

ВЕСТНИК

Белорусского государственного
университета имени В. И. Ленина

СЕРИЯ I

ФИЗИКА

МАТЕМАТИКА

МЕХАНИКА

3
—
1982

СОДЕРЖАНИЕ

Белый Владимир Алексеевич (К 60-летию со дня рождения)	3
--	---

ФИЗИКА

Бенчук В. И., Фигурин В. А. Критичность настройки гетеродинного приемника атмосферной ОЛС	6
Линев В. Н., Мочальский В. Б., Муравский В. А., Фурса Е. Я. Регистрация спектров ЭПР с переменной скоростью развертки магнитного поля	8
Красноголовый Б. Н. Оценка искажений магнитного отклонения луча за счет дисторсии	12
Хмельницкий А. И., Черенкевич С. Н., Комяк А. И., Минько А. А., Сидоренко М. М. Применение полиеновых антибиотиков в качестве оптических зондов для изучения свободнорадикальных процессов в биомембранах	16
Бельский А. М., Патек М. О распространении пространственно-ограниченного квазимонохроматического импульса в свободном пространстве	18
Данилов В. А., Зенченко С. А. О влиянии нестабильностей модулирующего сигнала на режим синхронизации мод АИГ: Nd лазера	22
Казакевич Л. А., Кузнецов В. Н., Лугаков П. Ф., Лукашевич Т. А., Шуша В. В. Образование и отжиг точечных и групповых радиационных дефектов в кремнии различного исходного совершенства	25
Зорин В. П., Тимошенко А. В., Черенкевич С. Н. Измерение активности ионов H^+ в клеточных суспензиях флуоресцентным способом	28
Градовский О. Т., Грубич А. О., Дубовская И. Я. Влияние поглощения фотонов на спектральное распределение излучения каналированных частиц	32

МАТЕМАТИКА И МЕХАНИКА

Воюш В. И., Змитрович А. И. Метод реализации универсального макрогенератора ЕС ЭВМ	35
Бобкова Н. А. О некоторых нелинейных разностных схемах метода характеристик	37
Черкасова М. П., Евдокимова О. Я. Об организации базы данных по языкам программирования	39
Амелькин В. В., Касим Мухамед Аль-Хайдер. Об одном подходе к решению проблемы изохронности центра	41
Матвеев Г. В. Следовая форма на центральной простой алгебре	44
[Говоров Н. В.], [Сандригайло И. Е.], Rogozin С. В. Об асимптотических свойствах особого интеграла типа Коши с контуром на положительном луче	46
Альсевич Л. А. О начальных данных периодических решений линейных систем дифференциальных уравнений	50
Данг Динь Тяу. Обобщенные характеристические числа решений дифференциальных уравнений в банаховом пространстве	51
Аннотации депонированных статей	54



ВЕСТНИК

*Белорусского государственного
университета имени В. И. Ленина*

НАУЧНО-ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Издается с 1969 года
один раз в четыре месяца

СЕРИЯ I

ФИЗИКА

МАТЕМАТИКА

МЕХАНИКА

№ 3
СЕНТЯБРЬ

Главная редакционная коллегия журнала:

М. Д. ТИВО (*главный редактор*),
П. Н. БАРАНОВСКИЙ (*ответственный секретарь*), В. С. ГРИГОРЬЕВ, И. И. ЖБАНКОВА, В. Г. ИВАШИН, В. Г. РУДЬ (*зам. главного редактора*), А. М. САРЖЕВСКИЙ, А. Е. СУПРУН, И. Г. ТИЩЕНКО

Редакционная коллегия серии:

А. М. САРЖЕВСКИЙ (*ответственный редактор*),
Ю. С. БОГДАНОВ (*зам. ответственного редактора*), В. И. ВЕДЕРНИКОВ, Е. С. ВОРОПАЙ, Э. И. ЗВЕРОВИЧ, Е. А. ИВАНОВ, Л. И. КОМАРОВ, А. И. КОМЯК, Н. А. ЛЕПЕШИНСКИЙ, И. А. ПРУСОВ, В. Ф. СТЕЛЬМАХ, Б. Ю. ХАНОХ (*ответственный секретарь*), А. Ф. ЧЕРНЯВСКИЙ, С. С. ШУШКЕВИЧ

ВЕСТНИК БЕЛОРУССКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА
имени В. И. ЛЕНИНА

Серия 1. Физ., мат. и мех., 1982, № 3

Редактор *И. П. Стрельченя*
Художественный редактор *С. В. Баленок*
Технический редактор и корректор *Г. И. Хмарун*

Сдано в набор 30.04.82. Подписано в печать 25.08.82. АТ 14704. Формат 70×108^{1/16}. Высокая печать. Усл. печ. л. 5,6. Уч.-изд. л. 5,29. Тираж 860 экз. Заказ 909.

Издательство Белорусского государственного университета имени В. И. Ленина. 220048, Минск, проспект Машерова, 11.

Адрес редакции: 220080, Минск, Университетский городок, ул. Бобруйская, 7, телефон 20-65-42.

Ордена Трудового Красного Знамени типография издательства ЦК КП Белоруссии. Минск. Ленинский пр., 79.

ВЛАДИМИР АЛЕКСЕЕВИЧ БЕЛЫЙ

(К 60-летию со дня рождения)



Исполнилось 60 лет со дня рождения крупного советского ученого в области физики и механики полимеров, вице-президента Академии наук БССР, ректора Белорусского государственного университета имени В. И. Ленина, лауреата Государственной премии БССР, заслуженного деятеля науки и техники БССР, члена КПСС с 1947 г., академика АН БССР Владимира Алексеевича Белого.

Научная деятельность Владимира Алексеевича началась в Ростовском-на-Дону институте инженеров железнодорожного транспорта, который он окончил с отличием в 1945 г.

После успешной защиты диссертации в Москве В. А. Белый был направлен в Гомель для организации Белорусского института инженеров железнодорожного транспорта. Здесь под его руководством создается первая в Белоруссии периферийная научно-исследовательская лаборатория АН БССР, преобразованная в 1969 г. в Институт механики металлополимерных систем АН БССР, который возглавил Владимир Алексеевич. В 1969 г. В. А. Белый был назначен ректором открывшегося в Гомеле государственного университета, оставаясь одновременно директором ИММС на общественных началах.

Отдавая много сил и энергии научно-организационной деятельности, В. А. Белый продолжает исследовательскую работу и сосредоточивает знания и опыт на решении важнейшей народнохозяйственной проблемы — создании новых конструкционных материалов.

Владимир Алексеевич Белый сформировал новое направление в науке — механику металлополимеров. Деятельность созданной им научной школы охватывает практически все аспекты механики металлополимеров: от поиска на атомномолекулярном и надмолекулярном уровнях физических и химических закономерностей взаимодействия отдельных

элементов металлополимерных систем до создания научных принципов формирования новых композиционных материалов.

Широкий диапазон научных интересов В. А. Белого и его учеников способствовал развитию и ряда смежных областей знаний: структурной механики, теории адгезии, теории трения и изнашивания. Обнаружен ряд весьма важных эффектов в области механики металлополимеров: наследственное термоокисление, транскристаллизация, способность расплавов полимеров растворять металлы в окислительной среде. Получены принципиально новые научные данные о механике трения полимерных материалов, в частности, найдена связь молекулярной подвижности и образования свободных радикалов, эмиссионных явлений и фрикционных характеристик; изучен механизм фрикционного переноса; предложены новые методы управления фрикционными свойствами при взаимодействии твердых тел. Все это нашло отражение в монографиях В. А. Белого и его учеников: «Трение полимеров», «Трение и износ материалов на основе полимеров» (недавно англо-американским издательством «Пергамон пресс» опубликован английский перевод). В. А. Белый является автором 9 монографий и около 400 научных трудов, из них около 80 вышли в свет за рубежом.

Под руководством В. А. Белого разработаны новые методики и оригинальные приборы для изучения различных процессов в металлополимерных системах. Его теоретические исследования удачно сочетаются с большой практической и изобретательской деятельностью. Он автор многочисленных изобретений, имеет более 20 патентов в Англии, Франции, США, Японии, ФРГ, Италии, Швеции и т. д. Для изготовления композиционных материалов и изделий из них, в основе которых лежат изобретения В. А. Белого и его учеников, уже построены и строятся крупные промышленные предприятия, дающие большой технико-экономический эффект. Более 100 учеников Владимира Алексеевича стали активными изобретателями, двоим из них, как и самому В. А. Белому, присвоено почетное звание заслуженного изобретателя БССР.

За успехи в изобретательской деятельности Владимир Алексеевич Белый награжден почетной медалью «Техника — колесница прогресса», четырьмя золотыми медалями и почетными дипломами ВДНХ СССР. Он является членом Центрального Совета Всесоюзного общества изобретателей и рационализаторов.

Академик В. А. Белый неоднократно выступал с научными и учебно-методическими докладами на многочисленных международных конгрессах и конференциях в ГДР, Англии, США, Франции, Японии, Польше, Италии, ФРГ, Югославии, на Кубе, Филиппинах и в других странах. Во Франции за научные достижения в области трибоники он удостоен почетных медалей имени Вокансона (1968) и Жаккара (1970).

В. А. Белый с 1973 г. возглавляет научно-техническую комиссию ГКНТ при Совете Министров СССР по сотрудничеству с Великобританией в области трения и износа. Всемирным центром анализа научных публикаций (США) отмечено весьма большое количество ссылок на научные работы В. А. Белого, что свидетельствует об их популярности у ученых различных стран.

Целью своей жизни Владимир Алексеевич считает подготовку кадров высшей квалификации. Среди его учеников более 50 докторов и кандидатов наук.

В 1969 г. Владимир Алексеевич Белый избирается членом-корреспондентом, затем действительным членом, а в 1973 — вице-президентом Академии наук БССР.

В 1978 г. В. А. Белый назначается ректором Белорусского государственного университета имени В. И. Ленина. С этого времени благодаря настойчивости, умению и энергии Владимира Алексеевича значительные изменения произошли в жизни университета. Возросло количество и повысилось качество публикаций и монографий, научных разработок, защищаемых авторскими свидетельствами СССР и патентами за рубежом.

Если в 1977 г. было получено 82 авторских свидетельства, то в 1980 — 204, а количество авторов изобретений увеличилось с 319 до 532. Экономический эффект от внедрения научно-исследовательских работ возрос с 4,6 млн. руб. в 1977 г. до 23,6 млн. руб. — в 1981.

Существенно улучшилась подготовка кандидатов и докторов наук. Если в 1977 г. защитили диссертации на соискание степени кандидата наук 38 человек, то в 1981 — 105.

За высокие показатели в социалистическом соревновании среди вузов страны университет трижды (1979, 1980, 1981 гг.) награждался переходящим Красным знаменем Министерства высшего и среднего специального образования СССР и ЦК профсоюзов работников просвещения, высшей школы и научных учреждений.

Владимир Алексеевич Белый ведет большую общественную работу. Он член Центрального Комитета Компартии Белоруссии и депутат Верховного Совета БССР, в котором возглавляет комиссию по науке и технике. Избирался делегатом XXIV и XXVI съездов КПСС, ряда съездов Компартии Белоруссии, съездов профсоюзов.

В. А. Белый является активным борцом за мир. С докладами о миролюбивой политике Советского государства он выступает перед различными аудиториями в нашей стране и за рубежом. За активную деятельность в борьбе за мир он награжден двумя высшими наградами Советского комитета защиты мира.

Многогранна и общественно-научная деятельность В. А. Белого: заместитель председателя научного совета АН СССР по трению и смазкам, член комиссии Президиума АН СССР по физике и механике полимеров, член экспертного совета ВАК по машиностроению, председатель комиссии по премиям Ленинского комсомола Белоруссии, член научного совета по «Полимерным материалам в народном хозяйстве» ГКНТ Совета Министров СССР, член редколлегий ведущих академических журналов «Поверхность: физика, химия и механика», «Механика композитных материалов», а также «Бюллетень ВАК» и др.

Велика роль В. А. Белого в организации всесоюзного журнала АН СССР и АН БССР «Трение и износ», главным редактором которого он является. Журнал объединил усилия советских ученых в данной области и завоевал большой авторитет в нашей стране и за рубежом, о чем свидетельствует приобретение права на переиздание его в США на английском языке с целью распространения во всем мире.

Плодотворный труд академика АН БССР В. А. Белого высоко оценен Коммунистической партией и Советским правительством. Он награжден орденом Ленина, орденами Октябрьской Революции и Трудового Красного Знамени, медалями, Почетными грамотами Верховного Совета БССР.

Свое шестидесятилетие Владимир Алексеевич встретил в расцвете духовных сил и научного таланта. Неиссякаемость творческой энергии, научного потенциала и смелых замыслов Владимира Алексеевича вызывает восхищение. Поздравляя Владимира Алексеевича с юбилеем, желаем ему крепкого здоровья, личного счастья, новых свершений на благо нашей Родины.

УДК 621.395.16

В. И. БЕНЧУК, В. А. ФИГУРИН

КРИТИЧНОСТЬ НАСТРОЙКИ ГЕТЕРОДИННОГО ПРИЕМНИКА АТМОСФЕРНОЙ ОЛС

Эффективность приема сигналов в гетеродинных оптических линиях связи (ОЛС) зависит от точности согласования волновых фронтов принимаемого и гетеродинного пучков. Зависимость амплитуды выходного сигнала гетеродинного приемника с линейным детектором огибающей от угла рассогласования α_p между указанными пучками при отсутствии искажений принимаемого пучка описывается функцией [1]

$$F(\alpha_p) = 2 \left| \frac{J_1(kR\alpha_p)}{kR\alpha_p} \right|, \quad (1)$$

где $J_1(x)$ — функция Бесселя первого рода первого порядка; $k = 2\pi/\lambda$ — волновое число; R — радиус приемной апертуры.

Влияние турбулентности атмосферы, приводящей к пространственно-временным искажениям распространяющегося оптического сигнала, на параметры гетеродинных ОЛС рассматривалось в работах [2, 3], где показано, что размер приемной апертуры в таких ОЛС необходимо ограничивать радиусом когерентности принимаемой световой волны r_0 , поскольку увеличение ее размеров сверх этой величины не приводит к заметному улучшению выходного отношения сигнала к шуму, а вызывает рост дисперсии выходного сигнала.

На практике очень трудно обеспечить идеальную настройку гетеродинного приемника, поэтому представляет интерес рассмотреть влияние расстройки на параметры атмосферных ОЛС.

Как следует из работы [4], при размерах приемной апертуры, ограниченных радиусом когерентности r_0 , из всех искажений волнового фронта принимаемой световой волны можно выделять только углы прихода. Для практических случаев смещением центра принимаемого пучка относительно центра гетеродинного пучка из-за углов прихода волны можно пренебречь, поскольку изменение выходного сигнала за счет наклона волнового фронта, обусловленного углом расстройки и флуктуациями углов прихода, оказывается существенно больше. Можно считать поэтому, что в выражении (1) угол α_p представляет собой расстройку между пучками, а также угол прихода. Разлагая угол прихода на две взаимно ортогональные составляющие и совмещая угол расстройки с одной из них, общий угол расстройки β_p можно представить в виде

$$\beta_p = \sqrt{(\alpha_p + \alpha_x)^2 + \alpha_y^2}. \quad (2)$$

Предположим, что приемная апертура в любой момент времени является однородно заполненной. Такая ситуация приближенно справедлива, если размер апертуры не превышает радиуса пространственной корреляции флуктуаций амплитуды принимаемой волны. Тогда величина вы-

ходного сигнала A гетеродинного приемника атмосферной ОЛС может быть записана в виде

$$A = a \cdot F(\beta_p), \quad (3)$$

где a — амплитуда сигнала, которая была бы в отсутствие фазовых искажений при точном совмещении волновых фронтов.

Поскольку флуктуации амплитуды световой волны и углов прихода на больших расстояниях независимы, среднее значение выходного сигнала A равно произведению средних значений сомножителей. Флуктуации амплитуды световой волны в большинстве случаев (по крайней мере, в режиме слабых флуктуаций) описываются логарифмически нормальным распределением, поэтому среднее значение выходного сигнала в отсутствие фазовых искажений равно значению сигнала в отсутствие турбулентности [2]. В связи с этим достаточно рассмотреть только поведение функции $F(\beta_p)$. Для вычисления среднего значения этой функции необходимо определить ее плотность вероятности $w(F)$, что можно осуществить по правилам преобразования плотностей вероятности [5]:

$$w(F) = p_{\beta_p}(f(F)) \left| \frac{df(F)}{dF} \right|, \quad (4)$$

где p_{β_p} — плотность вероятности флуктуаций углов β_p ; $f(F)$ — функция, обратная функции $F(\beta_p)$. Найти аналитическое выражение функции $\beta_p = f(F)$ нельзя, поэтому единственным способом ее получения является аппроксимация функции $F(\beta_p)$ несколькими элементарными кривыми. Анализ показал, что с достаточной степенью точности основной и побочный максимумы указанной функции можно аппроксимировать параболой и прямой линией.

Как известно [6], плотность вероятности флуктуаций углов прихода вдоль любой оси в плоскости, перпендикулярной к направлению распространения световой волны, описывается нормальным распределением с нулевыми средними значениями и равными дисперсиями. Так как вдоль одной оси имеется постоянный угол расстройки, плотность вероятности угла β_p будет даваться распределением Райса [5]:

$$p_{\beta_p} = \frac{\beta_p}{\sigma_a^2} \exp\left(-\frac{\beta_p^2 + \alpha_p^2}{2\sigma_a^2}\right) I_0\left(\frac{\beta_p \alpha_p}{\sigma_a^2}\right), \quad (5)$$

где σ_a^2 — дисперсия флуктуаций углов прихода; $I_0(x)$ — функция Бесселя второго рода нулевого порядка.

