

УДК 681.142.01

А. А. КОЛЯДА, В. К. КРАВЦОВ

О НЕКОТОРЫХ ВОПРОСАХ РЕАЛИЗАЦИИ АРИФМЕТИКИ ОБОБЩЕННЫХ СОК

В настоящей работе на основе анализа алгоритмов арифметики, разработанных в [1—4], сформулированы требования и рекомендации, которыми следует руководствоваться при выборе модулей обобщенных систем остаточных классов (ОСОК). Определен набор функциональных узлов (ФУ) арифметического устройства (АУ), который наиболее полно согласуется с особенностями алгоритмов арифметики ОСОК, а также получены оценки аппаратных затрат, необходимых для выполнения всех операций в ОСОК с расширенным интервальным индексом по рангу (ОСОК РИИР) [4, 5] за максимальное и минимальное времена.

Остановимся сначала на вопросе о выборе системы модулей $p_1, p_2, \dots, p_{n+m}$ для определения чисел в ОСОК и выполнения арифметических операций. Анализ алгоритмов арифметики нормированных ОСОК и оценок диапазонов изменения интервального индекса (ИИ) результатов арифметических операций приводит к следующему.

1. Наряду с основной системой попарно взаимно простых модулей $p_1, p_2, \dots, p_n$ необходима система дополнительных модулей, взаимно простых как между собой, так и с P . Диапазон Q , соответствующий этим модулям, должен удовлетворять условию: $Q \geq \frac{Q_{\text{пр}}}{P}$, благодаря которому ИИ произведение любых двух целых чисел из области определения операций полностью определяется остатками по модулям диапазона PQ .

2. Для упрощения работы с интервальными индексами значение r_{max} и один из дополнительных модулей, называемый модулем ИИ и обозначаемый через p_{n+1} , необходимо согласовать так, чтобы выполнялось неравенство

$$Q_{\text{ас}} \leq p_{n+1} \leq p^*, \quad (1)$$

где p^* — максимально возможное значение модуля. Более того, если $Q_{\text{ас}} < Q_{\text{пд}} \leq p^*$, то p_{n+1} целесообразно выбрать в соответствии с неравенством

$$Q_{\text{пд}} \leq p_{n+1} \leq p^*. \quad (2)$$

3. Один из дополнительных модулей (обозначим его через p_{n+2}) удобно выбрать равным S . Это приводит к простой процедуре деления на S в алгоритме умножения дробей.

4. Если $Q_{\text{пд}} \leq p^*$, то, согласно п. п. 2, 3, $Q = p_{n+1}p_{n+2}$, где p_{n+1} удовлетворяет (2), а $p_{n+2} = S$. Если же $Q_{\text{пд}} > p^*$, то $Q = p_{n+1}p_{n+2}p_{n+3}$, где p_{n+1} удовлетворяет (1), $p_{n+2} = S$, $p_{n+3} > \frac{Q_{\text{пр}}}{Pp_{n+1}p_{n+2}}$.

5. Так как в алгоритме определения знака числа A вычисление $r_A^{(k)}$ ($k = 1, 2, \dots, n-2$) удобно производить в диапазоне $Q_k^{\text{зн}} = p_{k+1}p_{k+2}$, а $r_A^{(k-1)}$ — в диапазоне $Q_{n-1}^{\text{зн}} = p_n p$ ($p \neq p_n$), то, согласно [1], необходимо,

чтобы $p_{k+2} \geq 2k$ ($k = 1, 2, \dots, n-2$) и $p \geq 2(n-1)$. Для простоты в дальнейшем будем предполагать, что $m = 2$.

При реализации алгоритмов арифметики исследуемых систем широко могут быть использованы табличные методы. Нетрудно проверить, что для выполнения всех операций ОСОК, в ЭВМ достаточно иметь следующие функциональные узлы и набор констант.

