



УДК 621.373

В.Г. БАРЫШЕВСКИЙ, А.А. ГУРИНОВИЧ

**ГЕНЕРАЦИЯ ИЗЛУЧЕНИЯ В ЛАЗЕРАХ НА СВОБОДНЫХ ЭЛЕКТРОНАХ
С ДИФРАКЦИОННЫМИ РЕШЕТКАМИ (ФОТОННЫМИ КРИСТАЛЛАМИ)
С ИЗМЕНЯЮЩИМСЯ ПРОСТРАНСТВЕННЫМ ПЕРИОДОМ**

The equations providing to describe generation process in FEL with varied parameters of diffraction grating (photonic crystal) are obtained. It is shown that applying diffraction gratings (photonic crystal) with the variable period one can significantly increase radiation output.

В настоящее время широкое распространение получили генераторы, использующие излучение электронного пучка в периодических замедляющих системах (лампах бегущей волны – ЛБВ, лампах обратной волны – ЛОВ, лазерах на свободных электронах – ЛСЭ) [1]. Работа многих таких генераторов основана на дифракционном излучении в периодических структурах [2]. При этом в процессе излучения электроны теряют энергию, в результате чего электронный пучок замедляется и происходит нарушение условий синхронизации, обеспечивающих эффективную передачу энергии от пучка к электромагнитной волне. Это ограничивает КПД генератора, который обычно не превышает ~10 %. Аналогичная ситуация имеет место и в объемных ЛСЭ [3], использующих в качестве резонатора двумерные и трехмерные дифракционные решетки, часто называемые электромагнитными, или фотонными, кристаллами.

Вскоре после создания лампы бегущей волны [4] было показано [5], что для сохранения синхронизма электронного пучка и электромагнитной волны в ЛБВ необходимо обеспечить соответствующее изменение фазовой скорости. Применение систем с изменяющимися параметрами в СВЧ-приборах позволяет заметно увеличить их КПД [5, 6].

Аналогичные методы увеличения КПД широко используются в ондуляторных ЛСЭ.

Согласно [7] для повышения КПД процесса генерации излучения в ЛСЭ, объемных ЛСЭ, лампах бегущей волны, лампах обратной волны в качестве резонатора можно использовать искусственные решетки (электромагнитные или фотонные кристаллы) с изменяющимся в пространстве периодом.

В настоящей статье получены уравнения, описывающие процесс генерации излучения в таких кристаллах релятивистскими пучками с учетом потерь энергии в процессе излучения.

Уравнения генерации в системах с электромагнитными кристаллами с изменяющимися параметрами. В общем случае уравнения, описывающие процесс генерации лазерного излучения, находятся из уравнений Максвелла:

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \mathbf{H} &= \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}, \quad \operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}, \\ \operatorname{div} \mathbf{D} &= 4\pi\rho, \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} \mathbf{j} = 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где $\mathbf{E}$ и $\mathbf{H}$ – электрическое и магнитное поля, $\mathbf{j}$ и ρ – плотности тока и заряда, электромагнитная индукция $D_i(\mathbf{r}, t') = \int \varepsilon_{il}(\mathbf{r}, t-t') E_l(\mathbf{r}, t') dt'$ и, следовательно, $D_i(\mathbf{r}, \omega) = \varepsilon_{il}(\mathbf{r}, \omega) E_l(\mathbf{r}, \omega)$, индексы $i, l = 1, 2, 3$ соответствуют осям x, y, z .

Плотности тока и заряда определяются соответственно:

$$\mathbf{j}(\mathbf{r}, t) = e \sum_{\alpha} \mathbf{v}_{\alpha}(t) \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_{\alpha}(t)), \quad \rho(\mathbf{r}, t) = e \sum_{\alpha} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_{\alpha}(t)), \quad (2)$$

где e – заряд электрона, $\mathbf{v}_{\alpha}$ – скорость частицы α (α нумерует частицы пучка),

$$\frac{d\mathbf{v}_{\alpha}}{dt} = \frac{e}{m\gamma_{\alpha}} \left\{ \mathbf{E}(\mathbf{r}_{\alpha}(t), t) + \frac{1}{c} [\mathbf{v}_{\alpha}(t) \times \mathbf{H}(\mathbf{r}_{\alpha}(t), t)] - \frac{\mathbf{v}_{\alpha}}{c^2} (\mathbf{v}_{\alpha}(t) \mathbf{E}(\mathbf{r}_{\alpha}(t), t)) \right\}. \quad (3)$$

Здесь $\gamma_{\alpha} = (1 - \frac{v_{\alpha}^2}{c^2})^{-\frac{1}{2}}$ – Лоренц-фактор, $\mathbf{E}(\mathbf{r}_{\alpha}(t), t)$ ($\mathbf{H}(\mathbf{r}_{\alpha}(t), t)$) – электрическое (магнитное) поле в точке $\mathbf{r}_{\alpha}$, где расположена частица α .