Расчеты зависимости среднего значения функции $F(\beta_p)$ от угла расстройки α_p проводились численными методами для однородной трассы протяженностью 10 км при значениях структурной постоянной показате-

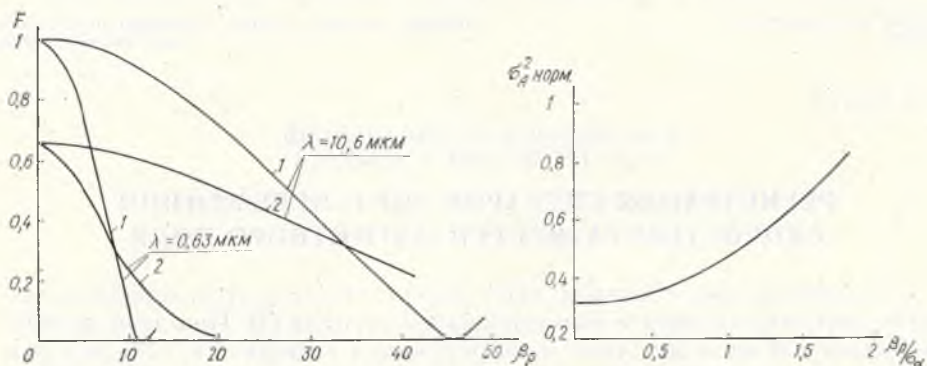


Рис. 1. Зависимость среднего значения функции $F(\beta_p)$ от угла расстройки между принимаемым и гетеродинным пучками

Рис. 2. Зависимость нормированной дисперсии выходного сигнала гетеродинного приемника от нормированного угла расстройки

ля преломления воздуха, для которых на указанной трассе имеет место переход к режиму сильных флуктуаций излучения. При этом параметры принимаемого излучения вычислялись по известным формулам для плоской волны [7].

На рис. 1 приведены зависимости среднего значения функции $F(\beta_p)$ от угла расстройки между принимаемым и гетеродинным пучками для длин волн 0,63 и 10,6 мкм в отсутствие (кривые 1) и при наличии (кривые 2) турбулентности при приеме апертурой, равной r_0 . Легко видеть, что наличие турбулентности несколько снижает требования к настройке гетеродинного приемника. Так, для сохранения величины выходного сигнала на уровне 0,7 от максимальной точность настройки на длине волны 10,6 мкм при отсутствии турбулентности должна быть не хуже 20 мкрад, а при ее наличии — не хуже 23 мкрад. Для длины волны 0,63 мкм эти величины соответственно равны 5 и 6 мкрад.

Исследовалось также влияние угла расстройки на величину нормированной дисперсии выходного сигнала:

$$\sigma_{\Delta}^2_{\text{норм}} = \sigma_A^2/\bar{A}^2 = \sigma_a^2/\bar{a}^2 + \sigma_F^2/\bar{F}^2 = s^2 + \sigma_F^2/\bar{F}^2, \quad (6)$$

где σ_A^2 — дисперсия выходного сигнала; $\bar{A}$ — среднее значение сигнала; s^2 — дисперсия флуктуаций логарифма амплитуды; σ_F^2 — дисперсия флуктуаций функции $F(\beta_p)$.

Рис. 2 показывает зависимость $\sigma_{\Delta}^2_{\text{норм}}$ от нормированного угла расстройки α_p/σ_a при размере апертуры r_0 . Рассогласование фронтов принимаемого и гетеродинного пучков до значений σ_a приводит к увеличению $\sigma_{\Delta}^2_{\text{норм}}$ в полтора раза по сравнению с полным согласованием. Среднеквадратичные значения флуктуаций углов прихода для рассматриваемой трассы составляют для длин волн 10,6 и 0,63 мкм 16,5 и 4 мкрад соответственно.

Таким образом, при наличии турбулентности критичность настройки гетеродинного приемника атмосферной ОЛС, определяемая по среднему значению выходного сигнала, остается практически такой же, как и при отсутствии турбулентности. Однако увеличение угла расстройки приводит к заметному росту нормированной дисперсии выходного сигнала.

ЛИТЕРАТУРА

1. Шереметьев А. Г., Толпарев Р. Г. Лазерная связь.— М., 1974.
2. Фрид Д. Л.— ТИИЭР, 1967, т. 55, № 1, с. 62.
3. Fried D. L.— IEEE J. Quant. Electron., 1967, v. QE-3, p. 213.
4. Fried D. L.— J. Opt. Soc. Amer., 1965, v. 55, p. 1427.
5. Тихонов В. И. Статистическая радиотехника.— М., 1966.
6. Татарский В. И. Распространение волн в турбулентной атмосфере.— М., 1967.
7. Керр, Титтертон, Кремер, Кук.— ТИИЭР, 1970, т. 58, № 10, с. 305.

Поступила в редакцию
18.06.80.

Кафедра ядерной физики и мирного использования атомной энергии

УДК 538.11.8

В. Н. ЛИНЕВ, В. Б. МОЧАЛЬСКИЙ,
В. А. МУРАВСКИЙ, Е. Я. ФУРСА

РЕГИСТРАЦИЯ СПЕКТРОВ ЭПР С ПЕРЕМЕННОЙ СКОРОСТЬЮ РАЗВЕРТКИ МАГНИТНОГО ПОЛЯ

Для регистрации спектров ЭПР обычно применяются линейная развертка магнитного поля и интегрирование сигнала [1]. При этом величина постоянной времени схемы интегрирования выбирается, исходя из отношения сигнал/шум для регистрируемого сигнала, а скорость развертки определяется величиной вносимых интегрированием искажений спектральных линий. Как показано в работах [1, 2], искажения спектральной линии зависят от четырех параметров: амплитуды развертки магнитного поля ΔH_p , ширины линии $\Delta H_{\text{лн}}$, постоянной времени системы регистра-

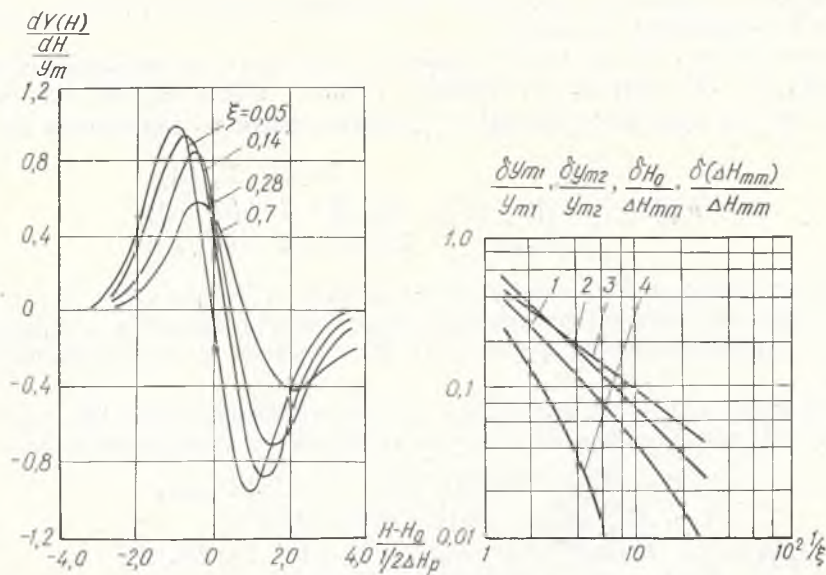


Рис. 1. Искажения при линейной развертке магнитного поля формы линии ЭПР и ее параметров $\delta Y_{m1}/Y_{m1}$, $\delta Y_{m2}/Y_{m2}$, $H_0/\Delta H_{mm}$, $\delta(\Delta H_{mm})/\Delta H_{mm}$ (1, 2, 3, 4 соответственно)

ции τ и времени развертки t_p , которые могут быть сведены в один параметр ξ :

$$\xi = \Delta H_p \cdot \tau / (\Delta H_{mm} \cdot t_p). \quad (1)$$

На рис. 1 показана зависимость искажений линии поглощения от величины ξ . Пользуясь приведенными данными, можно, задаваясь величиной относительных искажений спектральной линии, определить условия регистрации (т. е. соотношение между указанными параметрами). Поскольку при выборе условий регистрации необходимо знать величины ΔH_p и ΔH_{mm} , для их определения требуется предварительная запись линии. Это усложняет процесс измерений и соответственно увеличивает время измерений, что особенно нежелательно в случае регистрации спектров ЭПР короткоживущих веществ.

Упростить процесс измерений и уменьшить общее время регистрации спектров можно, если связать скорость развертки магнитного поля с параметрами регистрируемого сигнала. Примером реализации такой связи является регистрация сигналов ЭПР, при которой скорость развертки магнитного поля H_t обратно пропорциональна модулю производной регистрируемого сигнала. Для случая регистрации первой производной сигнала поглощения Y'_H имеем:

$$H_t' = A / |Y_H''|, \quad (2)$$

где A — коэффициент пропорциональности, который, как будет видно далее, характеризуется постоянной времени τ и величиной искажений. Уравнение (2) является дифференциальным уравнением относительно H и t . Его решение относительно H позволяет определить закон изменения магнитного поля во времени.

Разделяя переменные и интегрируя, получаем:

$$t = \begin{cases} Y_H'/A, & 0 \leq H < H_{m1}, \\ -Y_H'/A + 2Y_m/A, & H_{m1} \leq H < H_{m2}, \\ Y_H'/A + 4Y_m/A, & H_{m2} \leq H < \infty, \end{cases}$$

где H_{m1} и H_{m2} — значения напряженности магнитного поля, соответствующие экстремумам сигнала Y_H' ; Y_m — амплитуда сигнала первой производной.

На рис. 2 приведено изменение величины магнитного поля во времени для гауссовой формы линии.

Легко видеть (и это весьма важно), что время регистрации сигнала $t'_p = 4Y_m/A$ не зависит от формы линии. Поступающий на RC -цепочку сигнал, пропорциональный Y'_H , можно найти из выражения (2):

$$F(t) = \begin{cases} At, & 0 \leq t < Y_m/A, \\ -At + 2Y_m, & Y_m/A \leq t \leq 3Y_m/A, \\ At - 4Y_m, & 3Y_m/A < t \leq 4Y_m/A. \end{cases} \quad (3)$$

Форма сигнала $F(t)$ изображена на рис. 2. Таким образом, задача вычисления искажений регистрируемого сигнала сводится к определению искажений сигнала формы (3) RC -цепочкой с заданной величиной τ .

Используя основные положения теории линейных цепей [3], легко показать, что сигнал после RC -цепочки будет иметь следующий вид:

$$F_\tau(t) = \begin{cases} At - A\tau + A\tau \exp(-t/\tau), & 0 \leq t < Y_m/A, \\ -At + 2Y_m + A\tau [1 + \exp(-t/\tau) - 2 \exp((Y_m/A - t)/\tau)], & Y_m/A \leq t \leq 3Y_m/A, \\ At - 4Y_m - A\tau [\exp(3Y_m/(A\tau)) + 1 - 2 \exp(Y_m/(A\tau))] \exp(-t/\tau), & 3Y_m/A < t \leq 4Y_m/A. \end{cases} \quad (4)$$

Находя значения t_m , соответствующие максимумам $F_\tau(t)$, и подставляя их в (4), определяем абсолютные искажения амплитуды сигнала в экстремумах:

$$\begin{aligned} \delta Y_{m1} &= Y_{m1} - F_\tau(t_{m1}) = A\tau \ln(2 - \exp(-Y_m/(A\tau))), \\ \delta Y_{m2} &= Y_{m2} - F_\tau(t_{m2}) = A\tau \ln[2 + \exp(-3Y_m/(A\tau))] - \\ &\quad - 2 \exp(-2Y_m/(A\tau)). \end{aligned} \quad (5)$$

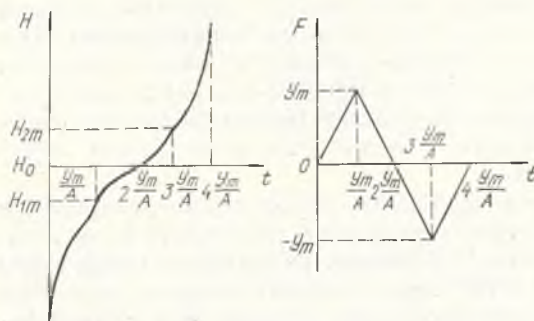


Рис. 2. Закон изменения магнитного поля и форма сигнала ЭПР на входе RC -цепи при переменной скорости развертки

Выражения (5) показывают, что абсолютные искажения первого и второго экстремумов сигнала ЭПР при фиксированных значениях τ и A увеличиваются с ростом амплитуд экстремумов до величин $A\tau$ порядка 7—10, а затем остаются практически постоянными (т. е. не зависят от амплитуды сигнала).

Из условия максимума δY_m можно определить коэффициент A : $A = (\delta Y_m)_{\max} / (\tau \ln 2)$.

Смещение центра линии поглощения при регистрации $\Delta t_0 = t - 2Y_m/A$ может быть оценено следующим образом. Приравняем к нулю выражение для функции $F_\tau(t)$ на участке $t_{m1} < t < t_{m2}$. Это приведет к уравнению $[1 - \exp(-Y_m/(A\tau))]^2 = 1 - \exp(\Delta t_0/\tau) + \Delta t_0 \exp(\Delta t_0/\tau)/\tau$, решение которого, дающего зависимость Δt_0 от Y_m , может быть найдено численными методами.

Мерой увеличения ширины спектральной линии может служить задержка распространения максимумов сигнала. Используя выражение для формы сигнала после RC -цепи (4), можно показать, что максимальная разность между временем задержки первого и второго максимумов составляет $0,086\tau$, т. е. смещения обоих экстремумов относительно истинных положений практически равны. Следовательно, ширина сигнала изменяется незначительно.

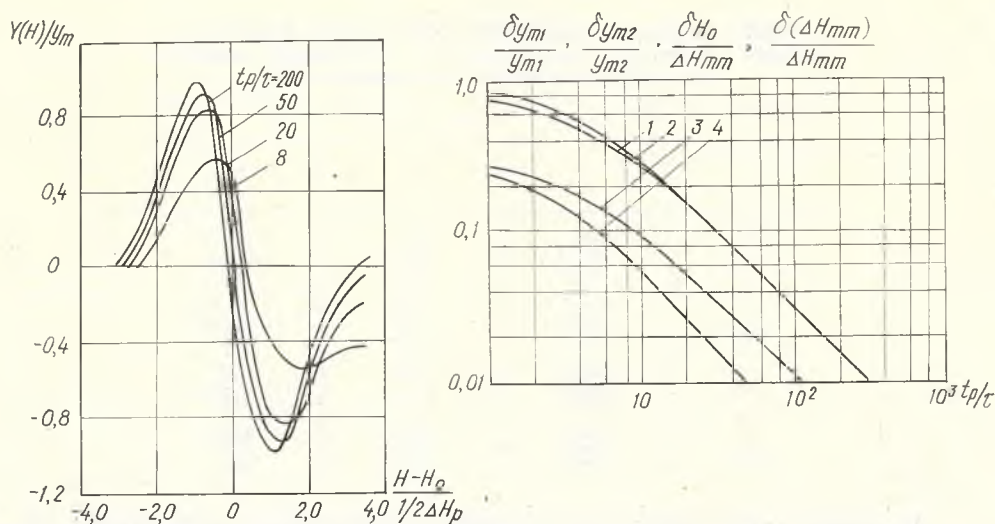


Рис. 3. Искажения при развертке с переменной скоростью формы линии ЭПР и параметров сигнала $\delta Y_{m1}/Y_{m1}$, $\delta Y_{m2}/Y_{m2}$, $\delta H_0/\Delta H_{mm}$, $\delta(\Delta H_{mm})/\Delta H_{mm}$ (1, 2, 3, 4 соответственно)

На рис. 3 изображены зависимости относительных искажений амплитуд первого и второго максимумов, а также положения и ширины спектральной линии (кривые 1, 2, 3 и 4 соответственно) от отношения t_p/τ .

Выражение для формы линии также можно записать, введя в него отношение t_p/τ , тогда форма линии будет иметь вид, приведенный на рис. 3.

В широком диапазоне искажений наблюдается пропорциональная зависимость между относительными искажениями различных параметров линии, что упрощает на практике проведение численной их оценки (см. рис. 3). Из сравнения искажений параметров спектральной линии в случае линейной и переменной скоростей развертки магнитного поля (см. рис. 1 и рис. 3) видно, что при одинаковых искажениях первого максимума линии искажения остальных параметров значительно меньше при развертке с переменной скоростью. Некоторое отклонение от этой зависимости наблюдается только для ширины линии (кривые 4) в области малых искажений (менее 2 %), величиной которых обычно пренебрегают.

В случае регистрации слабых сигналов, когда амплитуда шумов сравнима с амплитудой сигнала ЭПР, шумы будут заметно влиять на работу устройства адаптивной регистрации; при этом форма сигналов искажается шумами точно так же, как и в обычных системах регистрации. Единственным вопросом, требующим рассмотрения в данном случае, является влияние шумов на скорость развертки магнитного поля и связанное с этим изменение времени записи спектральной линии.

В присутствии шумов вместо (1) имеем $H'_i = A/|Y_H'' + U|$, где U — амплитуда шума в канале измерения второй производной регистрируемого сигнала.

Вычисляя среднеквадратичное значение величины t'_H , получаем $\overline{(t'_H)^2} = ((Y_H'')^2 + \sigma^2)/A^2$, где σ — дисперсия шума.

Таким образом, в присутствии шумов уменьшается скорость развертки магнитного поля, и отношение скоростей развертки при регистрации неинформативных участков спектра и во время записи спектральных линий равно отношению сигнал/шум для регистрируемого сигнала.

Время регистрации одиночной спектральной линии при линейной развертке (числитель) и с переменной скоростью развертки (знаменатель) магнитного поля

ΔH_P , кА/м	$\delta Y_m / Y_m$, %		
	3	10	20
0,8	650	200	65
	130	40	13
1,6	1300	400	130
	130	40	13
4,0	3250	1000	325
	131	41	14
8,0	6500	2000	650
	133	43	16

В таблице приведено для сравнения рассчитанное по формулам (1) и (2) время регистрации одиночной спектральной линии шириной $\Delta H_{mm} = 80$ А/м при разных амплитудах развертки ΔH_P и относительных амплитудных искажениях $\delta Y_m / Y_m$ при использовании двух типов разверток магнитного поля. Таблица составлена для сигнала с отношением сигнал/шум 10, постоянной времени $\tau = 1$ с и максимальной скорости развертки магнитного поля 160 кА/м·мин, которую обеспечивает большинство конструкций электромагнитов. При этом для линейной развертки не учитывались затраты времени на предварительную запись спектра, необходимые для выбора условий регистрации.

