## ФОРМИРОВАНИЕ КВАЗИБЕЗДИФРАКЦИОННЫХ СВЕТОВЫХ ПОЛЕЙ БЕССЕЛЕВОГО ТИПА

Н.С. Казак<sup>1</sup>, В.Н. Белый<sup>1</sup>, Н.А. Хило<sup>1</sup>, А. Форбес<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Институт физики им. Б.И. Степанова НАН Беларуси пр. Независимости 68, 220072 Минск, Беларусь <sup>2</sup>CSIR National Laser Centre, PO Box 395, Pretoria 0001, South Africa

Интерес к световым пучкам бесселева типа связан, прежде всего, с фокальной эффектом наличием большой длины пучка И с самореконструкции профиля, что является их преимуществом по сравнению с традиционными пучками гауссова типа. Внутри фокальной области, или в ближней зоне бесселева светового пучка (БСП), его центральная область не испытывает дифракционного расплывания вдоль продольной координаты. На ее границе бесселев пучок постепенно трансформируется в конический пучок с характерным однокольцевым распределением интенсивности в дальней зоне. Существенное различие поперечной структуры БСП в ближней и дальней зонах можно рассматривать как недостаток данного типа полей, в противовес пучкам гауссова типа, сохраняющим вид профиля на любом расстоянии.

Гауссов и бесселевы пучки существенно различаются, как известно, и по своим пространственно-угловым характеристикам. Пространственный спектр гауссова пучка локализован в области нулевой и низких пространственных частот (ПЧ), в то время как спектр бесселевых пучков имеет нулевую интенсивность в данной области пространственного спектра.

Представляет интерес исследование возможностей формирования световых пучков промежуточного типа, или квазибесселевых пучков, пространственный спектр которых включает как осевую, так и кольцевую компоненты.

Исходя из известных схем формирования и преобразования гауссовых и бесселевых пучков, можно предположить, что для получения пучков промежуточного типа необходимо применять некоторые комбинации элементов сферической и конической оптики, т.е. линз и аксиконов.

В настоящей работе предложена и исследована оптическая схема формирования пучков промежуточного типа и изучены их пространственно-угловые характеристики (см. рис.1).

В данной схеме падающий гауссов пучок преобразуется линзой и аксиконом в кольцевое поле в фокальной плоскости линзы. Второй аксикон преломляет световые лучи в направлении оптической оси под углом, уменьшающимся с продольной координатой z. Отметим здесь, что квазибесселевы световые пучки представляют собой широкий класс полей, который не может быть полностью изучен в рамках какой-либо одной оптической схемы их формирования. В частности, пучки с зависящим от *z* углом конуса могут быть получены также в схемах, содержащих комбинации линз со сферической аберрацией (см, напр. [1-4]). Однако, более детальные пространственноугловые свойства таких пучков, и пучков, изучаемых в данной работе, не совпадают.



*Рис.* 1. Оптическая схема формирования пучка бесселева типа с углом конуса, уменьшающимся вдоль направления распространения *z*.

Для определения выходного поля в схеме на рис.1 проведен двухэтапный аналитический расчет дифракционного интеграла Френеля. На первом этапе рассчитывалось поле на входной плоскости аксикона 2:

$$a_{1}(\rho, z_{1}) = -\frac{i}{\lambda z_{1}} \exp\left(\frac{ik_{0}\rho^{2}}{2z_{1}}\right) \int_{0}^{k_{0}} \exp\left(-\frac{\rho_{1}^{2}}{\rho_{0}^{2}} - ik_{0}\gamma_{1}\rho_{1} - \frac{ik_{0}\rho\rho_{1}}{z_{1}}\cos(\varphi - \varphi_{1})\right) \rho_{1}d\rho_{1}d\varphi_{1}, \quad (1)$$

где  $\frac{1}{\rho_0^2} = \frac{1}{w_0^2} + \frac{ik_0}{2F} - \frac{ik_0}{2z_1}$ ,  $R_{a1}$  – радиус первого аксикона,  $w_0$  – полуширина

падающего гауссова пучка. Расчет интеграла методом стационарной фазы дает

$$a_{1}(\rho, z_{1}) = -\frac{iF}{z_{1} - F} \sqrt{1 - \frac{\gamma_{1} z_{1}}{\rho}} \exp\left[\frac{ik_{0}}{2z_{1}} \left(\rho^{2} + \frac{z_{1}/F - 1 + iz_{1}/z_{0}}{(z_{1}/F - 1)^{2} + (z_{1}/z_{0})^{2}} (\rho - \gamma_{1} z_{1})^{2}\right)\right], \qquad (2)$$

где  $z_0 = k_0 w_0^2 / 2$ 

Как видно из (2), поле, падающее на аксикон 2, представляет собой смещенный гауссов пучок. Кривизна волнового фронта пучка положительна при  $z_1 > F$  и отрицательна в противоположном случае.