Напомним, что уравнение (3) можно также записать следующим образом [8]:

$$\frac{d\mathbf{p}_{\alpha}}{dt} = m \frac{d\gamma_{\alpha} \mathbf{v}_{\alpha}}{dt} = e \left\{ \mathbf{E}(\mathbf{r}_{\alpha}(t), t) + \frac{1}{c} [\mathbf{v}_{\alpha}(t) \times \mathbf{H}(\mathbf{r}_{\alpha}(t), t)] \right\}, \quad (4)$$

где p_{α} – импульс частицы.

Объединив уравнения (1), получаем

$$-\Delta \mathbf{E} + \nabla(\nabla \mathbf{E}) + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{D}}{\partial t^2} = -\frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial \mathbf{j}}{\partial t}. \quad (5)$$

Тензор диэлектрической проницаемости можно записать как $\hat{\varepsilon}(\mathbf{r}) = 1 + \hat{\chi}(\mathbf{r})$, где $\hat{\chi}(\mathbf{r})$ – восприимчивость. При $\hat{\chi} \ll 1$ уравнение (5) можно представить следующим образом:

$$\Delta \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \int \hat{\varepsilon}(\mathbf{r}, t-t') \mathbf{E}(\mathbf{r}, t') dt' = 4\pi \left(\frac{1}{c^2} \frac{\partial \mathbf{j}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} + \nabla \rho(\mathbf{r}, t) \right). \quad (6)$$

Если решетка идеальная, $\hat{\chi}(\mathbf{r}) = \sum_{\tau} \hat{\chi}_{\tau}(\mathbf{r}) e^{i\mathbf{\tau} \cdot \mathbf{r}}$, где $\mathbf{\tau}$ – вектор обратной решетки.

Пусть период дифракционной решетки (фотонного кристалла) плавно меняется на расстояниях, которые намного больше периода дифракционной решетки (фотонного кристалла). В этом случае удобно представить восприимчивость $\hat{\chi}(\mathbf{r})$ в форме, обычной для теории рентгеновской дифракции в деформированных кристаллах [9]:

$$\hat{\chi}(\mathbf{r}) = \sum_{\tau} e^{i\Phi_{\tau}(\mathbf{r})} \hat{\chi}_{\tau}(\mathbf{r}), \quad (7)$$

где $\Phi_{\tau}(\mathbf{r}) = \int \mathbf{\tau}(\mathbf{r}') d\mathbf{l}'$, $\mathbf{\tau}(\mathbf{r}')$ – вектор обратной решетки вблизи точки $\mathbf{r}'$. В отличие от теории рентгеновской дифракции в рассматриваемом нами случае $\hat{\chi}_{\tau}$ зависит от $\mathbf{r}$. Это объясняется тем, что $\hat{\chi}_{\tau}$ зависит от объема элементарной ячейки Ω , который в фотонном кристалле, в отличие от естественно-го, может заметно меняться. Объем элементарной ячейки $\Omega(\mathbf{r})$ зависит от координаты и, например, в

кубической решетке определяется как $\Omega(\mathbf{r}) = \frac{1}{d_1(\mathbf{r})d_2(\mathbf{r})d_3(\mathbf{r})}$, где d_i – периоды решетки. Если $\hat{\chi}_{\tau}(\mathbf{r})$

не зависит от $\mathbf{r}$, то выражение (7) преобразуется в выражение, обычно используемое для описания рентгеновского излучения в деформированных кристаллах.

Следует напомнить, что волна, распространяющаяся в идеальном кристалле, может быть представлена в виде суперпозиции плоских волн:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \sum_{\mathbf{\tau}=0}^{\infty} \mathbf{A}_{\mathbf{\tau}} e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)}, \quad (8)$$

где $\mathbf{k}_{\tau} = \mathbf{k} + \mathbf{\tau}$.