I. Сумматоры/вычитатели $СВ_i$ ($i = 1, 2, \dots, n+2$) по модулям $p_1, p_2, \dots, p_{n+2}$.

II. ФЧП $_n$ — формирователь числа переполнений по основаниям $p_1, p_2, \dots, p_n$ при алгебраическом суммировании двух чисел. ФЧП $_n$ по входным данным α_i и β_i ($i = 1, 2, \dots, n$) определяет величину

$$\pi = \sum_{i=1}^n \left[\frac{\alpha_i \pm \beta_i}{p_i} \right].$$

III. СПУИ — схема проверки условия на ИИ. В случае рассматриваемых ОСОК СПУИ для ИИ r_A проверяет неравенство $r_A^{(n)} + 1 - r_{\max} \leq r_A < r_{\max} + r_A^{(n)}$ и формирует признак переполнения.

IV. УВ(p_i) ($i = 1, 2, \dots, n$) — множители с весом по модулю p_i , вычисляющие величины $|P_i \alpha_i \beta_i|_{p_i}$ ($0 \leq \alpha_i, \beta_i \leq p_i$) ($i = 1, 2, \dots, n$).

V. Умножители $У_{n+1}$ и $У_{n+2}$, определяющие произведение вычетов соответственно по модулям p_{n+1} и p_{n+2} .

VI. ЧВПМ(p_i) ($i = 1, 2, \dots, n$) — таблицы для получения частного взвешенного произведения вычетов и модуля, т. е. следующей величины:

$$\left| \left[\frac{P_i \alpha_i \beta_i}{p_i} \right] \right|_{p_i} \quad (0 \leq \alpha_i, \beta_i < p_i) \quad (i = 1, 2, \dots, n).$$

VII. ПЦ(p_{i_1}, p_{i_j}) ($j = 2, 3, \dots, n+2$) — преобразователи цифр, где $p_{i_1}, p_{i_2}, \dots, p_{i_{n+2}}$ — упорядоченная по убыванию система модулей $p_1, p_2, \dots, p_{n+2}$. ПЦ(p_{i_1}, p_{i_j}) по входной величине $\alpha \in [0, p_{i_1})$ определяет $|\alpha|_{p_{i_j}}$.

VIII. САИ k — схемы анализа ИИ $r_A^{(k)}$ ($k = 1, 2, \dots, n$). Роль САИ k состоит в формировании двух признаков H_k и Z_k , соответствующих индексу $r_A^{(k)}$.

Признаки H_k и Z_k определяются следующим образом:

$$H_k = \begin{cases} 0, & \text{если } r_A^{(k)} \in (0, (r_{\max}^H)_k] \\ 1, & \text{если } r_A^{(k)} \notin (0, (r_{\max}^H)_k], \end{cases}$$

$$Z_k = \begin{cases} 0, & \text{если } r_A^{(k)} \leq 0 \\ 1, & \text{если } r_A^{(k)} > (r_{\max}^H)_k. \end{cases}$$

В зависимости от того, используются ли при анализе $r_A^{(k)}$ сумматоры и множители или анализ полностью выполняется по схеме, входными параметрами САИ k ($k = 1, 2, \dots, n-1$) соответственно являются позиционный код $r_A^{(k)}$ ($r_A^{(k)} = a_2^{(k)} p_{k+1} + a_1^{(k)}$) или остаточный код $r_A^{(k)}$ ($r_A^{(k)} = (\rho_1^{(k)}, \rho_2^{(k)})$).

В первом случае цифры $a_2^{(k)}$ и $a_1^{(k)}$ должны быть предварительно определены по соотношениям:

$$a_1^{(k)} = \rho_1^{(k)}, \quad a_2^{(k)} = \left\lfloor \frac{\rho_2^{(k)} - \rho_1^{(k)}}{p_{k+1}} \right\rfloor_{p_{k+2}} \quad k = 1, 2, \dots, n-2;$$

$$\text{для } k = n-1, \quad a_2^{(n-1)} = \left\lfloor \frac{\rho_2^{(n-1)} - \rho_1^{(n-1)}}{p_n} \right\rfloor_p.$$

Входной величиной САИ n является r_A .