Для сравнения проведен также численный расчет интеграла (1). Результат расчета (рис. 2) показывает, что поле, падающее на второй аксикон близко к смещенному гауссову пучку. Небольшие осцилляции интенсивности возникают из-за дифракции на верхушке первого аксикона. Далее формула (2) использовалась при расчете второго дифракционного интеграла



*Рис.* 2. Поперечное распределение интенсивности света на входной плоскости аксикона 2. Фокальная длина F = 28 см (а) и 50 см (б).

Расчет (3) дает следующее выражение для выходного поля

$$a(\rho, z_1, z) = \exp\left(\frac{ik_0\rho^2}{2R_1(z_1, z)}\right) \left[f_+ \exp(-ik_0\gamma(z_1, z)\rho) - if_- \exp(ik_0\gamma(z_1, z)\rho)\right],$$
(4)

где 
$$f_{\pm}(\rho, z_1, z) = \frac{F}{2(z + z_1 - F)} \sqrt{\left[\gamma_2 - \gamma_1 \left(1 + \frac{z_1}{z}\right)\right] \frac{z}{\rho} \pm 1},$$
 (5)

$$\frac{1}{R_1(z_1,z)} = \frac{1}{z} + \frac{1}{\overline{R}(z_1,z)}, \ \overline{R}(z_1,z) = z \left(1 + \frac{z}{z_1} + \frac{z}{R(z_1)}\right), \ R(z_1) = z_1 \left(\frac{z_1}{F} - 1\right),$$
(6)

$$\gamma(z_1, z) = \frac{z}{\overline{R}(z_1, z)} \left( \gamma_2 + \frac{\gamma_1 F}{z_1 - F} \right).$$
(7)

Используя известное асимптотическое представление для бесселевой функции первого рода нулевого порядка  $J_0(z) \approx \sqrt{2/\pi z} \cos(z - \pi/4)$ , получим окончательно

$$a(\rho, z_1, z) \approx f(\rho, z_1, z) \exp\left(\frac{ik_0 \rho^2}{2R_1(z_1, z)} - \frac{ik_0 \gamma(z_1, z)^2 \overline{R}(z_1, z)}{2}\right) J_0[k_0 \gamma(z_1, z)\rho],$$
(8)

где 
$$f(\rho, z_1, z) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi k_0 \gamma(z_1, z) \rho}{2}} (f_+(\rho, z_1, z) + f_-(\rho, z_1, z)).$$

Как показывает численный расчет, амплитудная функция  $f(\rho, z_1, z)$  в (8) практически незначительно зависит от поперечной координаты  $\rho$ . Поэтому формула (8) описывает поле с бесселевым поперечным распределением интенсивности. Квадратичный фазовый множитель в (8) описывает кривизну волнового фронта бесселева пучка, аналогично случаю гауссова пучка. Зависимость угла конусности пучка от z может быть представлена в виде

$$\gamma(z_1, z) = \frac{\gamma_2 z_1 + (\gamma_1 - \gamma_2) F}{z_1 + z - F},$$
(9)

Как видно из (9), угол конусности всегда убывает с увеличением z.

Проведен численный анализ дифракционного интеграла (3). Использовался следующий набор параметров: длина волны  $\lambda = 0.63$  мкм; углы конуса  $\gamma_1 = 0.9$  град,  $\gamma_2 = 0.5$  град; полуширина  $w_0 = 1$  мм; длина  $z_1 = 1.9$  F. Фокусное расстояние F варьировалось.

На рис. 3 показана зависимость осевой интенсивности пучка от расстояния до второго аксикона. Видна характерная для конических пучков кривая с одним максимумом. Однако осцилляции интенсивности здесь значительно слабее, чем в схеме с одним аксиконом. Уменьшение F приводит, как видно, к возрастанию фокальной длины пучка.

При увеличении *z* до нескольких десятков метров и далее происходит медленное монотонное падение интенсивности, характерное для гауссовых пучков. При этом осевая исходного интенсивность гауссова пучка при условии его свободного распространения значительно меньше в области, показанной на рис.нке 3 и несколько выше на больших расстояниях.



Рис. 3. Зависимость интенсивности на оси пучка от продольной координаты z.

Значительный интерес представляет изучение поперечного распределения интенсивности, а также пространственного (углового) спектра генерируемого пучка. Для расчета спектра использовалась известная линзовая схема (фокальная длина линзы 0.5 м).

На рис. 4 представлены зависимости интенсивности поля и спектра для схемы с относительно короткофокусной линзой (F = 18 см).



*Рис.* 4. Зависимость интенсивности поля и спектра в схеме с короткофокусной линзой на расстоянии z = 15 м. Полные графики – (а, в), приосевая часть – (б, г).