Как видно из таблицы, регистрация спектров с переменной скоростью развертки магнитного поля значительно сокращает общее время записи, причем выигрыш во времени существенно возрастает при регистрации сложных спектров, которые состоят из набора далеко отстоящих одиночных спектральных линий. В этом случае неинформативные участки спектра регистрируются намного быстрее, чем резонансные, тогда как при линейной развертке регистрация всего спектра осуществляется с одинаковой скоростью.

Следует отметить, что рассмотренная регистрация сигналов с переменной скоростью развертки может быть применена при записи спектров ЯМР, ЯКР и других спектроскопических исследованиях.

ЛИТЕРАТУРА

1. Пул Ч. Техника ЭПР-спектроскопии.— М., 1970.
2. Czoch R.— UAM. Ser. fiz., 1975, t. 19, s. 31.
3. Бессонов Л. А. Теоретические основы электротехники.— М., 1978, с. 211.

Поступила в редакцию
28.06.80.

Кафедра ядерной физики и мирного использования атомной энергии

УДК 621.396.963.8

Б. Н. КРАСНОГОЛОВЫЙ

ОЦЕНКА ИСКАЖЕНИЙ МАГНИТНОГО ОТКЛОНЕНИЯ ЛУЧА ЗА СЧЕТ ДИСТОРСИИ

В электронно-лучевых трубках (ЭЛТ) с магнитным отклонением луча, широко применяемых в разнообразных по назначению устройствах отображения информации, абберации (искажения) отклонения в значительной степени связаны с неоптимальной формой поверхности экрана ЭЛТ и паразитными параметрами отклоняющей системы (ОС).

Угол отклонения луча в магнитных ЭЛТ зависит от напряженности однородного магнитного поля и отклоняющего тока следующим образом [1—5]:

$$\sin \alpha = \sqrt{\frac{e}{2m}} \cdot \frac{lH}{\sqrt{U_{a2}}} = \sqrt{\frac{e}{2m}} \cdot \frac{lni}{\sqrt{U_{a2}}} = Ni, \quad (1)$$

где α — угол отклонения; e , m — заряд и масса электрона соответственно; l — длина отклоняющей системы; H — напряженность магнитного поля; U_{a2} — напряжение на ускоряющем (втором) аноде; n — коэффициент пропорциональности между отклоняющим током i и напряженностью магнитного поля H ($H = ni$); $N = \sqrt{\frac{e}{2m}} \cdot \frac{ln}{\sqrt{U_{a2}}}$ — постоянный коэффициент для выбранной ЭЛТ и конкретного типа ОС.

В магнитных ЭЛТ радиус кривизны экрана R_0 значительно превосходит радиус отклонения R_0 и особенно у проекционных ЭЛТ и кинескопов с «плоским» экраном. Другими словами, практически у всех типов ЭЛТ центр отклонения O и центр кривизны экрана O' не совпадают* (рис. 1).

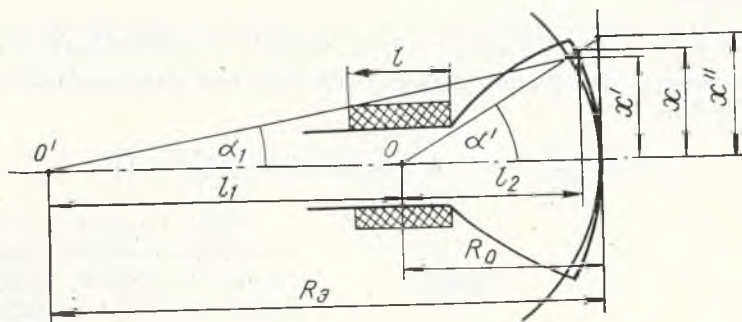


Рис. 1. К оценке aberrаций отклонения за счет кривизны экрана

В реально существующих ЭЛТ с выпуклым экраном для отклонения луча имеем

$$x = (l_1 + l_2) \operatorname{tg} \alpha' = R_0 \cdot \cos \alpha' \cdot \operatorname{tg} \alpha'. \quad (2)$$

Учитывая, что $x = l_2 \operatorname{tg} \alpha$, получаем

$$\operatorname{tg} \alpha' = \frac{l_2}{l_1 + l_2} \operatorname{tg} \alpha, \quad (3)$$

$$\cos \alpha' = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha'}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{l_2}{l_1 + l_2}\right)^2 \operatorname{tg}^2 \alpha}}. \quad (4)$$

Подставляя (3) и (4) в выражение (2), для отклонения по хорде в общем случае будем иметь

$$x = R_0 \sqrt{1 + \left(\frac{l_1 + l_2}{l_2}\right)^2} \cdot \frac{1 - \sin^2 \alpha}{\sin^2 \alpha}. \quad (5)$$

Для сферического экрана ($l_1 = 0$; $R_0 = R_0$) $x' = R_0 \sin \alpha$ или с учетом выражения (1)

$$x' = R_0 Ni.$$

Таким образом, здесь отклонение x' связано с током i линейно, искажений отклонения (дисторсии) нет, и с этой точки зрения сферическая форма поверхности экрана является оптимальной.

Для плоского экрана ($l_1 + l_2 = R_0 = \infty$; $l_2 = R_0$) из выражения (5) получаем

$$x'' = R_0 \frac{\sin \alpha}{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha}} = R_0 \operatorname{tg} \alpha = R_0 \frac{Ni}{\sqrt{1 - N^2 i^2}}.$$

* При резко ограниченном магнитном поле центром отклонения можно считать центр ОС.

т. е. в этом случае имеет место ярко выраженная нелинейность отклонения (максимальное влияние дисторсии).

Приведенные выкладки показывают, что для сферического экрана $x' = R_0 \sin \alpha$, но поскольку напряженность магнитного поля H , пропорциональная току i , также линейно связана с $\sin \alpha$, обеспечивается линейная зависимость отклонения от тока.

В случае плоского экрана отклонение $x'' = R_0 \operatorname{tg} \alpha$ и поэтому нарастает с большей скоростью, чем отклоняющий ток.

Естественно предположить, что у трубок с выпуклым экраном отклонение будет пропорционально некоторой средней функции, значения которой лежат между $\sin \alpha$ и $\operatorname{tg} \alpha$, и искажения окажутся меньшими, чем у ЭЛТ с плоским экраном, но существенно большими, чем у трубок со сферическим экраном.

Для выпуклого экрана при $l_1 + l_2 \approx R_0$; $l_2 \approx R_0$ выражение (5) несколько упрощается:

$$x \approx R_0 \sin \alpha / \sqrt{1 + \sin^2 \alpha [(R_0/R_0)^2 - 1]} = R_0 Ni / \sqrt{1 + (Ni)^2 [(R_0/R_0)^2 - 1]}. \quad (6)$$

Нелинейность отклонения может быть оценена относительной ошибкой отклонения

$$\gamma = \frac{x - x'}{x} = 1 - \sqrt{1 + \sin^2 \alpha [(R_0/R_0)^2 - 1]}. \quad (7)$$

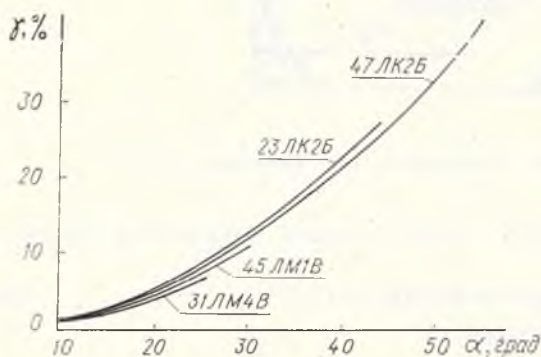


Рис. 2. Графики зависимостей относительных искажений γ от угла отклонения α

При больших углах отклонения нельзя пренебрегать влиянием дисторсии (рис. 2). Так, у индикаторных трубок 31ЛМ4В и 45ЛМ1В ошибки при максимальных углах отклонения 26° и 30° составляют 7 и 10 % соответственно. Еще большие значения γ имеют место у кинескопов 23ЛК2Б и 47ЛК2Б—28 и 41 % при максимальных углах отклонения. При одинаковых углах α нелинейность отклонения у кинескопов выражена бо-

лее резко за счет большего радиуса кривизны экрана. И вообще, как следует из выражения (7), чем больше отношение R_0/R_0 (ближе к единице), тем ошибки отклонения меньше. При $R_0/R_0 = 1$ ошибка отклонения γ обращается в нуль (сферический экран).

Если в формулу (6) подставить $i = k_1 t$ (линейная развертка), можно найти зависимость отклонения от времени, которая по изложенным причинам будет отличаться от линейной:

$$x = R_0 N k_1 t / \sqrt{1 + (N k_1 t)^2 [(R_0/R_0)^2 - 1]}. \quad (8)$$

При подстановке в выражение (7) $\sin \alpha = Ni = N k_1 t$ получим относительную ошибку отклонения во времени для линейной развертки:

$$\gamma = 1 - \sqrt{1 + (N k_1 t)^2 [(R_0/R_0)^2 - 1]}. \quad (9)$$

На рис. 3 приведены зависимости, построенные по формулам (8) и (9). За счет дисторсии отклонение нарастает быстрее, чем линейно изменяющийся ток $i = k_1 t$ (см. рис. 3, а). Нетрудно определить, что при $t = R_0 / (k_1 N \sqrt{R_0^2 - R_0^2})$ отклонение x уходит в бесконечность, что соответствует $\alpha = 90^\circ$. Ошибка отклонения также нарастает с увеличивающейся скоростью (см. рис. 3, б) и в тот же момент времени достигает

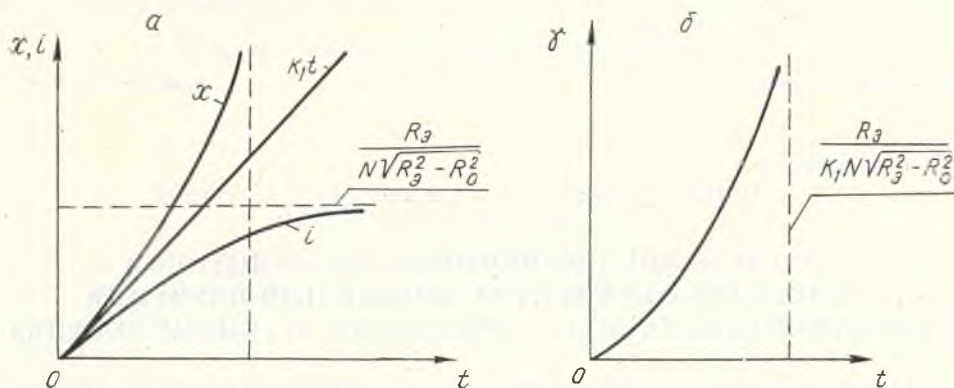


Рис. 3. Временные диаграммы, относящиеся к линейной развертке:

а — для отклонения луча x и отклоняющего тока i ; б — для относительных искажений γ

100 %, что физически означает пересечение луча с экраном в точке, бесконечно удаленной от центра экрана.

Расчет зависимостей $x(t)$ и $\gamma(t)$ для конкретных случаев может быть выполнен по приведенным соотношениям. При этом коэффициенты N и k_1 рассчитываются по формулам: $N = \sin \alpha_{\max} / I_{\max}$, $k_1 = I_{\max} / t_p$, где $I_{\max}$ — ток, вызывающий отклонение луча на максимальный угол $\alpha_{\max}$; t_p — длительность прямого хода линейной развертки.

Форму отклоняющего тока для заданного закона перемещения луча x найдем, решив уравнение (7) относительно i :

$$i = x / [N R_0 \sqrt{1 + x^2 (1/R_0^2 - 1/R_3^2)}].$$

Применительно к линейной развертке $x = k_2 t$ ($k_2 = D_{\text{раб}} / 2t_p$, если развертка осуществляется на рабочий радиус экрана), и для тока получаем

$$i = k_2 t / [N R_0 \sqrt{1 + k_2^2 (1/R_0^2 - 1/R_3^2) t^2}] = A t / \sqrt{1 + B t^2},$$

$$\text{где } A = k_2 / (N R_0); B = k_2^2 (1/R_0^2 - 1/R_3^2).$$

Предельное значение тока находится из выражения

$$\lim_{t \rightarrow \infty} i(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} A t / \sqrt{1 + B t^2} \rightarrow A / \sqrt{B} = R_3 / (N \sqrt{R_3^2 - R_0^2}),$$

Таким образом, для получения линейной развертки необходимо иметь возрастающий ток с монотонно уменьшающейся скоростью (см. рис. 3, а). Степень нелинейности тока может быть оценена общепринятыми способами, например, в виде отношения скоростей изменения тока в конце и в начале прямого хода развертки.

При отклонении луча в обе стороны от центра экрана мы приходим к так называемой S-образной форме отклоняющего тока. Методы оценки степени изгиба этой кривой широко известны [3 и др.], разработаны также схемы формирования S-образного тока применительно, в основном, к телевизионным разверткам [3, 6, 7].

ЛИТЕРАТУРА

1. Электронно-лучевые трубки и индикаторы. / Под ред. А. Я. Брейтбарта. (Пер. с англ.) — М., 1949, ч. 1; 1950, ч. 2.
2. Миллер В. А., Куракин Л. А. Приемные электронно-лучевые трубки. — М., 1971.
3. Самойлов В. Ф. Генераторы телевизионной развертки. — М., 1966.
4. Расчет элементов импульсных радиотехнических устройств. / Под ред. Ю. М. Казаринова. — М., 1963.
5. Красноголовый Б. Н. Проектирование и расчет элементов индикаторных устройств. — Минск, 1971.

УДК 543.422/577.3

А. И. ХМЕЛЬНИЦКИЙ, С. Н. ЧЕРЕНКЕВИЧ, А. И. КОМЯК,
А. А. МИНЬКО, М. М. СИДОРЕНКО

ПРИМЕНЕНИЕ ПОЛИЕНОВЫХ АНТИБИОТИКОВ В КАЧЕСТВЕ ОПТИЧЕСКИХ ЗОНДОВ ДЛЯ ИЗУЧЕНИЯ СВОБОДНОРАДИКАЛЬНЫХ ПРОЦЕССОВ В БИОМЕМБРАНАХ

Одной из причин повреждения клеточных мембран является перекисное окисление остатков ненасыщенных жирных кислот липидов [1—3]. Перекисное окисление обычно характеризуют путем определения количества гидроперекисей и ТБК-активных продуктов [4], однако трактовка кинетики образования и расходования ТБК-активных продуктов полностью не проведена [4, 5]. Прямое спектрофотометрическое измерение накопления гидроперекисей в клетке затруднено вследствие того, что в области поглощения диеновых конъюгатов поглощают и другие клеточные компоненты; дополнительной помехой является и рассеяние света клеточными суспензиями.

В данной работе предложен метод исследования свободнорадикальных процессов в биомембранах, в частности, перекисного окисления липидов, основанный на изучении изменений величины оптического поглощения полиеновых антибиотиков, которые используются в качестве оптических зондов.

Молекулы полиеновых антибиотиков содержат систему сопряженных связей различной длины, определяющую хромофорные свойства соединения. В ряду этих веществ от триена до гептаена (триен, тетраен-нистатин, гексаен-нипомидин, гептаен-амфотерицин В) зависимость энергии 0-0-перехода от числа сопряженных связей носит гиперболический характер (рис. 1). По мере увеличения числа двойных сопряженных связей (n) происходит сдвиг спектра в длинноволновую сторону. Это обстоятельство свидетельствует в пользу представления о том, что величина энергии электронного поглощения полиенов в значительной мере определяется длиной цепи π — π сопряжения [6].

При окислении полиенов происходит разрушение системы сопряженных связей в молекулах. Деструкция полиенов сопровождается изменением их абсорбционных характеристик [7]. Процесс окисления полиено-

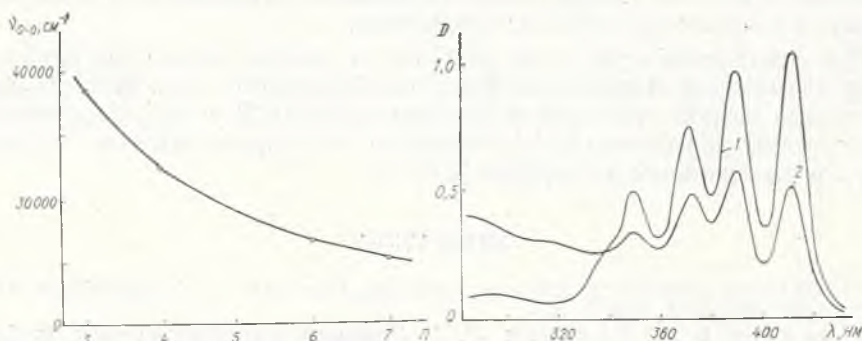


Рис. 1. Зависимость энергии электронного перехода полиеновых антибиотиков от числа сопряженных двойных связей (n)

Рис. 2. Спектры электронного поглощения амфотерицина В до окисления (1) и после него (2)

вых антибиотиков чувствителен к действию внешних факторов таких, как полярность растворителя, присутствие в растворе кислорода и свободных радикалов [7]. При окислении углеводородов, содержащих ненасыщенные связи, образуются гидроперекиси, которые быстро распадаются в физиологической среде, так как энергия разрыва перекисной связи невелика. Продукты распада могут служить эффективными инициаторами цепей окисления липидов [8, 9]. Полиены, помещенные в систему, где протекают свободнорадикальные процессы, подвергаются воздействию свободных радикалов, образующихся в результате распада гидроперекисей.

На примере гептаеновых антибиотиков (ГА) — леворина, амфотерицина В и микогептина видно, что полиены могут служить оптическими зондами поглощения для изучения свободнорадикальных процессов в биосистемах. В работе использованы как модельные системы биомембран — бислойные липидные липосомы, так и биоструктуры — вирусы гриппа и фибробласты куриных эмбрионов. Фосфолипид яичного желтка получали по методу [10]; способ получения липосом и экспериментальная часть описаны ранее [11, 14].