Воспользуемся тем, что в рассматриваемом случае характерная длина, на которой происходит изменение параметров решетки, значительно больше периода решетки. Это позволяет записать поле

внутри деформированного кристалла аналогично уравнению (8), но при этом $\mathbf{A}_\tau$ зависит от $\mathbf{r}$ и t и заметно изменяется при расстояниях, намного больших периода решетки.

Аналогично волновой вектор должен рассматриваться как медленно изменяющаяся функция координаты.

В соответствии со сказанным найдем решение уравнения (6) в виде

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \text{Re} \left\{ \sum_{\tau=0}^{\infty} \mathbf{A}_\tau e^{i(\phi_\tau(\mathbf{r}) - \omega t)} \right\}, \quad (9)$$

где $\phi_\tau(\mathbf{r}) = \int_0^{\mathbf{r}} k(\mathbf{r}') d\mathbf{l} + \Phi_\tau(\mathbf{r})$ и $k(\mathbf{r})$ можно найти как решение дисперсионного уравнения вблизи точки с координатным вектором $\mathbf{r}$; интегрирование проводится по квазиклассической траектории, описывающей движение волнового пакета в деформированном кристалле.

Рассмотрим случай, когда все векторы обратной решетки τ , определяющие многоволновую дифракцию, лежат в одной плоскости.

Предположим, что вектор поляризации волны ортогонален плоскости дифракции.

Запишем уравнение (9) в виде

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{e} E(\mathbf{r}, t) = \mathbf{e} \text{Re} \left\{ \mathbf{A}_1 e^{i(\phi_1(\mathbf{r}) - \omega t)} + \mathbf{A}_2 e^{i(\phi_2(\mathbf{r}) - \omega t)} + \dots \right\}, \quad (10)$$

где

$$\phi_1(\mathbf{r}) = \int_0^{\mathbf{r}} \mathbf{k}_1(\mathbf{r}') d\mathbf{l}, \quad (11)$$

$$\phi_2(\mathbf{r}) = \int_0^{\mathbf{r}} \mathbf{k}_1(\mathbf{r}') d\mathbf{l} + \int_0^{\mathbf{r}} \tau(\mathbf{r}') d\mathbf{l}. \quad (12)$$

Тогда, умножив (6) на $\mathbf{e}$, получаем

$$\Delta E(\mathbf{r}, t) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \int \hat{\varepsilon}(\mathbf{r}, t - t') E(\mathbf{r}, t') dt' = 4\pi \mathbf{e} \left(\frac{1}{c^2} \frac{\partial \mathbf{j}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} + \nabla \rho(\mathbf{r}, t) \right). \quad (13)$$

При помощи равенства $\Delta E(\mathbf{r}, t) = \nabla(\nabla E)$ и уравнения (10) имеем

$$\Delta(\mathbf{A}_\tau e^{i(\phi_\tau(\mathbf{r}) - \omega t)}) = e^{i(\phi_\tau(\mathbf{r}) - \omega t)} [2i \nabla \phi_\tau \nabla A_\tau + i \nabla \mathbf{k}_\tau(\mathbf{r}) A_\tau - k_\tau^2(\mathbf{r}) A_\tau]. \quad (14)$$

