виде цилиндрических функций Бесселя первого рода того же порядка m:

$$E^i_m = B_m J_m(kN\rho)\, e^{im\varphi}, \quad H^i_{m\rho} = -\frac{mBm}{k\rho} J_m(kN\rho)\, e^{im\varphi},$$
$$H^i_{m\varphi} = -\frac{i}{k} B_m \frac{d}{d\rho}\left[J_m(kN\rho)\right] e^{im\varphi} \quad (m=0,\ 1,\ 2,\ \ldots). \tag{3}$$

Постоянные A_m и B_m имеют смысл амплитудных коэффициентов постоянных интегрирования. В дальнейшем для падающей волны (A_m) их будем считать заданными величинами.

На поверхности цилиндра должны быть непрерывны тангенциальные составляющие векторов поля (граничные условия). Это требование приводит к двум уравнениям для каждого значения m:

$$A_m H^{(1)}_m(k\rho_0) - B_m J_m(kN\rho_0) = 0,$$
$$\frac{d}{d\rho}\left[A_m H^{(1)}_m(k\rho) - B_m J_m(kN\rho)\right]\Big|_{\rho=\rho_0} = 0. \tag{4}$$

Система уравнений (4) имеет отличные от нуля решения относительно A_m и B_m, если определитель, составленный из коэффициентов при них, равен нулю:

$$J_m(kN\rho_0)\frac{d}{d\rho} H^{(1)}_m(k\rho)\Big|_{\rho=\rho_0} - H^{(1)}_m(k\rho_0)\frac{d}{d\rho} J_m(kN\rho)\Big|_{\rho=\rho_0} = 0. \tag{5, a}$$

Выполнения условий (5, *а*) необходимо и достаточно для отсутствия отраженной волны, поэтому равенство (5, *а*) можно считать условием полного резонансного поглощения в цилиндре.

Условие полного резонансного поглощения можно записать в другом виде, если использовать известные выражения для производных цилиндрических функций:

$$J_m(kN\rho_0)\,H^{(1)}_{m-1}(k\rho_0) - NJ_{m-1}(kN\rho_0)\,H^{(1)}_m(k\rho_0) = 0. \tag{5, в}$$

Уравнения (5) являются комплексными трансцендентными уравнениями, и их решение возможно только приближенными, например, численными методами. Одно комплексное уравнение (5) равносильно двум вещественным, и, следовательно, оно может быть удовлетворено выбором двух вещественных параметров. В принципе такими параметрами могут быть: отношение радиуса цилиндра к длине волны (параметр $k\rho_0$), комплексный показатель преломления (два параметра n, $\varkappa$) и пространственная структура падающей волны (целое число m). С точки зрения экспериментатора трудности реализации необходимых параметров различны, что, впрочем, имеет место и в более простом случае плоскопараллельного слоя [1] и в процессах генерации. По-видимому, практически наиболее легко изменять параметр $k\rho_0$.

По существу условиям полного резонансного поглощения в цилиндре присуща далеко идущая аналогия с разобранными ранее условиями полного поглощения в плоскопараллельном слое [1]. Как и для плоского слоя, уравнения (5) для каждого значения m имеют бесконечный счетный набор решений. Это утверждение вытекает из основных свойств целых функций (теоремы Пикара), в частности, цилиндрических функций. В отличие от плоскопараллельного слоя случай цилиндра относится к двумерной задаче. Условия полного резонансного поглощения поэтому приводят к двухпараметрическому бесконечному счетному набору собственных типов колебаний. Одним из этих параметров является целое число m, а вторым — номер корня уравнения (5) для каждого значения m.

Как отмечалось, разрешимость уравнений (5) вытекает из основных свойств целых функций, однако получить сколько-нибудь точные значения этих корней в общем случае затруднительно. В частных случаях малого или большого значения параметра $k\rho_0$ для приближенного решения можно воспользоваться известными асимптотическими представлениями цилиндрических функций.