Анализ графиков показывает, что профили распределения интенсивности поля и спектра здесь совпадают. Это указывает, что на данном расстоянии реализуется дальняя зона формируемого пучка. Новизна здесь состоит в том, что поле в дальней зоне не является кольцевым, что характерно для обычных схем с аксиконами. Вместо кольцевого поля наблюдается осциллирующий пучок, близкий по распределению интенсивности к бесселеву. При возрастании *z* вид спектра сохраняется, а частота осцилляций в распределении интенсивности падает (см. рис. 5). Это подтверждает приведенный выше аналитический результат о формировании в данной схеме локально бесселева пучка, угол конуса которого уменьшается с расстоянием. При этом отсутствие кольцевого спектра, характерного для бесселевых пучков, можно объяснить сильной квадратичной фазовой модуляцией пучка (формула (8)). В частности, из (6, 7) следует, что роль фазовой модуляции возрастает при уменьшении F, так при этом уменьшается радиус кривизны волнового фронта.



*Рис.* 5. Изменение частоты осцилляций интенсивности с увеличением длины распространения. z = 25 м (а) и 50м (б).

При увеличении фокальной длины F структура поля и спектров существенно изменяются (рис. 6). Из рис.6 видно, что по мере возрастания фокусного расстояния происходит переход структуры дальнего поля от бесселевой к кольцевой. Кольцевая компонента здесь характеризуется большой шириной, что является следствием высокой расходимости падающего на второй аксикон кольцевого поля.

При этом в приосевой области всегда сохраняются квазибесселевы осцилляции, интенсивность которых падает с увеличением F.

Отметим также, что характер изменения профиля дальней зоны, показанный на рис. 6, близок к известной картине изменения интенсивности в схеме с одиночным аксиконом на границе перехода между бесселевым и коническим пучками.

Представляет интерес исследование локальных спектров формируемых пучков, которые получаются при использовании ограничивающих круговых апертур. На рис. 7 приведен пример расчета схемы с F = 0.5м (кольцевая дальняя зона) на двух различных расстояниях z. Видно, что поперечное ограничение пучка приводит к сужению пространственного спектра. Кроме того, с возрастанием z имеет место смещение спектра в область низких частот, что указывает на эффективного угла конуса. Отметим, что локальные уменьшение спектры на рис.7 получены В ближней зоне дифракции, где распределение интенсивности является квазибесселевым.

8

Аналогичный расчет проведен для малых значений F, где поле дальней зоны квазибесселево (рис. 8).



*Рис.* 6. Зависимости распределения интенсивности поля в дальней зоне от изменения фокусного расстояния линзы. F = 25см (a, б); 28см (b, г); 30см (д). Интенсивность спектра при F = 50см (е)

В данном случае по мере сужения диафрагмы наблюдается переход к кольцевому спектру. Следовательно, в центральной области таких пучков сосредоточено преимущественно коническое поле.



*Рис.* 7. Локальные спектры квазибесселевых пучков, полученные в схеме с F = 0.5м на расстоянии z = 1.2м (а) и z = 2м (б) с использованием круговой диафрагмы радиусом 0.83мм.



*Рис.* 8. Локальные спектры квазибесселевых пучков, полученные в схеме с F = 0.2м на расстоянии z = 0.67м с использованием круговой диафрагмы радиусом 4.2мм (а) и 3.3мм (б).

Исследовалось влияние диафрагмирования пучка в дальней зоне на его спектр для схем с квазибесселевым полным спектром. Показано, что данном случае выделение некоторой зоны пучка кольцевой В диафрагмой фильтрации аналогичной приводит к зоны В Это позволяет пространственном спектре. за счет использования фильтров синтезировать соответствующих квазибесселевы поля с различной пространственно- угловой структурой.

Таким образом, в работе исследована пространственно-угловая структура квазибесселевых световых пучков, формируемых схемой, содержащей сферическую линзу и два аксикона. Показано, что такая схема генерирует в ближнем поле пучки бесселева типа, у которых угол конуса зависит продольной координаты. При этом изменение геометрических параметров схемы существенно влияет на поле в которое может изменяться от зоне, квазибесселева до дальней кольцевого. Показано, что пространственное диафрагмирование пучков существенно влиять на их спектр, что открывает может также пространственно-угловой управления структурой возможность формируемых световых пучков. Такие пучки будут обладать более богатым набором свойств и могут представить практический интерес в области лазерной диагностики, локации, медицине, например, для создания более универсальных лазерных пинцетов [5].

1. T. Aruga, "Generation of long-range nondiffracting narrow light beams," Appl. Opt. 36,

3762-3768 (1997).

2. Z. Jaroszewicz and J. Morales, "Lens axicons: systems composed of a diverging aberrated lens and a perfect converging lens," J. Opt. Soc. Am. A 15, 2383–2390 (1998).

3. Christian Parigger, Y. Tang, D. H. Plemmons, and J. W. L. Lewis, "Spherical aberration effects in lens-axicon doublets: theoretical study," Appl. Opt. 36, 8214-8221 (1997).

4. N. Davidson, A. A. Friesem, and E. Hasman, "Holographic axilens: high resolution and long focal depth," Opt. Lett., 16, 523–525 (1991).

.5. D. McGloin and K. Dholakia, "Bessel beams: diffraction in a new light," Contemp. Phys., 46, 15–28 (2005)