IX. Формирователь знака (ФЗ) и формирователь ранга (ФР). Эти устройства выполняют окончательное формирование соответственно знака числа $A = (\tilde{\alpha}_1, \tilde{\alpha}_2, \dots, \tilde{\alpha}_n, r_A)$ и ранга нормированного остаточного кода $(\tilde{\alpha}_1, \tilde{\alpha}_2, \dots, \tilde{\alpha}_n)$.

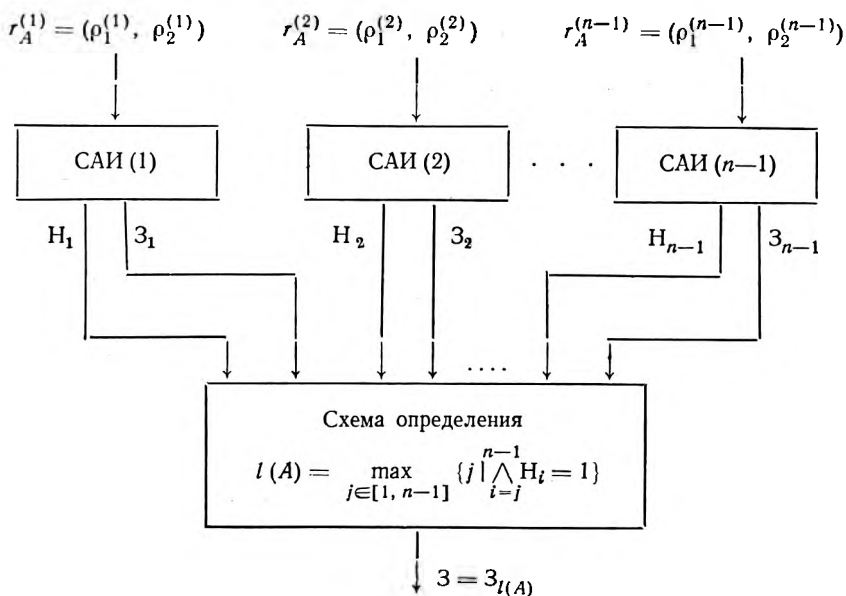


Рис. 1. Функциональная схема ФЗ

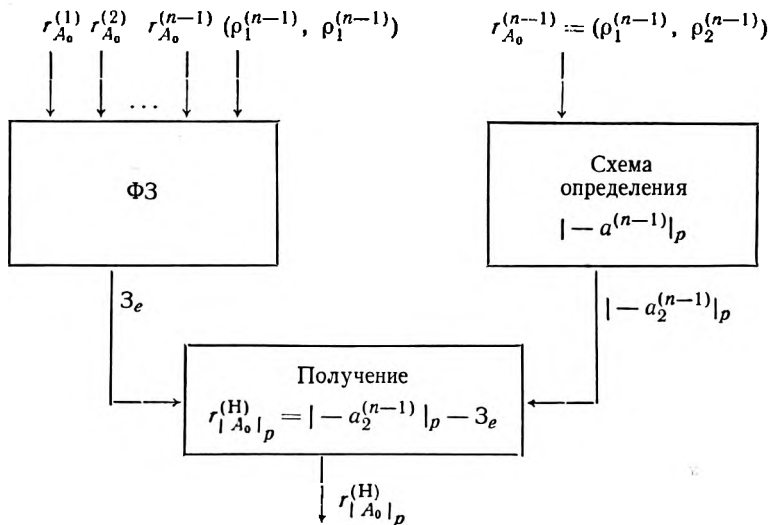


Рис. 2. Функциональная схема ФР

На рис. 1 и 2 изображены функциональные схемы рассматриваемых устройств. Для определенности предполагается, что на рис. 1 входными величинами устройства САИ k ($k=1, 2, \dots, n-1$) является остаточный код индекса $r_A^{(k)}$, а на рис. 2 — остаточный код индекса $r_{A_0}^{(k)}$, где $A_0 = (\tilde{\alpha}_1, \tilde{\alpha}_2, \dots, \tilde{\alpha}_n, 0)$. Формирование ранга и знака чисел может выполняться одной схемой, которую назовем формирователем знака/ранга (ФЗР).