В коротковолновом приближении, которое для оптики, по-видимому, представляет наибольший интерес, можно воспользоваться следующим асимптотическим приближением цилиндрических функций [2]:

$$\begin{gathered} J_m(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi u}}\left\{(-i)^m e^{-i\frac{\pi}{4}+iu}\left(1 + i\,\frac{4m^2-1}{8u} - \ldots\right) + \right. \\ \left. + (i)^m e^{i\frac{\pi}{4}-iu}\left(1 - i\,\frac{4m^2-1}{8u} + \ldots\right)\right\}, \\ H_m(u) = \frac{2(-i)^m}{\sqrt{2\pi u}}\, e^{-i\frac{\pi}{4}+iu}\left(1 + i\,\frac{4m^2-1}{8u} - \ldots\right). \end{gathered} \tag{6}$$

В асимптотическом разложении (6) многочлены с точностью до $1/u$ необходимо сохранить, чтобы учесть специфическую зависимость условия полного резонансного поглощения от индекса m. В противном случае эта зависимость исчезает, и собственные типы колебаний вырождаются. При этом условие полного поглощения в цилиндре фактически ничем не отличается от условия полного поглощения в слое, имеющем толщину, равную радиусу цилиндра.

Подставляя (6) в (5), получаем условие полного резонансного поглощения с точностью до членов порядка $1/(k\rho_0)^2$ в виде

$$\frac{N-1}{N+1}\left(1+i\,\frac{4m^2-1}{4Nk\rho_0}\right)=(-1)^m e^{i\frac{\pi}{4}}e^{-2iNk\rho_0}. \tag{7}$$

Приравнивая модули и аргументы обеих частей комплексного равенства (7), получаем два вещественных трансцендентных уравнения:

$$\begin{gathered}\sqrt{\frac{(n-1)^2+\varkappa^2}{(n+1)^2+\varkappa^2}}\left[1-\frac{(4m^2-1)\,\varkappa}{4k\rho_0\,(n^2-\varkappa^2)}\right]=e^{-2k\rho_0\varkappa},\\ \operatorname{arctg}\left[\frac{2\varkappa}{|N|^2-1}-\frac{n\,(4m^2-1)}{4k\rho_0\,|N|^2-\varkappa\,(4m^2-1)}\right]=2nk\rho_0-\pi\,(2s-m),\end{gathered} \tag{8}$$

где s — любое целое число.

Из первого уравнения (8), которое можно назвать энергетическим условием полного резонансного поглощения, следует, что полное поглощение, так же, как и в слое, возможно только при условии $\varkappa>0$. В прозрачных средах ($\varkappa=0$) и, тем более, в средах с отрицательным поглощением ($\varkappa<0$) уравнения (8) (а также точные уравнения (5)) не имеют решения. Второе уравнение в (8) естественно назвать фазовым, или интерференционным условием полного резонансного поглощения. Оно определяет дискретный двухпараметрический (m, s) ряд решений уравнений Максвелла, удовлетворяющих условию полного резонансного поглощения в цилиндре.

Вообще говоря, условия полного поглощения равносильны двум условиям относительно пяти независимых параметров ($k\rho_0$, n, $\varkappa$, m и s). Однако учитывая, что параметры m и s принимают только целочисленные значения, из трех оставшихся параметров полностью свободным может считаться только один.

Для слабопоглощающих сред ($\varkappa\ll n$) возможны дальнейшие упрощения формул (8), которые после этого становятся легко разрешимыми. При этом

$$\varkappa\approx-\frac{\ln r}{4k\rho_0}\left[1+\frac{4m^2-1}{8\,(kn\rho_0)^2}\right], \tag{9, а}$$

а параметр $k\rho_0$ определяется из уравнения

$$(2kn\rho_0)\operatorname{ctg}(2kn\rho_0)=\frac{(-1)^m}{2}\left(1-4m^2-\frac{\ln r}{n-1}\right), \tag{9, в}$$

которое имеет бесконечный дискретный набор решений. В (9) $r=\left(\frac{n-1}{n+2}\right)^2$ совпадает с энергетическим коэффициентом отражения Френеля на границе цилиндра.

Из уравнений (9) следует, что так же, как и для слоя, условия полного резонансного поглощения в цилиндре являются довольно жесткими. При заданных свойствах среды (n и $\varkappa$) вряд ли всегда можно выбрать параметры ($k\rho_0$, m, s) так, чтобы удовлетворить условиям полного резонансного поглощения. Процесс характеризуется пороговым значением коэффициента поглощения.

Легко показать, что в длинноволновом приближении ($k\rho_0\ll 1$) уравнения (5) не имеют решений. Это объясняется тем, что для волн, длина которых намного больше радиуса цилиндра, не существует собственных мод, они «не помещаются» в цилиндре.