Молекулы леворина, амфотерицина В, микогептина содержат семь сопряженных двойных связей и обладают характерным для гептаенов спектром электронного поглощения, который расположен в ближней ультрафиолетовой области и имеет четко выраженную колебательную структуру (рис. 2). Абсорбционные характеристики ГА в растворе при комнатной температуре с течением времени изменяются. Оптическая плотность в области поглощения ГА (360—410 нм) снижается, а в области 260—340 нм — увеличивается в результате разрушения гептаеновой системы сопряженных связей при окислении и образования продуктов окисления с числом двойных связей меньше 7. На рис. 2 в качестве примера показано изменение спектра электронного поглощения амфотерицина В в процессе окисления.

Добавление ГА к липосомам вызывает резкое увеличение скорости реакции окисления полиенов. Попадая в липидную фазу, ГА взаимодействуют со свободнорадикальными продуктами, образующимися в реакциях перекисного окисления фосфолипидов. Введение в липосомы холестерина замедляет скорость реакции окисления ГА. Известно [12, 13], что холестерин изменяет структуру бислойной мембраны, следовательно, модификация структурного состояния бислойной мембраны холестерином вызывает резкое изменение скорости перекисного окисления фосфолипидов (рис. 3). В липидной матрице клеточных мембран и оболочек

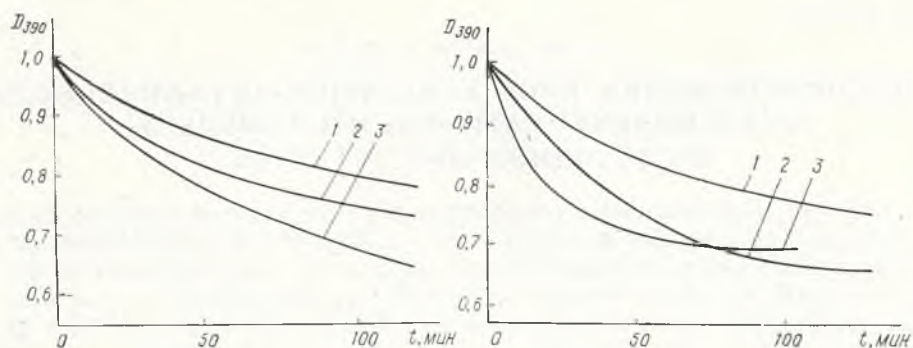


Рис. 3. Кинетические изменения оптической плотности амфотерицина В в растворе ДМФА:Н₂О (1) и при связывании липосомами, содержащими холестерин (2) и без него (3)

Рис. 4. Кинетические изменения оптической плотности амфотерицина В в растворе ДМФА:0,15N NaCl (1), в суспензиях фибробластов куриных эмбрионов (2) и вирусов гриппа (3)

вирусных частиц ГА также подвергаются воздействию свободных радикалов и окисляются [14]. Из рис. 4, на котором приведены кинетические зависимости окисления ГА, полученные для препаратов с одинаковой суммарной площадью поверхности клеток и вирусов в суспензиях, следует, что скорость изменения величины оптической плотности для вирусов выше, чем для клеток, причем скорость окисления гептаенов в обоих суспензиях больше, чем для ГА в растворе. Характер изменения спектров электронного поглощения для липосом, клеток и вирусов аналогичен изменениям поглощения при окислении в растворе.

Таким образом, в растворе и в липидной фазе искусственных и естественных мембран происходит деструкция полиеновых антибиотиков. На примере ГА ясно, что полиены могут служить оптическими зондами для изучения свободнорадикальных процессов, протекающих в мембранах. Кинетические изменения величины оптической плотности полиенов отражают различие скоростей реакции перекисного окисления липидов в мембранах неодинакового происхождения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Владимиров Ю. А., Арчаков А. И. Перекисное окисление липидов в биологических мембранах.— М., 1972.
2. Владимиров Ю. А., Оленев В. И., Суслова Т. Б., Потапенко А. Я.— Итоги науки и техники. Сер. биофизика, 1975, т. 5.
3. Tappel A. L.— *Federat. Proc.*, 1973, v. 32, p. 1870.
4. Tam B. K., McCay P. B.— *Biol. Chem.*, 1968, v. 243, p. 2288.
5. May H. E., McCay P. B.— *Biol. Chem.*, 1970, v. 245, p. 2295.
6. Sondheim F., Ben-Ephraim D. A., Wolofsky R.— *J. Amer. Chem. Soc.*, 1961, v. 83, p. 1675.
7. Хмельницкий А. И., Черенкевич С. Н., Шнейдер М. А.— Тез. докладов Всесоюз. симпозиума «Окисление физиологически активных соединений в биологических мембранах». Одесса, 1979, с. 51.
8. Bateman L., Gee G.— *Proc. Roy. Soc.*, 1948, v. 195A, p. 376.
9. Попов Г. А., Тарусов Б. Н.— *Биофизика*, 1963, т. 8, с. 317.
10. Folch J., Lees M., Sloane-Stanley G. A.— *J. Biol. Chem.*, 1957, v. 226, p. 497.
11. Володько Л. В., Хмельницкий А. И., Черенкевич С. Н.— *ЖПС*, 1979, т. 31, № 1, с. 70.
12. Newman G. C., Huang C.— *Biochemistry*, 1975, v. 14, p. 3363.
13. De Kruijff B., Cullis P. R., Radda G. K.— *Biochem., Biophys. Acta*, 1976, v. 436, p. 729.
14. Судник Ю. М., Хмельницкий А. И., Черенкевич С. Н. и др.— В сб.: Материалы по экспериментальной химиотерапии вирусных инфекций. Итоги и перспективы. Минск, 1979, с. 26.

Поступили в редакцию
11.11.80.

Кафедра биофизики

УДК 53.083.72

А. М. БЕЛЬСКИЙ, М. ПАТЕК

О РАСПРОСТРАНЕНИИ ПРОСТРАНСТВЕННО-ОГРАНИЧЕННОГО КВАЗИМОНОХРОМАТИЧЕСКОГО ИМПУЛЬСА В СВОБОДНОМ ПРОСТРАНСТВЕ

В работе [1] рассмотрено распространение двумерного ограниченного в пространстве и во времени импульса и показано, что ограничение импульса в поперечном направлении приводит к его расплыванию во времени. Однако из общей теории уравнений гиперболического типа известно, что распространение волн в пространствах четного и нечетного чисел измерений имеет различные закономерности [2]. Поэтому остался невыясненным вопрос: связано ли временное расплывание импульсов только с его пространственным ограничением в поперечном направлении или же этот эффект обусловлен двумерным характером поля импульса.

В настоящей работе исследуется распространение трехмерного импульса в свободном пространстве.

Как известно, компоненты напряженности полей светового импульса удовлетворяют волновому уравнению

$$\Delta \psi - \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = 0. \quad (1)$$

Полагая, что поле импульса в плоскости $z=0$ записывается в виде

$$\psi(x, y, 0, t) = \varphi(x, y) \gamma(t), \quad (2)$$

решение уравнения (1) можно представить в виде суперпозиции плоских волн разных частот и направлений распространения:

$$\begin{aligned} \psi(\vec{R}, t) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} A(k_x, k_y, \omega) \times \\ \times \exp \left\{ i \left[\omega t - (k_x x + k_y y + z \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - k_x^2 - k_y^2}) \right] \right\} d\omega dk_x dk_y, \\ R^2 = x^2 + y^2 + z^2. \end{aligned} \quad (3)$$

При $z=0$ формула (3) переходит в трехмерное преобразование Фурье, так что

$$A(k_x, k_y, \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(x, y) \gamma(t) \exp \{ -i [\omega t - (k_x x + k_y y)] \} dt dx dy. \quad (4)$$

Естественно, что структура решения (3) зависит от вида граничного условия (2), которое, вообще говоря, нам неизвестно. Однако во многих случаях можно сделать некоторые предположения о поведении функции A , не конкретизируя ее вида.

Известно, что лазер излучает импульсы, которые являются квазимонохроматическими, т. е. для них $|\Delta\omega| \ll \omega_0$, где $\Delta\omega$ — ширина спектра импульса; ω_0 — средняя частота. Так, даже для ультракоротких импульсов с длительностью $T = 10^{-12}$ с, $|\Delta\omega| \sim \frac{1}{T} = 10^{12}$ с $^{-1}$, $\omega_0 \simeq 2 \cdot 10^{15}$ с $^{-1}$ (при $\lambda = 1$ мкм). Поэтому функция A будет существенно отлична от нуля только при $\omega \sim \omega_0$. Кроме того, как и для пучков бесконечной длительности, ввиду слабой расходимости в пространстве, будем считать, что $k_x, k_y \ll k_0 = \frac{\omega_0}{c}$, так как k_x, k_y имеют порядок ρ_0^{-1} , где ρ_0 — эффективная поперечная ширина импульса в плоскости $z=0$. Следовательно, функция A будет существенно отлична от нуля только для $k_x, k_y \ll k_0$. Учитывая это, в (3) разложим $\left(\frac{\omega^2}{c^2} - k_x^2 - k_y^2 \right)^{1/2}$ в ряд по малым величинам $\Delta\omega \equiv \omega - \omega_0$, k_x, k_y , ограничившись членами третьего порядка малости:

$$\left(\frac{\omega^2}{c^2} - k_x^2 - k_y^2 \right)^{1/2} \simeq k_0 + \frac{\Delta\omega}{c} - \frac{k_x^2 + k_y^2}{2k_0} + \frac{\Delta\omega(k_x^2 + k_y^2)}{2ck_0^2}. \quad (5)$$

Условие применимости приближения (5) получим, потребовав, чтобы вклад первых отброшенных членов в фазу подынтегрального выражения (3) был мал по сравнению с π :

$$z \ll \frac{8\pi k_0^3 (l_0 \rho_0)^4}{\rho_0^4 + 4l_0^4 + 4(\rho_0 l_0)^2}, \quad (6)$$

где $l_0 = cT$ — длина импульса вдоль оси z . При $l_0 \gg \rho_0$ условие (6) переходит в условие применимости параболического приближения для пучков бесконечной длительности. При $k_0 \simeq 6 \cdot 10^4$ см $^{-1}$, $\rho_0 = 10^{-1}$ см, $T = 10^{-12}$ с из (6) получаем $z \ll 3 \cdot 10^4$ км, в то же время для пучков бесконечной длительности $z \ll 1,3 \cdot 10^6$ км, т. е. приближение (6) для ограниченных во времени импульсов применимо на гораздо меньших расстояниях, чем приближение бесконечных во времени пучков. Однако для импульсов длительностью $T \geq 10^{-12}$ с и расстояний в несколько сот километров приближение (6) оказывается вполне удовлетворительным.

Подставляя (5) в (3), получаем

$$\Psi(\vec{R}, t) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} A(k_x, k_y) \gamma \left[t - \frac{z}{c} \left(1 + \frac{k_x^2 + k_y^2}{2k_0^2} \right) \right] \times \\ \times \exp \left[-i \left(k_x x + k_y y - \frac{k_x^2 + k_y^2}{k_0} z \right) \right] dk_x dk_y, \quad (7)$$

где

$$A(k_x, k_y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(x, y) \exp[i(k_x x + k_y y)] dx dy. \quad (8)$$

Формула (7) представляет собой обобщение формулы для поля пучка бесконечной длительности в параболическом приближении (см., например, [3]).

В выражении (7) зависимость функции γ от переменных интегрирования k_x, k_y связана с тем обстоятельством, что угловая расходимость ограниченных монохроматических пучков бесконечной длительности зависит от частоты, а поэтому при рассмотрении ограниченного во времени импульса различные составляющие его монохроматические пучки будут расплываться с разной скоростью и форма импульса будет искажаться. Пренебрегая эффектом неодинакового расплывания пучков разных частот, выражение (7) можно записать в виде

$$\Psi(\vec{R}, t) = \psi(\vec{R}) \gamma \left(t - \frac{z}{c} \right), \quad (9)$$

где функция ψ является выражением для поля пучка бесконечной длительности на частоте ω_0 . В этом случае импульс распространяется в пространстве, не меняя своей формы во времени, а поперечное расплывание пучка в пространстве определяется так же, как и у пучков бесконечной длительности.

Пределы применимости выражения (9) можно оценить следующим образом. Известно, что для так называемых гауссовых пучков на больших расстояниях z радиус поперечного сечения пучка имеет вид [4]: $\rho \cong \frac{2z}{k\rho_0}$. Следовательно, $\Delta\rho \cong \frac{2z}{k^2\rho_0} \Delta k$. Полагая, что $k \cong k_0$, $\Delta k = \frac{1}{c} \Delta\omega \cong \frac{1}{cT}$, из условия $\Delta\rho \ll \rho_0$ получаем, что формулой (9) можно пользоваться для расстояний z , удовлетворяющих условию

$$z \ll \frac{1}{2} k_0^2 \rho_0^2 cT, \quad (10)$$

в то время как более точной формулой (7) — при условии (6). Для $T = 10^{-12}$ с, $\rho_0 = 10^{-1}$ см, $k = 6 \cdot 10^4$ см $^{-1}$ из (10) получаем $z \ll 5,4$ км, т. е. на расстояниях до нескольких сот метров можно считать, что форма ультракороткого импульса не меняется при распространении. Для расстояний вплоть до нескольких сот километров необходимый учет искажения формы импульса можно провести с помощью формулы (7). Для еще больших расстояний формула (7) оказывается уже неточной и вместо параболического приближения необходимо использование более строгих методов.

Для детального анализа искажения формы импульса вследствие зависимости дифракционного расплывания от частоты необходимо знание вида функций $A(k_x, k_y)$ и $\gamma(t)$. Ниже мы рассмотрим импульс, имеющий в плоскости $z=0$ прямоугольную форму во времени и гауссово распределение амплитуды в поперечном сечении, т. е. положим

$$\gamma(t) e^{-i\omega_0 t} = h(t, -T, T) = \begin{cases} 0, & |t| > T \\ 1, & |t| < T \end{cases}, \quad \varphi(x, y) = \exp \left(-\frac{x^2 + y^2}{\rho_0^2} \right). \quad (11)$$

Подставляя (11) в (7), учитывая (8) и проводя интегрирование, для поля импульса получаем выражение:

$$\psi(r, z, t) = \begin{cases} 0, & \bar{t} < -T \\ \frac{1}{2} \rho_0^2 F(r, z, \eta_2) e^{i\omega_0 \bar{t}}, & -T < \bar{t} < T \\ \frac{1}{2} \rho_0^2 [F(r, z, \eta_2) - F(r, z, \eta_1)] e^{i\omega_0 \bar{t}}, & \bar{t} > T \end{cases} \quad (12)$$

$$r^2 = x^2 + y^2,$$

где введены обозначения:

$$F(r, z, u) = \int_0^u e^{-\alpha k^2} I_0(kr) k dk, \quad \bar{t} = t - \frac{z}{c},$$

$$\alpha = \frac{1}{4} \rho_0^2 - \frac{iz}{2k_0}, \quad \eta_1 = k_0 \left[\frac{2c}{z} (\bar{t} - T) \right]^{1/2}, \quad \eta_2 = k_0 \left[\frac{2c}{z} (\bar{t} + T) \right]^{1/2}. \quad (13)$$

В общем случае при произвольном r функция F не выражается в явном виде через табулированные функции и для определения поля импульса необходимо привлечение численных методов, поэтому для выяснения вопроса о расплывании импульса во времени при распространении мы ограничимся исследованием поля импульса лишь в окрестности оси z . Согласно (13), функция F вычисляется точно на оси z (при $r=0$): $F(0, z, u) = \frac{1}{2\alpha} (1 - e^{-\alpha u^2})$; в этом случае поле импульса запишется в виде:

$$\psi(0, z, t) = \frac{\rho_0}{\rho} \left\{ 1 - \exp \left[\left(i\omega_0 T - \frac{1}{\tau} \right) (\bar{t} + T) \right] \right\} \times$$

$$\times \exp \left(i\omega_0 \bar{t} + i \arctg \frac{2z}{k_0 \rho_0^2} \right), \quad -T < \bar{t} < T, \quad (14)$$

$$\psi(0, z, t) = \frac{\rho_0}{\rho} \exp \left(-\frac{\bar{t}}{\tau} \right) \left[\exp \left(\frac{T}{\tau} - i\omega_0 T \right) - \exp \left(-\frac{T}{\tau} + i\omega_0 T \right) \right] \times$$

$$\times \exp \left(2i\omega_0 \bar{t} + i \arctg \frac{2z}{k_0 \rho_0^2} \right), \quad \bar{t} > T, \quad (15)$$

где

$$\tau = \frac{2z}{k_0^2 \rho_0^2 c},$$

а $\rho(z) = \rho_0 \left[1 + \left(\frac{2z}{k_0 \rho_0^2} \right)^2 \right]^{1/2}$ — радиус гауссова пучка бесконечной длительности в сечении $z = \text{const}$ (см., например, [4]).

Выражения (14)–(15) описывают поле импульса не только на оси z , но и в некоторой ее окрестности, в которой в подынтегральном выражении (13) можно положить $I_0(kr) \simeq 1$. Очевидно, это возможно, если $r \eta_{1,2} \ll 1$ или же $r \ll \frac{1}{k_0} \sqrt{\frac{z}{2ct'}}$, где $t' = t + T$ — время, отсчитываемое от момента прихода импульса в плоскость $z = \text{const}$.

Таким образом, согласно (14)–(15), форма импульса при больших z может существенно исказиться. Прямоугольный в плоскости $z=0$ импульс по мере распространения приобретает форму, аналогичную форме электрического импульса, проходящего через интегрирующую цепочку. Передний фронт импульса сглаживается, нарастая по экспоненте с характерным временем релаксации τ , определяемом формулой (15); у импульса появляется «хвост», спадающий экспоненциально с тем же временем релаксации τ . Время релаксации не зависит от длительности импульса, что вполне понятно, и растет пропорционально пройденному расстоянию z . Отметим, что искажением формы импульса можно пре-

небрежь, если $\tau \ll T$, что, согласно (15), выполняется для z , удовлетворяющих условию (10), полученному выше из других соображений. Для импульса с $k_0 = 6 \cdot 10^4 \text{ см}^{-1}$, $T = 10^{-12} \text{ с}$, $\rho_0 = 10^{-1} \text{ см}$ условие $\tau = T$ достигается при $z \approx 5,4 \text{ км}$ и для $z \geq 5 \text{ км}$ форма прямоугольного импульса полностью искажается по сравнению с первоначальной. Время релаксации сильно зависит от поперечного радиуса импульса ρ_0 ; импульсы, неограниченные в поперечном направлении ($\rho_0 \rightarrow \infty$), распространяются в свободном пространстве без искажения своей формы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бельский А. М., Хапалюк А. П. — ЖПС, 1972, т. 17, с. 150.
2. Адамар Ж. Задача Коши для линейных уравнений с частными производными гиперболического типа. — М., 1978.
3. Хапалюк А. П., Нестеренко Т. М. — Вестн. Белорусского ун-та. Сер. 1, мат., физ. и мех., 1970, № 1, с. 52.
4. Маркузе Д. Оптические волноводы. — М., 1974.