Если вычисление $|-a_2^{(n-1)}|_p$ так же, как и анализ $r_A^{(k)}$ ($k = 1, 2, \dots, n-1$), выполнять по схеме, при определении знака числа или ранга потребуется лишь один такт после того, как $r_A^{(k)}$ ($k = 1, 2, \dots, n-1$) получены.

Х. Константы:

- а) $\left| \frac{1}{p_j p_i} \right|_{p_i}$ ($i, j = 1, 2, \dots, n; i \neq j$);
 б) $\left| \frac{1}{p_j} \right|_{p_i}$ ($j = 1, 2, \dots, n; i = n+1, n+2$);
 в) $\left| \frac{1}{p_{n+2} p^2} \right|_{p_i}$ ($i = 1, 2, \dots, n$), $\left| \frac{1}{p_{n+2} p} \right|$, $|P|_{p_{n+1}}$, $|P|_{p_{n+2}}$;
 г) $|P_{ik}^{-1}|_{p_i}$ ($i = 1, 2, \dots, k; k = 2, 3, \dots, n-1$);
 д) $\left| \frac{1}{p^{(k)}} \right|_{p_{k+1}}$, $\left| \frac{1}{p^{(k)}} \right|_{p_{k+2}}$ ($k = 2, 3, \dots, n-2$);
 ж) $|p_n|_p$.

Если $p = p_j$ ($j \neq n$), то наряду с константой $\left| \frac{p_n}{p_j} \right|_{p_j}$ необходимо располагать таблицей, которая по входному данному $\tilde{\alpha}_j$ вычисляет $\left[\left| \frac{p_n \tilde{\alpha}_j}{p_j} \right| \right]_{p_j}$.

Общее число $N(n+2)$ констант, приведенных в п. Х, составляет $N(n+2) = n(n+2) + \frac{(n-2)(n+5)}{2} + 3$.

При этом число констант, соответствующее отдельным модулям, определяется соотношением

$$N(p_i) = \begin{cases} 2(n-1), & \text{если } i = 1, 2, 3, 4; \\ 2(n+1) - i, & \text{если } i = 5, 6, \dots, n-1; \\ n+1, & \text{если } i = n, n+2; \\ n+3, & \text{если } i = n+1. \end{cases}$$

В последней формуле предполагается, что $p = p_{n+1}$. Приведенные соотношения для $N(n+2)$ и $N(p_i)$ справедливы для $n \geq 4$. При $n = 2, 3$ общее число констант соответственно составляет 11 и 20.

Пусть $R_i = \lceil \log_2 p_i \rceil$. Тогда для хранения перечисленных констант требуется память емкостью $M(n+2) = \sum_{i=1}^{n+2} R_i N(p_i)$. Так, если $n = 7$, $R_1 = R_2 = \dots = R_{n+2} = 5$, то $M(n+2) = 480$ бит.

Операция	Время выполнения			
	минимальное		максимальное	
	ОСОК I рода	ОСОК РИИР	ОСОК I рода	ОСОК РИИР
Алгебраическое сложение с анализом на переполнение	3	$4 + \lceil \log_2 n \rceil$	3	$2n + 3$
Определение знака числа или ранга	$2 + \lceil \log_2 (n+1) \rceil$		$2n + 1$	
Умножение целых с анализом на переполнение	$6 + \lceil \log_2 n \rceil$		$3(n+1)$	$5n + 3$
Умножение дробей с округлением	$9 + 2 \lceil \log_2 (n+1) \rceil$	$8 + 2 \lceil \log_2 (n+1) \rceil$	$6(n+1)$	$6n + 5$

Набор функциональных узлов, приведенный в п. п. I—IX обеспечивает минимальную скорость выполнения арифметических операций в ОСОК.

В таблице приведены минимальные и максимальные времена выполнения арифметических операций в нормированных ОСОК. В качестве единицы измерения используется модульный такт.