Аналогично можно изучить условие полного резонансного поглощения для волн другой поляризации, когда магнитный вектор направлен вдоль оси цилиндра. В этом случае условие полного резонансного поглощения запишется в виде

$$N^2 J_m(kN\rho_0)\frac{d}{d\rho}H_m^{(1)}(k\rho)\Big|_{\rho=\rho_0}-H_m^{(1)}(k\rho_0)\frac{d}{d\rho}J_m(kN\rho)\Big|_{\rho=\rho_0}=0, \tag{10}$$

который отличается множителем N^2 в первом слагаемом по сравнению с условием (5) для волны E-поляризации. Однако все основные выкладки и качественные выводы практически остаются прежними. В частности, можно утверждать, что уравнение (10) обязательно имеет бесконечный дискретный ряд решений. В коротковолновом асимптотическом приближении условие полного резонансного поглощения для волн H-поляризации запишем в виде

$$\frac{N-1}{N+1}\left[1+i\frac{2m}{k\rho_0}+i\frac{4(m-1)^2-1}{4Nk\rho_0}\right]=-i(-1)^m e^{-2iNk\rho_0}. \qquad (11)$$

Из сравнения формул (7) и (11) видно различие между условиями полного резонансного поглощения для одной и другой поляризаций. Отсюда следует, что в общем случае для заданного цилиндра нельзя одновременно для обеих поляризаций удовлетворить условиям полного резонансного поглощения.

Нетрудно рассчитать распределение потока и плотности энергии внутри цилиндра при выполнении условия полного резонансного поглощения. Однако точные выражения этих величин, записанные через цилиндрические функции, не дают наглядного представления о характере их изменения вдоль радиуса. Для этого воспользуемся асимптотическими представлениями цилиндрических функций. Для области вблизи поверхности цилиндра достаточно коротковолнового приближения (6), для области оси цилиндра следует воспользоваться длинноволновым приближением:

$$J_m(u)\approx\frac{1}{2^m}\frac{u^m}{m!}.$$

В этих приближениях радиальная составляющая потока энергии P_ρ и плотность энергии W, вычисленные по обычным формулам, с точностью до величин $1/(k\rho)^2$ для обеих поляризаций имеют одинаковый вид. Для области вблизи поверхности цилиндра зависимость от радиуса имеет вид:

$$P_\rho\sim\frac{\operatorname{sh}2\varkappa k\rho}{2\varkappa k\rho},\quad W\sim\frac{\operatorname{ch}2\varkappa k\rho}{2\varkappa k\rho}. \qquad (12)$$

Вблизи оси цилиндра зависимость от радиуса иная:

$$P_\rho\sim(2|N|k\rho)^{2m-3},\ W\sim(2|N|k\rho)^{2m-2}\ (m>3). \qquad (13)$$

В этом приближении азимутальная составляющая потока энергии равна нулю (на поверхности цилиндра она пропорциональна $1/(k\rho)^2$).

Поглощение энергии в цилиндре можно подсчитать по формуле $2Q=\sigma EE^*$. Эта величина приблизительно пропорциональна плотности суммарной энергии и может быть оценена из формул (12)—(13). В основном результаты оценок сводятся к следующему. Цилиндрические моды с номерами $m=0$, 1 имеют вблизи оси цилиндра, где они по преимуществу и поглощаются, большую плотность энергии, чем вблизи поверхности цилиндра. Для мод с высоким индексом m плотность энергии больше вблизи поверхности цилиндра и меньше в его середине.

ЛИТЕРАТУРА

1. Хапалюк А. П.— Докл. АН БССР, 1962, т. 6, № 5, с. 301.
2. Бейтмен Г., Эрдейи А. Высшие трансцендентные функции.— М., 1966.

Поступила в редакцию 23.09.79.

НИИ ПФП

УДК 621.373.5

О. И. ЛАППО, Н. Н. ШАВЕЛЬ, Л. С. ЩОРС

ИСТОЧНИК ИМПУЛЬСОВ НАКАЧКИ ИНЖЕКЦИОННЫХ ПКГ ДЛЯ ШИРОКОПОЛОСНЫХ ЦИФРОВЫХ ОПТИЧЕСКИХ ЛИНИЙ СВЯЗИ

Одной из достаточно сложных и важных задач, возникающих при создании широкополосных оптических линий связи (ОЛС) на полупроводниковых лазерах, предназначаемых для передачи информации в