Поступила в редакцию
04.12.80.

Кафедра физической оптики

УДК 621.373.018.756 : 621.373.029.67

В. А. ДАНИЛОВ, С. А. ЗЕНЧЕНКО

О ВЛИЯНИИ НЕСТАБИЛЬНОСТЕЙ МОДУЛИРУЮЩЕГО СИГНАЛА НА РЕЖИМ СИНХРОНИЗАЦИИ МОД АИГ: Nd ЛАЗЕРА

Синхронизация мод АИГ:Nd лазера достаточно полно исследована теоретически [1, 2] и экспериментально [3, 4]. В этих работах в основном рассматриваются условия возникновения синхронизации мод, зависимости параметров оптических импульсов от расстройки частоты модуляции и частоты межмодовых биений лазера. Такая расстройка приводит к изменению фазовых, амплитудных и временных характеристик оптических импульсов. В то же время практически не изучено влияние неустойчивостей модулирующего сигнала на выходные характеристики лазера, которые могут иметь большое значение, например, при использовании лазера в системах оптической связи [4, 5]. Неустойчивости модулирующего сигнала могут вызываться неустойчивостями источников питания, а также тем, что задающие генераторы могут быть построены на принципе умножения частоты.

Цель настоящей работы — исследование допустимых пределов неустойчивостей модулирующего сигнала и их влияние на режим синхронизации мод лазера на АИГ: Nd.

Блок-схема экспериментальной установки показана на рис. 1.

Синхронизация мод АИГ: Nd лазера, состоящего из резонатора, образованного двумя зеркалами 1 и 2, и активной среды 3, осуществлялась с помощью акустооптического модулятора 4. Оптическая длина резонатора 75 см. Для питания лампы накачки и охлаждения лазера применялись блоки стандартного лазера типа ЛТ-2. Высокочастотный сигнал на модулятор поступал от генератора 5 через усилитель мощности 6.

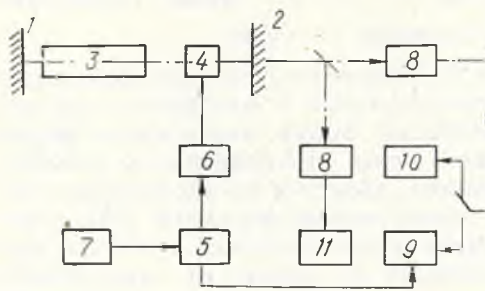


Рис. 1. Блок-схема экспериментальной установки

Модуляция высокочастотного сигнала осуществлялась с помощью звукового генератора 7. Режим синхронизации мод контролировался с помощью лавинных фотодиодов 8, сигнал с которых поступал на стробоскопический 9 или широкополосный 10 осциллографы и спектроанализатор 11. Частота модуляции высокочастотного сигнала изменялась в диапа-

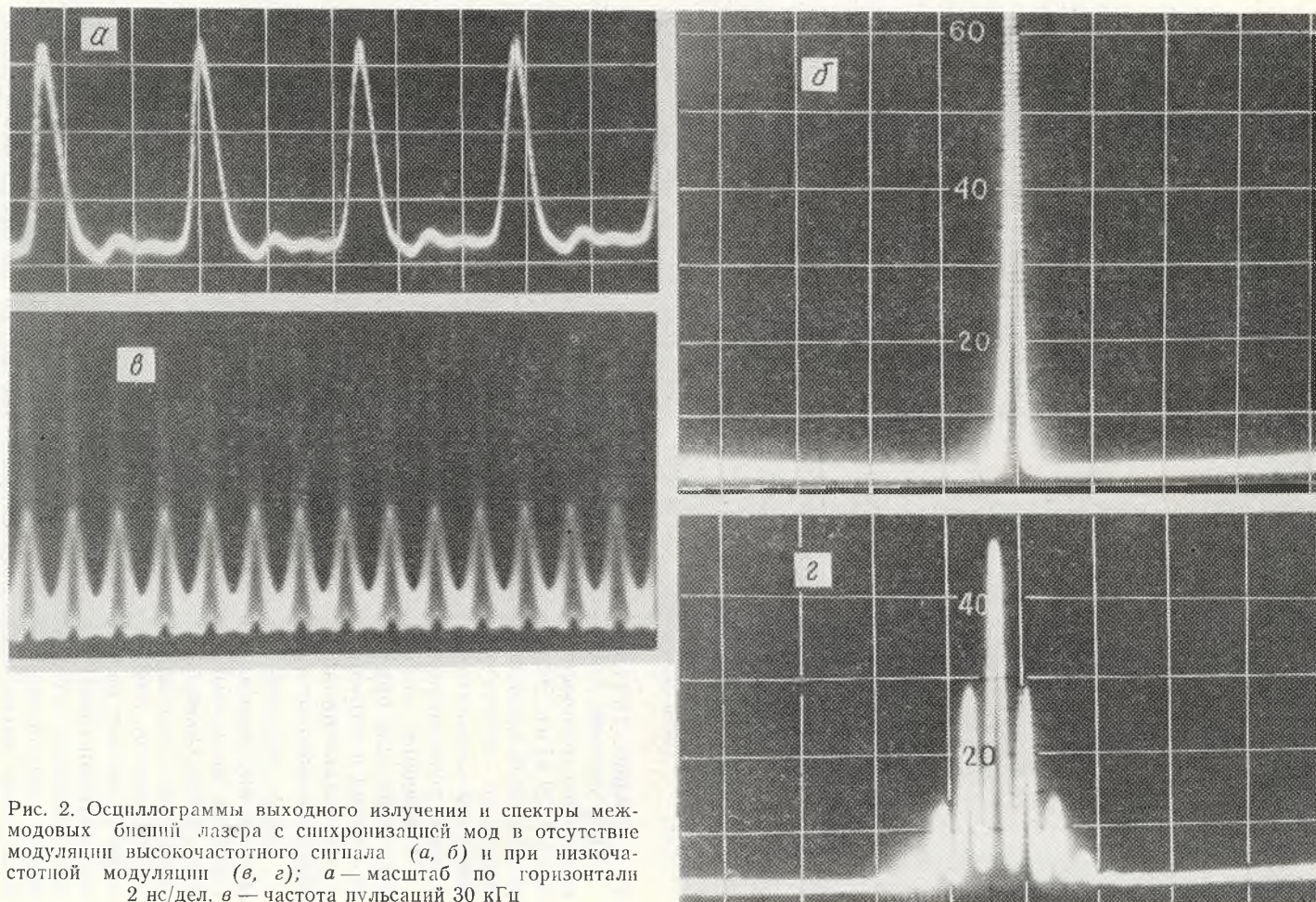


Рис. 2. Осциллограммы выходного излучения и спектры межмодовых биений лазера с синхронизацией мод в отсутствие модуляции высокочастотного сигнала (*а, б*) и при низкочастотной модуляции (*в, г*); *а* — масштаб по горизонтали 2 нс/дел, *в* — частота пульсаций 30 кГц

зоне 20 Гц — 200 кГц, глубина модуляции — 3—50 %, что приводило к дополнительной внутрирезонаторной модуляции от 0,01 до 1,5 %. Глубина модуляции выходного оптического излучения измерялась по осциллограммам.

Как видно из рис. 2 и 3, в отсутствии модуляции высокочастотного сигнала, подаваемого на акустооптический модулятор, на выходе лазера существует стабильная последовательность оптических импульсов, длительность, амплитуда и фаза которых будут определяться величиной расстройки частоты межмодовых биений от частоты модуляции [4]. Если

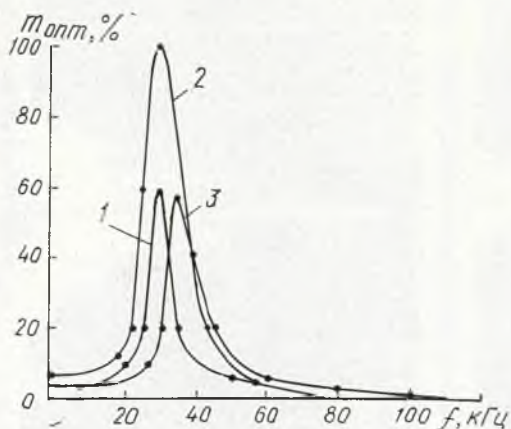


Рис. 3. Зависимость глубины модуляции выходного оптического излучения от частоты модуляции высокочастотного сигнала: 1, 3 — глубина модуляции высокочастотного сигнала 20 %; 2 — глубина модуляции высокочастотного сигнала 50 %

высокочастотный сигнал промодулирован, выходное оптическое излучение также оказывается промодулированным, причем глубина модуляции зависит от частоты модулирующего сигнала (см. рис. 3). В области частот 20—30 кГц увеличение глубины модуляции высокочастотного сигнала с 20 % (кривая 1) до 50 % (кривая 2) приводит к переходу лазера в режим незатухающих пульсаций (см. рис. 2, в), и в спектре межмодовых биений (см. рис. 2, г) появляются составляющие, соответствующие возбуждению в лазере релаксационных колебаний, угловая частота которых может быть определена из [6]: $\omega = (\tau_Q \cdot \tau_R)^{-1/2}$, где τ_Q — время жизни фотона в резонаторе;

τ_R — среднее стимулированное время жизни.

При частотах модулирующего сигнала > 50 кГц глубина модуляции выходного оптического излучения меньше, чем в низкочастотной области (< 20 кГц). Это связано с тем, что эти частоты лежат за границами резонансной кривой акустооптического модулятора, определяемой резонансными свойствами материала светозвукопровода и качеством изготовления модулятора. Для модулятора, используемого в эксперименте, ширина резонансной кривой ~ 50 кГц.

Увеличение мощности генерации за счет большего превышения порога генерации приводит к смещению максимума модуляции оптического излучения в сторону высоких частот (см. рис. 3, кривая 3), так как частота релаксационных колебаний в лазере на АИГ: Nd зависит от превышения мощности над пороговой [6].

Таким образом, нестабильность высокочастотного сигнала, подводимого к внутрирезонаторному модулятору, вызывает резкое увеличение глубины модуляции оптического излучения (вплоть до перехода в режим незатухающих пульсаций) на частотах, близких к частотам релаксационных колебаний в резонаторе. Увеличение мощности накачки и, следовательно, повышение частоты релаксационных колебаний, позволит вывести частоту релаксационных колебаний за пределы резонансной кривой акустооптического модулятора и таким образом повысить устойчивость режима синхронизации мод к внешним воздействиям. В области частот модуляции, лежащих ниже частоты релаксационных колебаний, модуляция высокочастотного сигнала (до 20 %) не оказывает существенного влияния на характер работы лазера с синхронизованными модами.

Эти результаты следует учитывать при разработке устройств привода внутрирезонаторных модуляторов для синхронизации мод АИГ: Nd лазера. В спектре сигнала на выходе таких устройств должны отсутство-

вать составляющие, которые соответствуют частотам релаксационных колебаний и кратны им. Это связано с тем, что для синхронизации мод могут использоваться электрооптические модуляторы, помещенные в согласующий контур, добротность которого обычно ниже, чем добротность акустооптических модуляторов, а полоса пропускаемых частот выше.

ЛИТЕРАТУРА

1. Kuizenga D. J., Siegman A. E.— IEEE J. Quant. Electrons., 1970, v. QE-6, p. 694.
2. Miyashita T., Ikenoue J.— Jap. J. Appl. Phys., 1976, v. 15, № 1, p. 99.
3. Kuizenga D. J., Siegman A. E.— IEEE J. Quant. Electron., 1970, v. QE-6, p. 709.
4. Данилов В. А., Зенченко С. А.— Квантовая электроника, 1978, т. 5, с. 2447.
5. Гейсик, Бриджес, Панков.— ТИИЭР, 1970, т. 58, с. 18.
6. Danielmeyer H. G.— J. Appl. Phys., 1970, v. 41, p. 4014.

Поступила в редакцию
04.12.80.

НИИ ПФП

УДК 621.315.592

Л. А. КАЗАКЕВИЧ, В. И. КУЗНЕЦОВ, П. Ф. ЛУГАКОВ,
Т. А. ЛУКАШЕВИЧ, В. В. ШУША

ОБРАЗОВАНИЕ И ОТЖИГ ТОЧЕЧНЫХ И ГРУППОВЫХ РАДИАЦИОННЫХ ДЕФЕКТОВ В КРЕМНИИ РАЗЛИЧНОГО ИСХОДНОГО СОВЕРШЕНСТВА

Изучались процессы образования и отжига радиационных дефектов (РД) в зонном и тянутом кремнии *n*- и *p*-типа с различной концентрацией легирующих ($1 \cdot 10^{12} \div 1 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$) и остаточных ($5 \cdot 10^{14} \div 1 \cdot 10^{18} \text{ см}^{-3}$) примесей и плотностью дислокаций $N_D = 1 \cdot 10^4 \div 2 \cdot 10^7 \text{ см}^{-2}$. Облучение вели гамма-квантами ^{60}Co и тормозного спектра ($E_M = 100 \text{ МэВ}$), электронами ($E_e = 2 - 100 \text{ МэВ}$), протонами ($E_p = 16 \div 8600 \text{ МэВ}$), реакторными нейтронами. Измерялись температурные и дозовые зависимости коэффициента Холла, холловской подвижности (μ_H) и времени жизни носителей заряда (τ), а также инжекционные зависимости τ . Из их анализа определены энергетический спектр уровней вводимых облучением РД, температуры и энергии активации их отжига ($t_{\text{отж}}$, $\Delta E_{\text{отж}}$), коэффициенты захвата электронов (C_n) и дырок (C_p), а также зависимости начальных скоростей введения РД от энергии бомбардирующих частиц и примесного состава кристаллов. На основании результатов экспериментов и машинного моделирования кинетики накопления РД методом квазихимических реакций с учетом литературных данных сделаны заключения о природе основных компенсирующих, рассеивающих и рекомбинационных РД. Так, при всех видах облучения происходит образование комплексов кислород — углерод — дивакансия ($\text{C} - \text{O} - \text{W}$); бор — дивакансия ($\text{B} - \text{W}$); $\text{A} - (\text{O} - \text{V})$, E — центров ($\text{P} - \text{V}$), междоузельного углерода (C_I), дивакансий (W). В таблице приведены определенные нами параметры этих РД. В зависимости от энергии и вида бомбардирующих частиц (энергии E_a первично выбитого атома — ПВА) РД могут быть точечными, равномерно распределенными в объеме кристалла (облучение гамма-квантами ^{60}Co , электронами с $E_e \leq 10 \text{ МэВ}$) или входить в состав групповых структурных нарушений (области скопления дефектов — ОСД), создаваемых гамма-квантами тормозного спектра, нейтронами, протонами, электронами с $E_e > 10 \text{ МэВ}$. Учитывая энергетический спектр (см. таблицу) уровней дивакансий, их накоплением можно объяснить *n* — *p* конверсию типа проводимости и стабилизацию уровня Ферми (E_F) у $E_v + (0,48 \pm 0,02) \text{ эВ}$, как это наблюдается на опыте при облучении зонного *n*-кремния протонами и нейтронами, когда за счет каскадного механизма дефектообразования дивакансия эффективно об-

Параметры радиационных дефектов в кремнии

Уровни, эВ	$T_{отж}, ^\circ\text{C}$	$\Delta E_{отж}, \text{эВ}$	$C_n, \text{см}^3 \cdot \text{с}^{-1}$	$C_p, \text{см}^3 \cdot \text{с}^{-1}$	Природа
$E_v + 0,35$	350—420	$1,8 \pm 0,1$	$2 \cdot 10^{-8}$	$2 \cdot 10^{-10}$	$(\text{C—O—W})^+$
$E_c - 0,47$			$5 \cdot 10^{-8}$	$2 \cdot 10^{-7}$	$(\text{C—O—W})^-$
$E_v + 0,28$	80—150	$0,8 \pm 0,1$	$2,5 \cdot 10^{-7}$	$5,3 \cdot 10^{-9}$	$(C_i)^+$
$E_v + 0,21$	350—400	$1,7 \pm 0,05$	$1,2 \cdot 10^{-7}$	—	$(\text{B—W})^+$
$E_v + 0,27$	250—300	$1,25 \pm 0,05$	$1,3 \cdot 10^{-8}$	$2,6 \cdot 10^{-10}$	$(W)^+$
$E_c - 0,40$			$8,6 \cdot 10^{-9}$	$1,8 \cdot 10^{-7}$	$(W)^-$
$E_c - 0,17$	300—350	$1,6 \pm 0,05$	—	$8,0 \cdot 10^{-7}$	$(\text{O—V})^-$
$E_c - 0,43$	150—200	—	$1,6 \cdot 10^{-8}$	$1,4 \cdot 10^{-7}$	$(\text{P—V})^-$

разуется как первичный РД. В таком случае так называемое «предельное» положение $E_F = E_v + 0,39$ эВ [1, 2], которое имеет место при облучении гамма-квантами Co^{60} и электронами разных энергий, связано с образованием, помимо дивакансии, какого-то другого многозарядного РД, в состав которого, вероятно, входят атомы углерода. Подчеркнем, что независимо от вида бомбардирующих частиц, степени легирования и метода выращивания кристаллов кремния при длительном облучении достигается предельное положение E_F у середины запрещенной зоны, связанное с накоплением собственных структурных нарушений вакансионного и междоузельного типов.