Легко проверить, что для обеспечения минимального времени выполнения каждой из арифметических операций в АУ наряду с устройствами, перечисленными в п. п. VII—IX, достаточно включить следующие функциональные узлы и набор констант.

1) Несколько сумматоров $C(p_i)$ по каждому модулю p_i ($i=1, 2, \dots, n+2$).

2) Таблицы T_{jni} ($j=1, 2, \dots, n; i=1, 2, \dots, n+2; i \neq j$), T_{jkk+1} ($j=1, 2, \dots, k; k=1, 2, \dots, n-1$), T_{jkk+2} ($j=1, 2, \dots, k; k=1, 2, \dots, n-2$), $T_j(p)$ ($j=1, 2, \dots, n-1$). T_{jli} по входному данному $\tilde{\alpha}_j$

определяет величину $\left| \frac{\tilde{\alpha}_{je}}{p_j} \right|_{p_i}$, а $T_j(p)$ — величину $[(p_n \tilde{\alpha}_j / p_j)]_p$.

Общее число приведенных таблиц составляет $2n^2$. Каждая из них может быть реализована либо по схеме, либо путем хранения в памяти,

объем которой в битах выражается формулой $M = \sum_{i=1}^n N_i p_i R_i$, где $N_i = 3n + 1 - 2i$.

Например, если $32 > p_i \geq 16$ ($i=1, 2, \dots, n$), $n=7$, то $32 \times 500 > M > 16 \times 500$.

3) Константы $|P|_{p_{n+1}}$, $|P|_{p_{n+2}}$, $\left| \frac{1}{p_{n+2} p_i^2} \right|_{p_i}$ ($i=1, 2, \dots, n$), $\left| \frac{1}{p_{n+2} p} \right|_{p_{n+1}}$, $\left| \frac{1}{p^{(k)}} \right|_{p_{k+1}}$ ($k=1, 2, \dots, n-1$), $\left| \frac{1}{p^{(k)}} \right|_{p_{k+2}}$ ($k=1, 2, \dots, n-2$), $|p_n|_p$ — всего $3n + 1$ констант.

ЛИТЕРАТУРА

1. Коляда А. А. — Вестн. Белорусского ун-та. Сер. 1, мат., физ., мех., 1976, № 1, с. 12.
2. Коляда А. А. — Вестн. Белорусского ун-та. Сер. 1, мат., физ., мех., 1976, № 3, с. 3.
3. Коляда А. А., Кравцов В. К. Ранг числа и умножение дробей в нормированных обобщенных СОК. — Рукопись деп. в ВИНТИ, № 4111-76. Деп. от 29.11.76.
4. Коляда А. А. — Вестн. Белорусского ун-та. Сер. 1, физ., мат. и мех., 1980, № 1, с. 6.
5. Коляда А. А., Кравцов В. К. — Вестн. Белорусского ун-та. Сер. 1, мат., физ., мех., 1979, № 3, с. 57.

Поступила в редакцию
24.08.78.

Кафедра ЭММ

УДК 539.19

А. М. ПРИМА, В. М. ПРИМА

РАСЧЕТ ПАРАМЕТРОВ, ОПРЕДЕЛЯЮЩИХ ИНТЕНСИВНОСТИ ИК ПОЛОС ЭТИЛЕНА ПО МОДЕЛИ ЭФФЕКТИВНЫХ ЗАРЯДОВ, И ВЗАИМОСВЯЗЬ ИНТЕНСИВНОСТЕЙ ВАЛЕНТНЫХ И ДЕФОРМАЦИОННЫХ ЧАСТОТ

В настоящее время имеется большое количество работ, посвященных расчету электрооптических параметров и интенсивностей различных классов соединений (см., например, обзор [1]), выполненных на основе валентно-оптической теории интенсивностей [2—4]. Однако при решении прямой и обратной задач по расчету интенсивностей возникают серьезные трудности, связанные с неоднозначностью выбора знаков производ-