Таким образом, подставляя указанное уравнение в (13), получаем следующую систему уравнений:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} e^{i(\phi_1(\mathbf{r}) - \omega t)} \left[2i \mathbf{k}_1(\mathbf{r}) \nabla A_1 + i \nabla \mathbf{k}_1(\mathbf{r}) A_1 - k_1^2(\mathbf{r}) A_1 + \right. \\ & \left. + \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_0(\omega, \mathbf{r}) A_1 + i \frac{1}{c^2} \frac{\partial \omega^2 \varepsilon_0(\omega, \mathbf{r})}{\partial \omega} \frac{\partial A_1}{\partial t} + \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_{-\tau}(\omega, \mathbf{r}) A_2 + i \frac{1}{c^2} \frac{\partial \omega^2 \varepsilon_{-\tau}(\omega, \mathbf{r})}{\partial \omega} \frac{\partial A_2}{\partial t} \right] + \\ & + \text{комплексно-сопряженные члены} = 4\pi \mathbf{e} \left(\frac{1}{c^2} \frac{\partial \mathbf{j}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} + \nabla \rho(\mathbf{r}, t) \right), \\ & \frac{1}{2} e^{i(\phi_2(\mathbf{r}) - \omega t)} \left[2i \mathbf{k}_2(\mathbf{r}) \nabla A_2 + i \nabla \mathbf{k}_2(\mathbf{r}) A_2 - k_2^2(\mathbf{r}) A_2 + \right. \\ & \left. + \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_0(\omega, \mathbf{r}) A_2 + i \frac{1}{c^2} \frac{\partial \omega^2 \varepsilon_0(\omega, \mathbf{r})}{\partial \omega} \frac{\partial A_2}{\partial t} + \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_\tau(\omega, \mathbf{r}) A_1 + i \frac{1}{c^2} \frac{\partial \omega^2 \varepsilon_\tau(\omega, \mathbf{r})}{\partial \omega} \frac{\partial A_1}{\partial t} \right] + \\ & + \text{комплексно-сопряженные члены} = 4\pi \mathbf{e} \left(\frac{1}{c^2} \frac{\partial \mathbf{j}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} + \nabla \rho(\mathbf{r}, t) \right), \end{aligned} \quad (15)$$

где вектор $\mathbf{k}_2(\mathbf{r}) = \mathbf{k}_1(\mathbf{r}) + \tau$, $\varepsilon_0(\omega, \mathbf{r}) = 1 + \chi_0(\mathbf{r})$ и использовано обозначение $\chi_0(\mathbf{r}) = \chi_{\tau=0}(\mathbf{r})$, $\varepsilon_\tau(\omega, \mathbf{r}) = \chi_\tau(\mathbf{r})$. Следует отметить, что для численного решения уравнения (14) при $\chi_0 \ll 0$ удобно представить вектор $\mathbf{k}_1(\mathbf{r})$ в виде $\mathbf{k}_1(\mathbf{r}) = \mathbf{n} \sqrt{k^2 + \frac{\omega^2}{c^2} \chi_0(\mathbf{r})}$.

Для ясности предположим, что период дифракционной решетки (решетки фотонного кристалла) изменяется в одном направлении, и обозначим его как ось z .

Итак, для одномерного случая, когда $\mathbf{k}((\mathbf{r})) = (\mathbf{k}_\perp, k_z(z))$, система уравнений (14) преобразуется следующим образом:

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{2} e^{i(\mathbf{k}_\perp \mathbf{r}_\perp + \phi_{1z}(z) - \omega t)} \left[2ik_{1z}(z) \frac{\partial A_1}{\partial z} + i \frac{\partial k_{1z}(z)}{\partial z} A_1 - (k_\perp^2 + k_{1z}^2(z)) A_1 + \right. \\
& \left. + \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_0(\omega, z) A_1 + i \frac{1}{c^2} \frac{\partial \omega^2 \varepsilon_0(\omega, z)}{\partial \omega} \frac{\partial A_1}{\partial t} + \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_{-\tau}(\omega, z) A_2 + i \frac{1}{c^2} \frac{\partial \omega^2 \varepsilon_{-\tau}(\omega, z)}{\partial \omega} \frac{\partial A_2}{\partial t} \right] + \\
& + \text{комплексно-сопряженные члены} = 4\pi e \left(\frac{1}{c^2} \frac{\partial \mathbf{j}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} + \nabla \rho(\mathbf{r}, t) \right), \\
& \frac{1}{2} e^{i(\mathbf{k}_\perp \mathbf{r}_\perp + \phi_{2z}(z) - \omega t)} \left[2ik_{2z}(z) \frac{\partial A_2}{\partial z} + i \frac{\partial k_{2z}(z)}{\partial z} A_2 - (k_\perp^2 + k_{2z}^2(z)) A_2 + \right. \\
& \left. + \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_0(\omega, z) A_2 + i \frac{1}{c^2} \frac{\partial \omega^2 \varepsilon_0(\omega, z)}{\partial \omega} \frac{\partial A_2}{\partial t} + \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_\tau(\omega, z) A_1 + i \frac{1}{c^2} \frac{\partial \omega^2 \varepsilon_\tau(\omega, z)}{\partial \omega} \frac{\partial A_1}{\partial t} \right] + \\
& + \text{комплексно-сопряженные члены} = 4\pi e \left(\frac{1}{c^2} \frac{\partial \mathbf{j}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} + \nabla \rho(\mathbf{r}, t) \right). \quad (16)
\end{aligned}$$