Скорости введения А-, Е-центров и междоузельного углерода существенно уменьшаются с ростом плотности дислокаций (почти на порядок при $N_D = 1 \cdot 10^7 \text{ см}^{-2}$). При этом вероятность взаимодействия вакансий с дислокациями, как следует из оценок, примерно в $5,3 \cdot 10^3$ больше, чем с атомами кислорода, а вероятность взаимодействия междоузельных атомов с дислокациями в $4 \cdot 10^3$ выше, чем с атомами углерода. Это свидетельствует об определяющей роли полей упругих напряжений вокруг дислокаций, под воздействием которых генерируемые облучением вакансии и междоузельные атомы притягиваются к дислокациям, где они либо исчезают на краю лишней полуплоскости, либо аннигилируют между собой. Возможно также комплексобразование первичных РД с примесными атомами и между собой вблизи дислокаций, что приводит к некоторому увеличению эффективности введения комплексов кислород — углерод — дивакансия в дислокационных кристаллах, а также к независимости скорости введения дивакансий от плотности дислокаций. Следует отметить еще одну особенность радиационного дефектообразования в дислокационном кремнии: ОСД в таком материале образуются преимущественно вблизи дислокаций, на что указывают эксперименты по изучению изменения μ_n в дислокационном кремнии, содержащем ОСД, а также данные по влиянию дислокаций на накопление основных РД.

Вводимые облучением ОСД, как следует из анализа результатов эксперимента, состоят из центральной части (ядра) и периферии. Последнюю формируют комплексы первичных РД с примесными атомами, тогда как ядро образуется преимущественно из собственных дефектов структуры (вакансионных и междоузельных ассоциаций типа дивакансий, димеждоузлий и др.). Размеры ядер и периферии ОСД зависят от температуры облучения, E_a и содержания примесей в кристаллах. Так, размеры периферийной части и ядра ОСД уменьшаются при увеличении концентрации легирующих и технологических примесей. Расчеты дают, например, что в тянутом *n*-кремнии (концентрация кислорода $N_O \approx 8 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$) радиус (R) оболочки, которую образуют А-центры, примерно равен $8 \cdot 10^3 \text{ \AA}$ (облучение протонами 660 МэВ при $t \approx 20^\circ\text{C}$), тогда как в идентичных ($n_0 = 1 \cdot 10^{13} - 1 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$) зонных кристаллах (концентрация углерода $N_C \approx 1 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$) R оболочки, сформированной в

основном дефектами, включающими в свой состав углерод (РД с уровнем $E_c = 0,17$ эВ) составляет величину около $(1,5 \div 2) \cdot 10^4$ Å. Радиус ядер ОСД в этих же кристаллах при таком облучении равен соответственно $(1 \div 2) \cdot 10^3$ и $(2 \div 3) \cdot 10^3$ Å. Протоны с энергией 10—50 МэВ (E_a здесь близко к пороговой энергии для образования ОСД) создают ОСД с ядрами значительно меньших размеров и нейтральной частью в них. ОСД с увеличением температуры облучения вначале увеличиваются ($t_{обл} < 400$ °С), что объясняется возрастанием миграции из ядра первичных РД, а затем ($t_{обл} > 400$ °С) — уменьшаются из-за снижения эффективности введения РД, формирующих периферийную часть ОСД, и увеличения аннигиляции первичных РД. Для выяснения природы РД, входящих в состав ядер ОСД, были изучены процессы перестройки дефектов при отжиге сильнооблученных (ядра ОСД перекрыты) кристаллов. Эти эксперименты позволили установить энергетический спектр уровней и температурный интервал устойчивости ряда дефектов, большинство из которых являются акцепторными многовакансионными комплексами (МВК), эффективно образующимися при «горячем» ($t_{обл} = 400—700$ °С) облучении: $E_v + 0,29$ (400—650 °С), $E_v + 0,32$ (500—750 °С), $E_v + 0,22$ (500—750 °С), $E_v + 0,15$ (500—800 °С), $E_v + 0,10$ (600—750 °С) и $E_c = -0,24$ эВ (450—800 °С). Кроме МВК, в состав ядер ОСД входят также димеждоузлия (Si—В3-центры), вносящие в запрещенную зону акцепторный ($E_c = 0,40$ эВ) и донорный ($E_v + 0,35$ эВ) уровни и отжигающиеся при $t = 300 \div 500$ °С.

Дефекты, из которых состоят ОСД, являются эффективными центрами рекомбинации (РЦ) неравновесных носителей заряда (ННЗ). В зависимости от условий эксперимента изменяется вклад отдельных РД в процессы рекомбинации. При низком уровне возбуждения ($\Delta n/n_0 < 10^{-2}$) и температурах $T \gtrsim 250$ К доминирующими РЦ в кристаллах, содержащих ОСД, являются дивакансии. При рекомбинации носителей на ОСД имеет место ряд особенностей, для интерпретации которых были предложены модели [3, 4], учитывающие наличие потенциальных барьеров Ψ вокруг ОСД. Эти модели рекомбинации позволили качественно объяснить высокую чувствительность τ к уровню возбуждения ННЗ. Однако экспериментально полученные нами аномально высокие значения эффективных коэффициентов захвата неосновных ННЗ ($C_p^*, C_n^* = 3 \cdot 10^{-6}$ см³ · с⁻¹) на уровне дивакансии в ОСД и слабая зависимость C_p^*, C_n^* от величины ψ , а тем самым и зависимость K_τ от степени легирования кристаллов не могут быть описаны в рамках известных моделей [3, 4]. В связи с этим нами проанализированы процессы рекомбинации ННЗ на ОСД и разработана модель с учетом следующих предположений.

1. Из-за захвата неосновных ННЗ полем ОСД скорость рекомбинации на дефектах в ОСД увеличивается в $K_s = V_{опз} \cdot V_{осд}^{-1}$ раз по сравнению со скоростью рекомбинации на таком же числе равномерно распределенных по кристаллу дефектов.

2. Рекомбинация ННЗ происходит в области внутреннего заряда ОСД.

3. Размеры ОСД $r \ll L_p^K$ диффузионной длины ННЗ в ОСД.

4. Доля объема, занимаемая ОСД $f \ll 1$.

5. Расстояние между соседними ОСД $R \ll L_p^M$ диффузионной длины ННЗ в матрице. Решив систему кинетических уравнений, получаем:

$$\tau = \frac{C_n^* (n_0 + n_1^* + \Delta n) + C_p^* (p_0 + p_1^* + \Delta p)}{MC_n^* C_p^* (n_0 + p_0 + \Delta n)},$$

где $C_n^* = C_n \alpha_n K_s$; $C_p^* = C_p \alpha_p K_s$; $\alpha_p = \exp\left(-\frac{\psi}{kT}\right)$; $\alpha_n = \exp\left(-\frac{\psi}{kT}\right)$; $n_1^* = n_1 \alpha_p$; $p_1^* = p_1 \alpha_n$; $V_{осд}$ и $V_{опз}$ — объемы областей внутреннего и внешнего заряда ОСД. Из оценок следует, что для n — Si с $n_0 = 1 \cdot 10^{13} \div 4 \cdot 10^{14}$ см⁻³ при $T = 330$ К ψ изменяется в пределах 0,01—0,06 эВ, а

K_S соответственно от 13 до 2. С учетом этих данных, энергетического спектра уровней РЦ, скоростей их введения и коэффициентов захвата ННЗ на них удалось на основании предложенной модели удовлетворительно описать (качественно и количественно) экспериментально получаемые зависимости $\tau(T)$, $\tau\left(\frac{\Delta n}{n_0}, \frac{\Delta p}{p_0}\right)$, $K_\tau(n_0, p_0)$ [5, 6].

ЛИТЕРАТУРА

1. Конозенко И. Д., Семенюк А. К., Хиврич В. Т.—Phys. Stat. Sol. 1969, v. 35, N 2, p. 1043.
2. Kholodar G. A., Vinetskii—Phys. Stat. Sol. (a), 1975, v. 30, N 1, p. 47.
3. Curtis O. L., Germano C. A.—IEEE Trans. Nucl. Sci., 1967, v. NS-17, N 6, p. 68.
4. Коноплева Р. Ф., Юферев А. А.—ФТП, 1975, т. 9, № 3, с. 413.
5. Лугаков П. Ф., Ткачев В. Д., Шуша В. В.—ФТП, 1979, т. 13, № 5, с. 875.
6. Лугаков П. Ф., Шуша В. В.—ФТП, 1979, т. 13, № 9, с. 1739.

Поступила в редакцию
29.12.80.

НИИ ПФП

УДК 612.014.1

В. П. ЗОРИН, А. В. ТИМОШЕНКО, С. Н. ЧЕРЕНКЕВИЧ

ИЗМЕРЕНИЕ АКТИВНОСТИ ИОНОВ H^+ В КЛЕТОЧНЫХ СУСПЕНЗИЯХ ФЛУОРЕСЦЕНТНЫМ СПОСОБОМ

Для определения концентрации ионов водорода внутри клеток (pH_i) применяются различные методы [1—7]. Микроэлектродная техника используется обычно при измерении pH_i или изменений этой величины в клетках достаточно больших размеров [2]. Использование спектрофотометрических методов [3] нежелательно вследствие низкой точности измерений. В экспериментах со сравнительно большим числом клеток pH_i можно найти, измеряя распределение ионов слабых кислот и оснований между внутриклеточным и внеклеточным водными объемами [4, 5]. Этот метод требует постоянного контроля за величиной внутриклеточного объема, весьма чувствительного к изменению солевых условий среды. В ряде исследований использованы флуоресцентные методы с применением производных флуоресцеина [6, 7], в частности, ряда конъюгатов изотиоцианата флуоресцеина. Последним способом можно воспользоваться при исследовании процессов в лимфоидных клетках, которые сопровождаются изменением pH_i . В данной работе описывается метод измерения pH_i с помощью ФИТЦ-меченой иммуноглобулиновой сыворотки (ИГ-ФИТЦ).

Материал и методика

Исследовали клетки тимуса самок крыс, иммунизированных сывороточным альбумином человека (срок иммунизации 3—10 дней). Клеточные взвеси получали аналогично методу [8]; pH раствора меняли, используя фосфатный буфер с низкой ионной силой ($\mu=0,02$). Значение pH контролировали с помощью pH -метра « pH -262» (точность 0,01 ед. pH).

Суспензию клеток, к которой добавляли раствор ИГ-ФИТЦ с получением конечной концентрации 0,1 мг/мл, инкубировали при 37 °С, а затем трижды отмывали раствором Хэнкса (центрифугирование 10 мин при 500g). Полученный препарат клеток немедленно использовали для измерений. Концентрация клеток в исследованных образцах $1—3 \cdot 10^6$ кл/мл.

Флуоресцентные характеристики измеряли на установке, описанной ранее [9]. Интенсивность флуоресценции определяли при длине волны $\lambda=520$ нм. Для исследования спектров поглощения применяли спектрофотометр «SPECORD-UV VIS».

Все измерения проведены при комнатной температуре. В работе использованы препараты и реактивы отечественного производства.

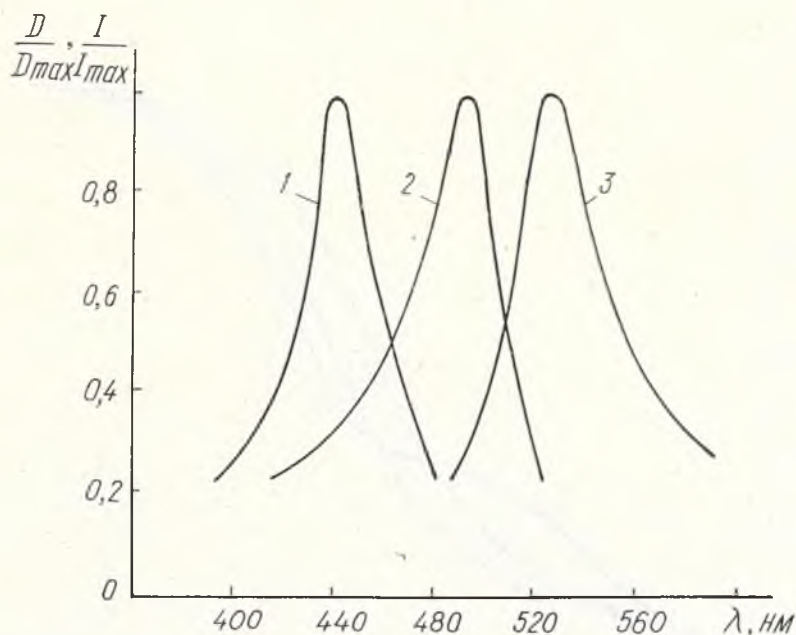


Рис. 1. Спектры поглощения ИГ-ФИТЦ при рН 1,7 (1) и рН 8,0 (2); 3 — спектр флуоресценции ИГ-ФИТЦ при рН 8,0

Результаты и их обсуждение

Спектр поглощения ИГ-ФИТЦ, как видно из рис. 1, зависит от концентрации ионов водорода в растворе. В спектре щелочных растворов преобладает полоса с максимумом при 490 нм, для кислых сред получен спектр с максимумом коротковолновой полосы при 440 нм. Спектр возбуждения при варьировании рН изменяется аналогично спектрам поглощения. Максимум спектра флуоресценции ИГ-ФИТЦ находится при 525 нм. При переходе к кислым средам положение максимума не изменяется, но происходит уширение спектра флуоресценции.

Зависимость спектров поглощения ИГ-ФИТЦ от рН раствора может быть использована для определения концентрации ионов водорода в среде. Отношение n интенсивностей флуоресценции ИГ-ФИТЦ при возбуждении в длинно- и коротковолновой полосах спектра возбуждения является параметром, однозначно определяющим значение рН среды, в которой находятся флуоресцирующие молекулы (рис. 2, кривая 1). Этот параметр практически не зависит от ионной силы раствора (для концентрации NaCl меньше 1 М) и типа буфера. С течением времени наблюдается медленное увеличение интенсивности свечения суспензий клеток (рис. 3). Известно, что в лимфоидных клетках происходит пиноцитоз иммуноглобулинов при участии связывающих их поверхностных рецепторов с последующим образованием новых рецепторов [10]. Процесс пиноцитоза тормозится при низких температурах. Увеличение со временем интенсивности флуоресценции суспензии исследуемых клеток при инкубировании их с ИГ-ФИТЦ можно объяснить накоплением зонда в клетке. При низких температурах инкубирования (0—4 °С) интенсивность флуоресценции суспензий практически не изменяется со временем, что подтверждает предположение о пиноцитозе ИГ-ФИТЦ внутрь клеток при более высоких температурах.

Изменение интенсивности флуоресценции во времени носит линейный характер, что указывает на способность клеток к пиноцитозу с постоянной скоростью в течение относительно большого промежутка времени.

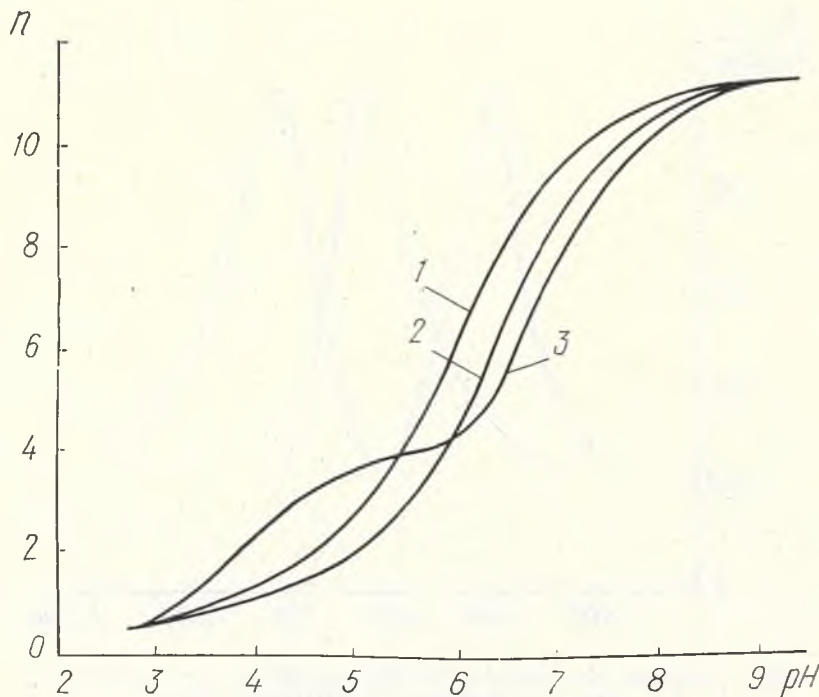


Рис. 2. Зависимость параметра n от рН для фосфатного буфера (1), для суспензий лимфоцитов, инкубированных совместно с ИГ-ФИТЦ в течение 30 мин (2) и 4 ч (3)

На рис. 2 показана зависимость параметра n ($n = \frac{\lambda_{\text{ВОЗБ } 485}}{\lambda_{\text{ВОЗБ } 435}}$) от рН раствора для клеток, инкубированных в течение 30 мин (кривая 2) и 4 ч (кривая 3). Кривая 2 по отношению к калибровочной кривой 1 в целом смещена вправо на 0,40—0,45 единицы рН. При низких значениях рН кривая 3 идет выше калибровочной и пересекает ее при значениях рН 5,5—5,7. Этот факт характеризует обусловленную наличием клеток неоднородность распределения ионов H^+ в среде. При рН ниже 3 и выше 9 ход кривых 2 и 3 почти совпадает с ходом кривой 1. Очевидно, при этих значениях рН происходит разрушение клеточных структур, приводящее к исчезновению существующей в исходных препаратах неравномерности распределения ионов H^+ в растворе и клетках.

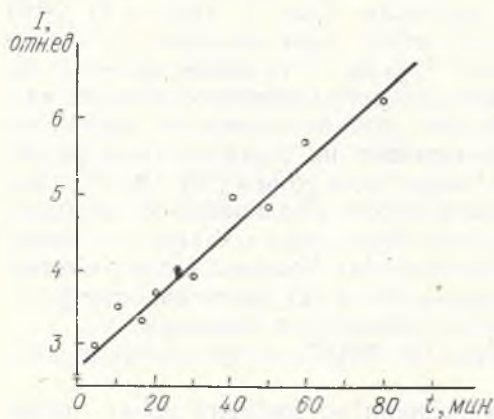


Рис. 3. Зависимость интенсивности флуоресценции ИГ-ФИТЦ от времени его инкубирования в суспензии клеток

Представленные результаты показывают возможность использования ИГ-ФИТЦ в качестве рН-зонда при исследовании клеток лимфоидной ткани. Однако необходимо считаться с возможностью различной локализации молекул ИГ-ФИТЦ в клетке.