Умножим первое уравнение на $e^{-i(\mathbf{k}_\perp \mathbf{r}_\perp + \phi_{1z}(z) - \omega t)}$, а второе – на $e^{-i(\mathbf{k}_\perp \mathbf{r}_\perp + \phi_{2z}(z) - \omega t)}$. Это позволяет нам пренебречь быстро осциллирующими комплексно-сопряженными членами (при усреднении по периоду осцилляций они становятся равными нулю).

При анализе правой части уравнения (16) учтем, что микроскопические токи и плотности являются суммой членов, содержащих дельта-функции, так что правую часть уравнения можно переписать в виде

$$\begin{aligned}
& e^{-i(\mathbf{k}_\perp \mathbf{r}_\perp + \phi_{1z}(z) - \omega t)} 4\pi e \left(\frac{1}{c^2} \frac{\partial \mathbf{j}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} + \nabla \rho(\mathbf{r}, t) \right) = \\
& = -\frac{4\pi i \omega e}{c^2} \mathbf{e} \sum_{\alpha} \mathbf{v}_{\alpha}(t) \delta((\mathbf{r}) - (\mathbf{r})_{\alpha}(t)) e^{-i(\mathbf{k}_\perp \mathbf{r}_\perp + \phi_{1z}(z) - \omega t)} \theta(t - t_{\alpha}) \theta(T_{\alpha} - t). \quad (17)
\end{aligned}$$

Здесь t_{α} – время влета частицы α в резонатор, T_{α} – время вылета частицы из резонатора, θ – функции в уравнении (17) показывают, что в моменты времени, предшествующие t_{α} и следующие за T_{α} , частица α не дает вклада в рассматриваемый процесс.

Предположим теперь, что для направления пучка в области генерации излучения используется сильное магнитное поле.

Таким образом, задача становится одномерной (компоненты v_x и v_y подавляются).

Усредняя правую часть уравнения (17) по положениям частиц в пучке, точкам влета частиц в резонатор $r_{\perp 0\alpha}$ и времени влета частиц в резонатор t_{α} , получаем

$$\begin{aligned}
& e^{-i(\mathbf{k}_\perp \mathbf{r}_\perp + \phi_{1z}(z) - \omega t)} 4\pi e \left(\frac{1}{c^2} \frac{\partial \mathbf{j}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} + \nabla \rho(\mathbf{r}, t) \right) = \\
& = -\frac{4\pi i \omega \rho \vartheta_1 u(t) e}{c^2} \frac{1}{S} \int d^2 \mathbf{r}_{\perp 0} \frac{1}{T} \int_0^t e^{-i(\phi_1(\mathbf{r}, \mathbf{r}_{\perp}, t, t_0) + \mathbf{k}_\perp \mathbf{r}_{\perp 0} - \omega t)} dt_0 = \\
& = -\frac{4\pi i \omega \rho \vartheta_1 u(t) e}{c^2} \langle\langle e^{-i(\phi_1(\mathbf{r}, \mathbf{r}_{\perp}, t, t_0) + \mathbf{k}_\perp \mathbf{r}_{\perp 0} - \omega t)} dt_0 \rangle\rangle, \quad (18)
\end{aligned}$$

где ρ – плотность электронного пучка, $u(t)$ – средняя скорость электронного пучка, которая вслед-

ствие потерь энергии зависит от времени, $\vartheta_1 = \sqrt{1 - \frac{\omega^2}{\beta^2 k_1^2 c^2}}$, $\beta^2 = 1 - \frac{1}{\gamma^2}$, $\langle\langle \rangle\rangle$ означает усреднение

по поперечной координате точки влета частицы в резонатор $r_{\perp 0\alpha}$ и времени влета частицы в резонатор t_{α} .

Согласно [10] процесс усреднения в уравнении (18) упрощается, если предположить, что случайные фазы, появляющиеся в результате случайной поперечной координаты и времени влета, в уравнении (18) представлены в виде разностей. Поэтому двойное интегрирование по $d^2 \mathbf{r}_{\perp 0} dt_0$ можно заменить однократным интегрированием [10].