Часть молекул находится у поверхности клеток, часть — в клетке. Вследствие неодинаковой локализации макромолекул, несущих флуоресцентную метку, относительно буферного барьера клетки — ее поверхностной мем-

браны, их реакция на изменение рН среды будет различна (см. рис. 2). Наличие значительного электрического заряда на поверхности клетки и электрического поля, создаваемого им, обуславливает неоднородное распределение ионов в растворе [11], в том числе и ионов водорода. Разность электростатических потенциалов между поверхностью клетки и средой должна быть скомпенсирована разностью химического потенциала. Связь между величиной электростатического потенциала Ψ и градиентом концентрации ионов H^+ (ΔpH) в растворе определяется соотношением $\Delta pH = \frac{e}{2,3 kT} \cdot \Psi$, где k — постоянная Больцмана; T — температура, K ; e — элементарный заряд.

При малых временах инкубирования клеток в растворе с ИГ-ФИТЦ наибольший вклад в интенсивность флуоресценции будут вносить молекулы зонда, локализованные на поверхности клеток. При этом величина ΔpH равна 0,40—0,45 и постоянна в широкой области изменений рН раствора. Полученное значение ΔpH соответствует Ψ 24—27 мВ.

При длительном инкубировании клеток флуоресценция обусловлена хромофорами ФИТЦ, находящегося в клетке. В этом случае ход зависимости n от рН является характерным для буферной системы. Известно, что в физиологической среде клетки обладают значительной буферной емкостью. Тем не менее, величина pH_i зависит от рН и буферных свойств внешней среды [7], а также от присутствия ряда химических агентов [12]. Анализ причин зависимости pH_i от рН для лимфоидных клеток в настоящее время преждевременен до окончательного выяснения природы мест локализации зонда в клетке. Отметим, что полученные результаты позволяют оценить для лимфоцитов тимуса при физиологически умеренных значениях рН внешней среды величину pH_i , равную 5,5—5,7. Столь низкое значение pH_i может быть связано с тем, что определенная часть красителя находится внутри клеточных лизосом [6].

ЛИТЕРАТУРА

1. Sheldon Adler, Fraley Donald S.—*Kidney Int.*, 1977, v. 11, № 6, p. 433.
2. Сорокина З. А.—*Цитология*, 1961, т. 3, № 1, с. 48.
3. Литинская Л. Л., Векслер А. М. и др.—*Stud. biophys.*, 1979, v. 77, № 1, p. 69.
4. Hinke J. A., Menard M. R.—*Respirat. Physiol.*, 1978, v. 33, № 1, p. 31.
5. Garcia Sancho J., Sanchez A.—*Biochim. et biophys. acta*, 1978, v. 509, № 1, p. 148.
6. Ohkuma Shoji, Brian Poole.—*Proc. Nat. Acad. Sci. USA*, 1978, v. 75, № 7, p. 3327.
7. Visser J. M. H., Jongeling A. A. M., Tanke H. J.—*J. Histochem. and Cytochem.*, 1979, v. 27, № 1, p. 32.
8. Зорин В. П., Левин В. И. и др.—*Материалы III Всесоюзной конференции по химиотерапии злокачественных опухолей*. Минск, 1977, с. 121.
9. Перцев А. Н., Писаревский А. И. и др.—*ЖПС*, 1964, т. 1, № 4, с. 303.
10. Darvin Scott L.—*Acta histochem.*, 1978, v. 61, № 2, p. 204.
11. Харамоненко С. С., Ракитянская А. А. *Электрофорез клеток крови в норме и патологии*.— Минск, 1974, с. 5.
12. Сорокина З. А.—*Цитология*, 1976, т. 18, № 7, с. 783.

Поступила в редакцию
26.02.81.

Кафедра биофизики

ВЛИЯНИЕ ПОГЛОЩЕНИЯ ФОТОНОВ НА СПЕКТРАЛЬНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ИЗЛУЧЕНИЯ КАНАЛИРОВАННЫХ ЧАСТИЦ

В настоящее время проводится ряд экспериментов по изучению свойств излучения от каналированных частиц относительно невысокой энергии $E \sim 1-50$ МэВ (см., например, [1, 2]). Квантовомеханическая теория этого излучения приведена в работах [3-5]. В [6] показано, что каналированная частица может рассматриваться как своеобразный аналог релятивистского атома и, следовательно, все особенности, присущие излучению релятивистского осциллятора в среде [7], должны проявляться и в спектре излучения фотонов, генерируемых каналированными частицами. Так, частотная дисперсия среды и поглощение фотонов в кристалле вызывают существенное видоизменение спектра излучения. В настоящем сообщении проведен численный анализ влияния указанных факторов на спектральные и угловые распределения излучения фотонов, генерированных при плоскостном каналировании позитронов.

В дипольном приближении для частиц, каналированных в кристалле толщиной L , спектральное распределение можно записать следующим образом [5]:

$$\frac{dN_{if}}{d\omega} = L_n(\omega) (1 - e^{-\frac{L}{L_n(\omega)}}) \frac{\tilde{dN}_{if}}{d\omega}, \quad (1)$$

где $L_n(\omega)$ — длина поглощения фотона частоты ω ; $\frac{\tilde{dN}_{if}}{d\omega}$ — спектральное распределение излучения на единицу длины в непоглощающем кристалле, имеющее следующий вид:

$$\frac{\tilde{dN}_{if}}{d\omega} = A \left[1 - 2 \frac{\omega}{\omega_{if}^m} \left(1 + \frac{\omega_{кр}^2}{\omega^2} \right) + 2 \left(\frac{\omega}{\omega_{if}^m} \right)^2 \right] H(\omega - \omega_{if}^{min}) H(\omega_{if}^m - \omega),$$

$$A = \frac{\alpha |x_{if}|^2 \Omega_{if}^2}{c^3}, \quad (2)$$

в котором $\alpha = e^2/\hbar c$, $\omega_{if}^m = 2\gamma^2 \Omega_{if}$ и $\omega_{if}^{min} = \frac{\omega_{кр}^2}{\omega_{if}^m}$ — максимальная и минимальная частоты излучения соответственно; $\omega_{кр} = \omega_L \gamma$, $\gamma = E/mc^2$ — лоренц-фактор; ω_L — ленгмюровская частота; x_{if} — матричный элемент координат; Ω_{if} — частота перехода между состояниями i и f в лабораторной системе координат

$$H(x) = \begin{cases} 1, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases} \quad (3)$$

В случае плоскостного каналирования позитронов в центральной области канала межплоскостной потенциал хорошо аппроксимируется параболой. В результате $\Omega_{if} \approx \Omega = (k/m\gamma)^{1/2}$, где $k = 4\pi e^2 z n / 2,72$; z — заряд ядра; n — число атомов в единице объема.

На рис. 1, 2 приведены спектральные распределения фотонов, рассчитанные с помощью (1) — (3). Энергии позитрона $E = 50$ МэВ, 1 ГэВ. В расчетах использовались длины поглощения $L_n(\omega)$, вычисленные с помощью [8]. Графики на рис. 1 даны в дважды логарифмическом масштабе, причем изображена только мягкая ветвь спектрального распределения фотонов, для которой особенно существенно поглощение. Графики на рис. 2 приведены в полулогарифмическом масштабе.

Согласно рис. 1, 2, поглощение фотонов в мишени наиболее сильно изменяет спектральное распределение излучения каналированных частиц с относительно невысокой энергией ($E = 50$ МэВ). С увеличением

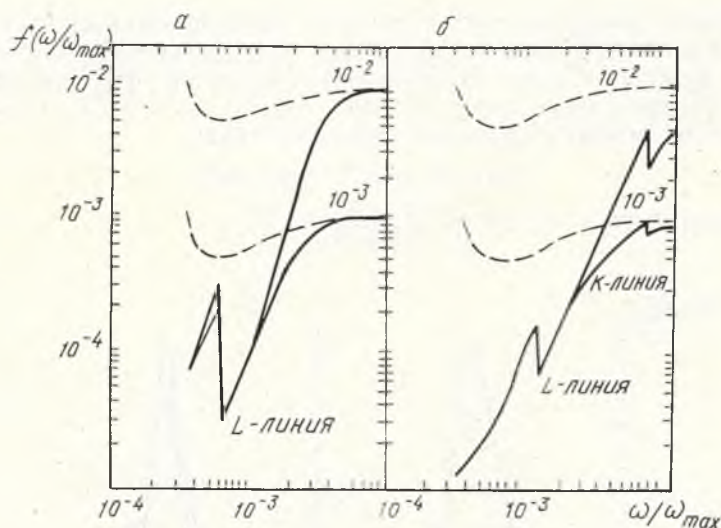


Рис. 1. Спектральное распределение фотонов $f\left(\frac{\omega}{\omega_m}\right) = \frac{dN\omega}{d\omega} / A$, отн. ед.), излучаемых позитроном энергии 1 ГэВ в кристаллах кремния (а), вольфрама (б). Цифры на графиках—толщина кристалла, см. Пунктирная кривая — $f\left(\frac{\omega}{\omega_m}\right)$ при $L_n(\omega) = \infty$

толщины кристалла и плотности вещества возрастает и интервал частот, в котором происходит заметное уменьшение интенсивности излучения вследствие поглощения фотонов. Так, для позитронов с энергией 50 МэВ спектр фотонов значительно изменяется во всем интервале излучаемых частот уже при толщине кристалла $L = 10^{-2}$ см в вольфраме. В области мягких частот, в которой длина поглощения $L_n(\omega) \ll L$, интенсивность излучения не зависит от толщины кристалла и пропорциональна $L_n(\omega)$ (см. (1)). Необходимо также отметить, что поглощение подавляет проявление частотной дисперсии среды в спектральном распределении фотонов. Например, для позитронов с энергией 1 ГэВ влияние дисперсии среды на спектр излучения полностью «замазывается» поглощением (см. рис. 1, 2).

Резкие провалы в спектральных распределениях, изображенных на рис. 1, 2, обусловлены совпадением частоты излучаемых фотонов с частотами атомных переходов (К- и L-линии поглощения).

Поглощение фотонов в среде не только изменяет

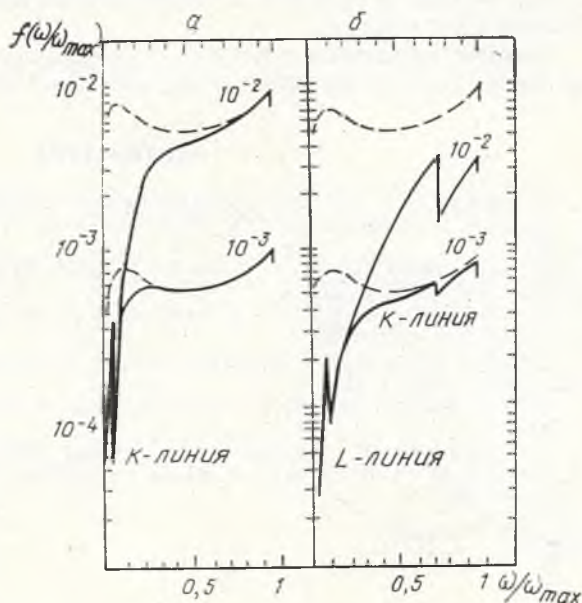


Рис. 2. То же, что на рис. 1, при энергии позитронов 50 МэВ

спектральное распределение излучения каналированных частиц, но и влияет на угловое распределение вследствие зависимости частоты испускаемого фотона от угла излучения, обусловленной эффектом Доплера. Угловое распределение фотонов, для которых $L_n(\omega) \ll L$, в дипольном приближении можно записать в следующем виде:

$$dN_\theta = AL_n(\omega) F(\theta) \sin \theta d\theta, \quad (4)$$

где функция $F(\theta) = \frac{(1 - \beta \cos \theta)^2 + (\beta - \cos \theta)^2}{(1 - \beta \cos \theta)^4}$.

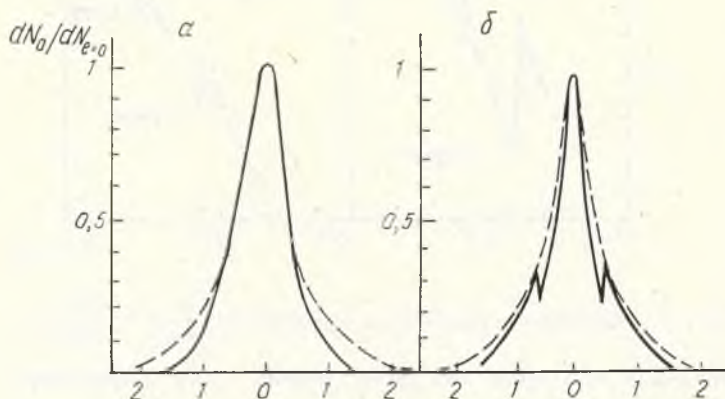


Рис. 3. Угловые распределения фотонов (отн. ед.), излучаемых при каналировании позитронов энергией 50 МэВ, в кристаллах германия (а), фольфрама (б), $L=0,01$ см

Угловые распределения dN_θ , рассчитанные с помощью (4), изображены на рис. 3. Как видно из графиков, поглощение фотонов приводит к резкому «крыльев» углового распределения, так как согласно (4) излучение сосредоточено в области малых углов $\theta \leq 1/\gamma$, при которых излучаются жесткие γ -кванты.

Таким образом, проведенный анализ показывает, что поглощение фотонов в кристалле приводит к существенному изменению спектрального распределения излучения, а также влияет на угловое распределение фотонов мягких частот.

Авторы выражают глубокую благодарность профессору В. Г. Барышевскому за постановку задачи, полезные обсуждения и замечания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Andersen J. U. and Laegsgaard E.—Phys. Rev. Lett., 1980, v. 44, p. 1079.
2. Cue N., Bonderup E., Marsh B. B. et al.—Phys. Lett., 1980, v. 80A, p. 26.
3. Baryshevsky V. G., Grubich A. O., Dubovskaya I. Ya.—Phys. stat. sol. (b), 1977, v. 82, p. 403.
4. Baryshevsky V. G., Grubich A. O., Dubovskaya I. Ya.—Phys. stat. sol. (b), 1978, v. 88, p. 351.
5. Baryshevsky V. G., Grubich A. O., Dubovskaya I. Ya.—Phys. stat. Lett., 1980, v. 77A, p. 61.
6. Барышевский В. Г., Дубовская И. Я.—Докл. АН СССР, 1976, т. 31, с. 1335.
7. Франк И. М.—Изв. АН СССР. Сер. физ., 1942, т. 6, с. 3.
8. Немец О. Р., Гофман Ю. В. Справочник по ядерной физике.— Киев, 1975, с. 227, 236, 261.



Математика и механика

УДК 681.3.068

В. И. ВОЮШ, А. И. ЗМИТРОВИЧ

МЕТОД РЕАЛИЗАЦИИ УНИВЕРСАЛЬНОГО МАКРОГЕНЕРАТОРА ЕС ЭВМ

В литературе рассматриваются самые общие алгоритмы обработки макросредств, до некоторой степени отражающие стремление дополнительно проиллюстрировать их возможности и не ориентированные явно на минимизацию времени макрогенерации [1—3]. В данной статье приводятся конкретные методы обработки макросредств, реализованные в универсальном макрогенераторе ЕС ЭВМ [4], эффективно использующие средства ЕС ЭВМ и направленные на обработку макросредств за минимально возможное время — два просмотра исходного текста. Предлагаемые алгоритмы приводятся впервые и могут быть использованы при реализации других макрогенераторов. Универсальный макрогенератор реализует следующие действия: локализацию макровыводов; подстановку макрорасширения (некоторым образом настроенного текста макроопределения) вместо макровывода; замену параметров соответствующими им значениями; выполнение генераторных переходов (продолжение макрогенерации с оператора, указанного специальным управляющим оператором).

Синтаксис управляющих операторов, а также элементов генерации (параметров, меток) универсального макрогенератора не имеет принципиальных отличий от синтаксиса управляющих операторов ассемблера ЕС ЭВМ. Однако длина макровывода универсального макрогенератора может достигать 255 знаков в отличие от 8 знаков для ассемблера ЕС ЭВМ. Основными характеристиками схемы макрогенерации являются количество просмотров обрабатываемого текста, способ вызова и обработки макроопределений, поиск макровывода.

В языке макрогенератора нет особенностей, требующих более одного просмотра обрабатываемого текста, поэтому обработку текста можно реализовать и за один просмотр, как это делает большинство макрогенераторов. Тем не менее, из-за алгоритма обработки макроопределений, при котором минимизируется потребность в основной памяти и уменьшается интенсивность использования внешней памяти, выбран метод реализации за два просмотра обрабатываемого текста.

На первом просмотре выполняются ввод и частичная обработка (лексический анализ, в том числе и опознавание макровыводов) исходного текста и текста используемых макроопределений. Обрабатываемый текст преобразуется к формату, удобному для собственно макрогенерации. На этом же просмотре строятся глобальный и локальный словари, в которых собирается вся информация об элементах макросредств, необходимая для макрогенерации. В состав дескрипторов элементов макросредств вводится адрес информации об элементе в словаре, что обеспечивает «прямой доступ» к информации с помощью двух-трех

команд, без какого-либо перебора записей словаря. На первом просмотре все ветки текста обрабатываются только один раз, а на втором, когда из-за неоднократного использования одного и того же макровывоза или по операторам генераторных переходов необходим многократный просмотр ветки текста, доступ к информации словаря будет максимально быстрым.

На втором просмотре осуществляется собственно макрогенерация: подстановка макрорасширений вместо макровывозов, замена параметров соответствующими им значениями, интерпретация управляющих операторов макрогенератора, в том числе и выполнение генераторных переходов.