В этом случае система уравнений (16) сводится к следующим уравнениям:

$$\begin{aligned}
 & 2ik_{1z}(z) \frac{\partial A_1}{\partial z} + i \frac{\partial k_{1z}(z)}{\partial z} A_1 - (k_{1\perp}^2 + k_{1z}^2(z)) A_1 + \\
 & + \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_0(\omega, z) A_1 + i \frac{1}{c^2} \frac{\partial \omega^2 \varepsilon_0(\omega, z)}{\partial \omega} \frac{\partial A_1}{\partial t} + \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_{-\tau}(\omega, z) A_2 + \\
 & + i \frac{1}{c^2} \frac{\partial \omega^2 \varepsilon_{-\tau}(\omega, z)}{\partial \omega} \frac{\partial A_2}{\partial t} = i \frac{2\omega}{c^2} J_1(k_{1z}(z)), \\
 & 2ik_{2z}(z) \frac{\partial A_2}{\partial z} + i \frac{\partial k_{2z}(z)}{\partial z} A_2 - (k_{2\perp}^2 + k_{2z}^2(z)) A_2 + \\
 & + \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_0(\omega, z) A_2 + i \frac{1}{c^2} \frac{\partial \omega^2 \varepsilon_0(\omega, z)}{\partial \omega} \frac{\partial A_2}{\partial t} + \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_{\tau}(\omega, z) A_1 + \\
 & + i \frac{1}{c^2} \frac{\partial \omega^2 \varepsilon_{\tau}(\omega, z)}{\partial \omega} \frac{\partial A_1}{\partial t} = i \frac{2\omega}{c^2} J_2(k_{2z}(z)),
 \end{aligned} \tag{19}$$

где токи J_1, J_2 определяются выражением

$$J_m = 2\pi j \vartheta_m \int_0^{2\pi} \frac{2\pi - p}{8\pi^2} (e^{-i\phi_m(t, z, p)} + e^{-i\phi_m(t, z, -p)}) dp, \quad m = 1, 2, \tag{20}$$

$$\vartheta_m = \sqrt{1 - \frac{\omega^2}{\beta^2 k_m^2 c^2}}, \quad \beta^2 = 1 - \frac{1}{\gamma^2},$$

$j = en_0 v$ – плотность тока, $A_1 \equiv A_{\tau=0}$, $A_2 \equiv A_{\tau}$, $\mathbf{k}_1 = \mathbf{k}_{\tau=0}$, $\mathbf{k}_2 = \mathbf{k}_1 + \tau$. Выражение для J_1 в случае, когда k_1 не зависит от z , было получено в [10]. Если в дифракции участвуют более двух волн, систему уравнений (20) необходимо дополнить уравнениями для волн A_m , которые аналогичны уравнениям для волн A_1 и A_2 .

Теперь можно найти уравнения для фазы. Из (11), (12) следует, что

$$\frac{d^2 \phi_m}{dz^2} + \frac{1}{v} \frac{dv}{dz} \frac{d\phi_m}{dz} = \frac{dk_m}{dz} + \frac{k_m}{v^2} \frac{d^2 z}{dt^2}. \tag{21}$$

Введем новую функцию $C(z)$:

$$\frac{d\phi_m}{dz} = C_m(z) e^{-\int_0^z \frac{1}{v} \frac{dv}{dz} dz'} = \frac{v_0}{v(z)} C_m(z), \tag{22}$$

$$\phi_m(z) = \phi_m(0) + \int_0^z \frac{v_0}{v(z')} C_m(z') dz'.$$

Следовательно,

$$\frac{dC_m(z)}{dz} = \frac{v(z)}{v_0} \left(\frac{dk_m}{dz} + \frac{k_m}{v^2} \frac{d^2 z}{dt^2} \right). \tag{23}$$

В одномерном случае уравнение (4) можно записать в виде

$$\frac{d^2 z_{\alpha}}{dt^2} = \frac{e\vartheta}{m\gamma(z_{\alpha}, t, p)} \text{Re} E(z_{\alpha}, t), \tag{24}$$

так что

$$\frac{dC_m(z)}{dz} = \frac{v(z)}{v_0} \frac{dk_m}{dz} + \frac{k_m}{v_0 v(z)} \frac{e\vartheta_m}{m\gamma^3(z, t(z), p)} \text{Re}\{A_m(z, t(z)) e^{i\phi_m(z, t(z), p)}\}, \tag{25}$$

$$\left. \frac{d\phi_m(t, z, p)}{dz} \right|_{z=0} = k_{mz} - \frac{\omega}{v}, \quad \phi_m(t, z, p)|_{z=0} = p,$$

$$A_1|_{z=L} = E_1^0, \quad A_2|_{z=L} = E_2^0,$$

$$A_m|_{t=0} = 0, \quad m = 1, 2,$$

$t > 0, z \in [0, L], p \in [-2\pi, 2\pi], L$ – длина фотонного кристалла.

Эти уравнения необходимо дополнить уравнением, описывающим изменение Лоренц-фактора пучка $\gamma(z, p)$ в процессе излучения. Известно, что

$$mc^2 \frac{d\gamma}{dt} = e\mathbf{vE}. \quad (26)$$

В результате

$$\frac{d\gamma(z, t(z), p)}{dz} = \sum_l \frac{e\mathfrak{G}_l}{mc^2} \operatorname{Re} \left\{ \sum_l A_l(z, t(z)) e^{i\phi_l(z, t(z), p)} \right\}. \quad (27)$$

Анализ уравнения (27) можно упростить, заменив $\gamma(z, t(z), p)$ усредненным по начальной фазе значением этой величины

$$\langle \gamma(z, t(z)) \rangle = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \gamma(z, t(z), p) dp.$$

Полученные уравнения (20), (23), (25), (27) позволяют описать процесс генерации в ЛСЭ с изменяющимися параметрами дифракционной решетки (электромагнитного, фотонного кристалла) с учетом потерь энергии электронным пучком в процессе излучения. Изменение периода электромагнитного кристалла позволяет, так же как и в случае ЛСЭ с изменяющимся периодом осциллятора, согласовать темп потери энергии с требованиями выполнения условий синхронизма для эффективного излучения и тем самым повысить КПД таких генераторов.

В экспериментах, проведенных нами с использованием двух фотонных кристаллов, созданных с помощью периодически расположенных нитей и обладающих разным периодом [11], было продемонстрировано возрастание длительности излучения и, как следствие, энергии излучения, обусловленное восстановлением синхронизации во втором кристалле.

1. Granatstein V.L., Parker R.K., Armstrong C.M. // Proceedings of the IEEE. 1999. Vol. 87. № 5.
2. Болотовский Б.М., Воскресенский Г.В. // УФН. 1966. Т. 88. С. 209.
3. Baryshevsky V.G. // NIM 445A, 281 (2000); LANL e-print arXiv: physics/9806039.
4. Kompfner R. // Wireless World. 1946. Vol. 52. P. 369.
5. Pierce R. // Proc. IRE. 1947. Vol. 35. P. 111.
6. Батура М.П., Кураев А.А., Синицын А.К. Моделирование и оптимизация мощных электронных приборов СВЧ. Мн., 2006.
7. Baryshevsky V., Gurinovich A. Proceedings of FEL2006 335 (Berlin, Germany) (2006); LANL e-print arXiv: physics/0608068v1.
8. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория поля. М., 1988.
9. Пинскер З.Г. Рентгеновская кристаллооптика. М., 1982.
10. Batrakov K.G., Sytova S.N. // Computational Mathematics and Mathematical Physics. 2005. Vol. 45. № 4. P. 666.
11. Baryshevsky V.G., Belous N.A., Evdokimov V.A. et al. // Proceedings of FEL2009 (Liverpool, UK, MORC49) 134 (2009). <http://www.JACow.org>; LANL e-print arXiv: physics/0605122.

Поступила в редакцию 24.06.11.

Владимир Григорьевич Барышевский – доктор физико-математических наук, профессор, директор НИИ ядерных проблем БГУ. Область научных интересов – ядерная физика и физика высоких энергий, лазеры на свободных электронах, магнитная кумуляция энергии с помощью взрыва. Общее количество научных работ – более 250, из них статей в международных журналах – 106, монографий – 4.

Александра Анатольевна Гуринович – старший научный сотрудник лаборатории сильноточной электроники НИИ ядерных проблем БГУ. Область научных интересов – лазеры на свободных электронах, магнитная кумуляция энергии с помощью взрыва. Общее количество научных работ – 46, из них статей в международных журналах – 10.