В предлагаемом в [3] алгоритме обработка макроопределения выполняется целиком каждый раз, когда встречается соответствующий макровывоз. В данной схеме макрогенерации текст макроопределения предварительно приводится к виду, удобному для макрогенерации. Эта предварительная обработка состоит из лексического анализа текста макроопределения и поиска в нем макровывозов. Предварительная обработка выполняется только один раз, на первом просмотре текста, а потом, даже при многократном вызове макроопределения, выполняется только его окончательная частичная обработка. В макроассемблере IBM DOS/VS текст макроопределений хранится в библиотеке макроопределений уже частично обработанным, прошедшим лексический анализ, т. е. лекси-

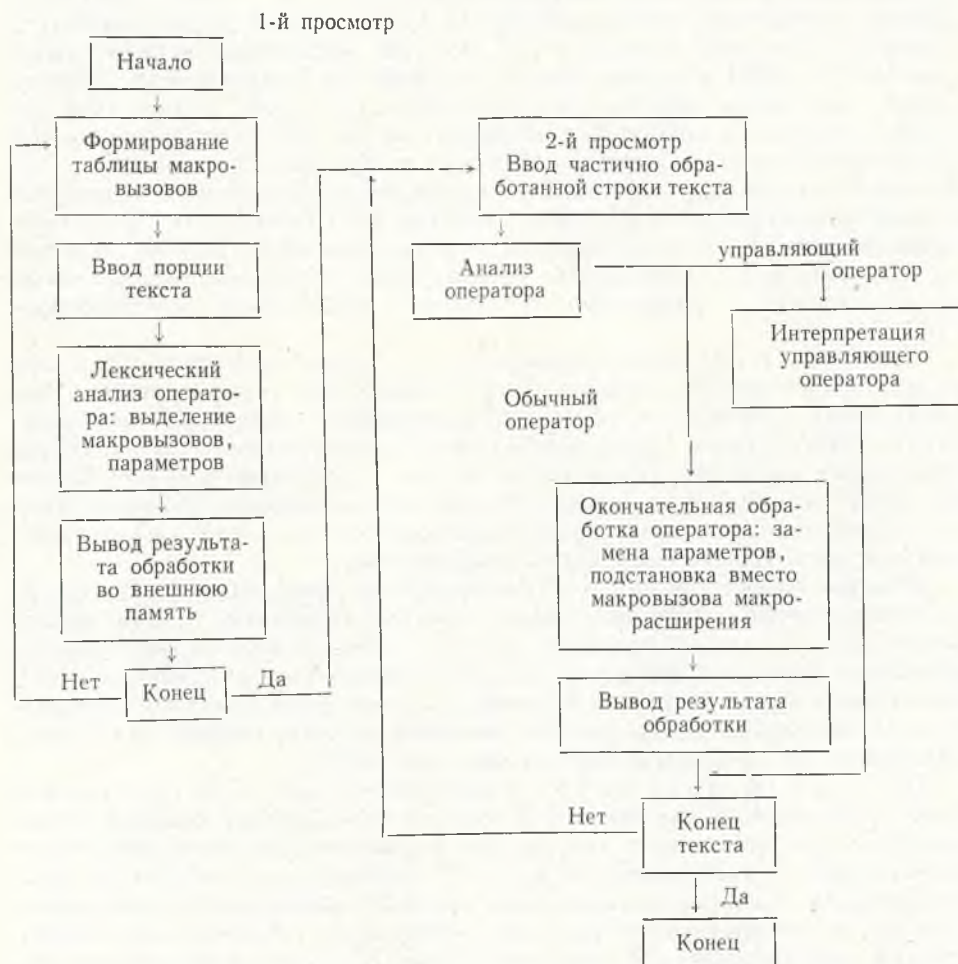


Схема макрогенерации в универсальном макрогенераторе ЕС ЭВМ

ческий анализ текста макроопределения вынесен из макрогенератора в самостоятельную программу. Это позволяет сократить время макрогенерации, потому что не нужно выполнять лексический анализ текста макроопределения при обработке любого текста, в котором это макроопределение используется. Однако этот метод хранения в библиотеке текста макроопределений, выгодный для макроассемблера, неприемлем для универсального макрогенератора из-за полярно различных методов оценки, является ли данный набор знаков макровывозом.

В макроассемблере макровывозом считается любой набор знаков определенного поля оператора, не совпадающий с фиксированным набором знаков (коды машинных операций и команд ассемблера). Таблица этих кодов фиксирована, таким образом результат обработки текста относительно нее всегда одинаков. В универсальном макрогенераторе, напротив, макровывозом считается последовательность знаков любого поля оператора, совпадающая с одним из наборов знаков (названий макровывозов), собранных в таблицу. Эта таблица не фиксирована, она может пополняться новыми макровывозами, или некоторые макровывозы из нее могут удаляться. Результат обработки текста относительно этой таблицы зависит от ее состояния, а поэтому поиск макровывоза не должен отрываться во времени от остальной обработки текста, т. е. лексический анализ не должен быть самостоятельной обработкой текста.

Тот факт, что длина макровывоза в универсальном макрогенераторе переменная и может достигать 255 знаков, существенно затрудняет его поиск в обрабатываемом тексте. Кроме того, макровывоз необходимо искать не в определенном поле оператора, а во всем операторе, а это выдвигает жесткие требования к скорости поиска макровывоза. Перед началом макрогенерации все макровывозы из библиотеки макроопределений собираются в таблицу. Поиск макровывоза заключается в проверке, совпадает ли текущий набор знаков обрабатываемого текста с названием какого-либо макровывоза из таблицы. Количество элементов в таблице может быть очень большим, поэтому поиск в таблице ведется методом «хеш-адресации». Для поиска макровывоза необходимо наличие не менее 255 знаков текста, доступных для обработки. Системные программы ввода читают текст в формате карт, записями длиной по 80 знаков, поэтому разработана специальная программа, которая при необходимости «подкачивает» обрабатываемый текст и обеспечивает присутствие не менее 255 знаков.

Предлагаемая в данной статье схема обработки макросредств, реализованная в макрогенераторе ЕС ЭВМ, представлена на рисунке.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лебедев В. Н. Введение в системы программирования.— М., 1975.
2. Донован Дж. Системное программирование.— М., 1975.
3. Браун П. Макропроцессоры и мобильность программного обеспечения.— М., 1977.
4. Воюш В. И.— Программирование, 1979, № 4, с. 69.

Поступила в редакцию
21.11.80.

Кафедра МО АСУ

УДК 518 : 517.944/947

Н. А. БОБКОВА

О НЕКОТОРЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ РАЗНОСТНЫХ СХЕМАХ МЕТОДА ХАРАКТЕРИСТИК

Будем иметь в виду задачу Коши для гиперболической системы двух дифференциальных уравнений:

$$a_i(x, y)u_x + b_i(x, y)u_y + c_i(x, y)v_x + d_i(x, y)v_y = f_i(x, y, u, v), \quad i=1, 2. \quad (1)$$

Как известно (см., например, [1]), решение этой задачи может быть сведено к интегрированию вдоль характеристик, задаваемых уравнениями

$$\frac{dy}{dx} = \lambda_i(x, y), \quad i = 1, 2, \quad (2)$$

дифференциальных соотношений вида

$$Pdu + (Q + \lambda_i(x, y)R)dv + Mdx + Ndy = 0, \quad i = 1, 2, \quad (3)$$

где $P = \begin{vmatrix} a_1(x, y) & b_1(x, y) \\ a_2(x, y) & b_2(x, y) \end{vmatrix}$, $Q = \begin{vmatrix} c_1(x, y) & b_1(x, y) \\ c_2(x, y) & b_2(x, y) \end{vmatrix}$, $R = \begin{vmatrix} a_1(x, y) & c_1(x, y) \\ a_2(x, y) & c_2(x, y) \end{vmatrix}$,

$$M = \begin{vmatrix} b_1(x, y) & f_1(x, y, u, v) \\ b_2(x, y) & f_2(x, y, u, v) \end{vmatrix}, \quad N = \begin{vmatrix} f_1(x, y, u, v) & a_1(x, y) \\ f_2(x, y, u, v) & a_2(x, y) \end{vmatrix},$$

а функции $\lambda_i(x, y)$, $i = 1, 2$, удовлетворяют квадратному уравнению

$$\begin{vmatrix} a_1(x, y)\lambda - b_1(x, y) & c_1(x, y)\lambda - d_1(x, y) \\ a_2(x, y)\lambda - b_2(x, y) & c_2(x, y)\lambda - d_2(x, y) \end{vmatrix} = 0.$$

Численное решение задачи Коши для системы (1) в этом случае можно расчленить на два этапа: во-первых, построение с использованием (2) сетки характеристик и, во-вторых, непосредственное нахождение на основе (3) в узлах этой сетки значений неизвестных функций $u = u(x, y)$ и $v = v(x, y)$. Существенным элементом каждого из этих этапов является численное интегрирование обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка. При построении соответствующих исходной задаче разностных схем метода характеристик будем использовать для этих целей некоторые варианты нелинейных методов численного решения обыкновенных дифференциальных уравнений, предложенных в (2) и характеризующихся улучшенными свойствами согласованности дифференциальных и разностных уравнений.

Рассмотрим элементарный треугольник сетки характеристик, обозначив через x_1, y_1 и x_2, y_2 координаты двух соседних точек построенного (или начального) слоя сетки характеристик, а через x_3, y_3 — координаты соответствующей точки строящегося слоя этой сетки.

Значения x_3, y_3 будем находить на основе следующих приближенных равенств:

$$\begin{aligned} y_3^* &\approx y_i + (x_3^* - x_i)\lambda_i(x_i, y_i), \quad i = 1, 2; \\ y_3 &\approx y_i + (x_3 - x_i)R_i\lambda_i(x_i, y_i), \quad i = 1, 2; \end{aligned} \quad (4)$$

$$R_i = \frac{\lambda_i}{\lambda_i + \sigma_i(\lambda_i - \lambda_i(x_3, y_3))}, \quad \lambda_i = \lambda_i(x_i, y_i), \quad |\sigma_i| = 1, \\ \text{sign } \sigma_i = \text{sign } \lambda_i(\lambda_i - \lambda_i(x_3^*, y_3^*)).$$

Численная реализация формул (4) сводится к последовательному решению систем двух линейных алгебраических уравнений.

При дискретизации дифференциальных соотношений (3) предварительно приведем их с учетом (2) к виду

$$\alpha(x, y) \frac{du}{dx} + \beta_i(x, y) \frac{dv}{dx} = \psi_i(x, y, u, v), \quad i = 1, 2,$$

или, как и в (3),

$$\frac{d(\alpha(x, y)u + \beta_i(x, y)v)}{dx} = \varphi_i(x, y, u, v), \quad i = 1, 2, \quad (5)$$

где $\alpha(x, y) = P$, $\beta_i(x, y) = Q + \lambda_i(x, y)R$, $\psi_i(x, y, u, v) = M + N\lambda_i(x, y)$, $\varphi_i(x, y, u, v) = \frac{d\alpha(x, y)}{dx}u + \frac{d\beta_i(x, y)}{dx}v + \psi_i(x, y, u, v)$. На основе (5)

по аналогии с (4) можно записать приближенные равенства:

$$\alpha(x_3, y_3)u_3^* + \beta_i(x_3, y_3)v_3^* \approx \alpha(x_i, y_i)u_i + \beta_i(x_i, y_i)v_i + (x_3 - x_i)\varphi_i, \quad i = 1, 2;$$

$$\begin{aligned} \alpha(x_3, y_3)u_3 + \beta_i(x_3, y_3)v_3 &\approx \alpha(x_i, y_i)u_i + \beta_i(x_i, y_i)v_i + \\ &+ (x_3 - x_i)S_i\varphi_i, \quad i = 1, 2; \end{aligned}$$

$$S_i = \frac{\varphi_i}{\varphi_i + \delta_i (\varphi_i - \varphi_i(x_3, y_3, u_3^*, v_3^*))},$$

$|\delta_i| = 1$, $\text{sign } \delta_i = \text{sign } \varphi_i (\varphi_i - \varphi_i(x_3, y_3, u_3^*, v_3^*))$, $\varphi_i = \varphi_i(x_i, y_i, u_i, v_i)$,
 $u_k = u(x_k, y_k)$, $v_k = v(x_k, y_k)$, $k = 1, 2, 3$.

Построенные разностные схемы метода характеристик могут быть обобщены на общий случай квазилинейных систем вида (1), когда коэффициенты a_i, b_i, c_i, d_i ($i=1, 2$) зависят не только от x, y , но и от u, v .

ЛИТЕРАТУРА

1. Березин И. С., Жидков Н. П. Методы вычислений.— М., 1959, т. 2.
2. Бобков В. В.— Докл. АН БССР, 1979, т. 23, № 5, с. 406.
3. Бобкова Н. А.— Вестн. АН БССР. Сер. физ.-мат. наук, 1972, № 5, с. 65.

Поступила в редакцию
26.11.80.

Кафедра высшей математики

УДК 681.3

М. П. ЧЕРКАСОВА, О. Я. ЕВДОКИМОВА

ОБ ОРГАНИЗАЦИИ БАЗЫ ДАННЫХ ПО ЯЗЫКАМ ПРОГРАММИРОВАНИЯ

На основе изучения языков программирования разной направленности с применением ИПС АСПИД-3 на ЭВМ ЕС-1022 создана база данных (БД) по языкам программирования, предназначенная для научно-методических целей.

БД имеет иерархическую структуру и состоит из следующих разделов: справочник БД, тезаурус, глоссарий, языки программирования, запросы к БД, список основных языков программирования, таблица языков программирования, используемых в отечественных ЭВМ. БД может быть расширена путем добавления новых разделов. Все разделы, за исключением тезауруса, образуют файл документов (ДФ), а тезаурус — тезаурусный файл (ТФ).

Справочник БД содержит структурные модели БД и описание языка программирования, язык описания данных, принятый в БД, список основных сокращений и условных обозначений и образует соответственно четыре документа ДФ.

Структурная модель БД определяется перечнем ее разделов с указанием их дескрипторов и связей.

Описание языка программирования составляется в соответствии со структурной моделью описания, которая определяет последовательность документов, их структуру и приданные им дескрипторы. Описание языка программирования задается следующей последовательностью документов: история, общее описание, алфавит, база языка, описание данных, функции, выражения, описание процедур, описание вычислений, обмен, организация программы, версии, особенности реализации языка в некоторых системах программирования, примеры, литература. При описании отдельного языка программирования *не всегда должны* использоваться все перечисленные документы, а используемые — *не всегда должны* содержать все строки, указанные в модели. Обязательными являются лишь первые два документа, приведем их структуру.

При описании языков программирования в целях наибольшей легкости восприятия формальные метаязыки не применяются. Для этого разработан язык описания данных, который включает следующие основные правила.

1. Определяемое понятие отделяется двоеточием от определения, которое, как правило, задается в виде одной или нескольких языковых конструкций, разделяемых двумя или более пробелами.

Документ	Структура
История	А) полное название языка Б) где, кем, когда разработан В) предки, потомки, версии, варианты Г) назначение Д) особенности Е) реализация на ЭВМ
Общее описание	А) конструкции данных Б) типы данных В) основные операции над данными Г) стандартные функции Д) описание вычислений Е) организация обмена Ж) принцип организации программ

2. Для указания ранее определенного понятия используются $<$, $>$.
 3. Если понятие определяется через другие, более узкие понятия, то определение последних записывается в строке со сдвигом вправо.

4. Для обозначения определяемого понятия, входящего в свое определение, служит *.

5. Альтернативные фрагменты определений заключаются в ((,)) и разделяются / ; факультативные — в !, ! и разделяются, если их несколько, /.

6. Для указания возможности повторения конструкции, входящей в определение, или ее отдельного фрагмента некоторое конечное число раз используется многоточие.

7. Примечания заключается в символы #, #.

С целью экономии места используются условные обозначения и сокращения, описываемые соответствующим документом БД.

Тезаурус содержит в виде дескрипторов основные понятия языков программирования и устанавливает связи между ними. При этом используется пять типов связи: синоним, антоним, шире — уже, связан, включен — включается.

Понятия, включенные в тезаурус, определяются в глоссарии в алфавитном порядке. Каждая из букв алфавита определяет некоторый документ глоссария.

В разделе «языки программирования» содержатся описания различных языков программирования, классифицируемых следующим образом: машинно-ориентированные (мнемокоды, макроязыки, языки высокого уровня), процедурно-ориентированные (вычислительной ориентации, решения экономических задач и обработки данных, обработки текстов, обработки списков, описания задач моделирования дискретных событий, системного программирования, систем реального времени, диалога человека с ЭВМ, описания устройств ЦВМ) и проблемно-ориентированные. Каждый документ описания языка программирования содержит в начале соответствующий ему набор дескрипторов, определяющий документ однозначно. Этот набор включает название раздела БД, классификационные признаки, название языка программирования, тип документа.

Для получения информации из БД составляется запрос. Запрос может быть на поиск одного или нескольких документов или части документа. ИПС АСПИД-3 дает возможность выбора информации по дескрипторам, номерам документов и булевскому выражению.

Разделы БД «Основные языки программирования» и «таблица языков программирования, используемых в отечественных ЭВМ», содержат информацию, соответствующую названию раздела.

При реализации БД на ЭВМ ЕС-1020 были использованы следующие программы ИПС АСПИД-3.

Программа А — в режиме создания — для чтения исходного файла тезауруса и создания его внутрисистемного представления в виде файлов ТФ и его связей СФ; в режиме обновления — для чтения файла обновлений ТФ и СФ и обновления ТФ и СФ.

Программа Х — для преобразования тезауруса во внешнее представление и получения распечаток.

Программа В — в режиме создания — для чтения исходных документов и создания файла ДФ; в режиме обновления — для чтения файла обновлений документов и обновления ДФ.

Программа У — для проверки на соответствие файлов ДФ и ТФ.

Программы С1 и С2 — для создания и обновления поискового файла.

Программа D — для поиска и выдачи ответов.

Для работы с БД также использованы языки ЯРТ, ЯРД и специальный язык запросов ИПС АСПИД-3.

Созданная БД пока невелика по объему (около 500 понятий в тезаурусе и около 10 языков программирования, описанных по полной схеме, в документальном файле), а дополнительные разделы базы требуют расширения и усовершенствования. Однако практическая проверка БД на учебных занятиях со студентами показала правильность подхода к организации БД. Конструирование конкретной БД — длительный и трудоемкий процесс, есть реальные возможности дальнейшего совершенствования и расширения БД по языкам программирования.

ЛИТЕРАТУРА

1. ИПС АСПИД-3. — В сб.: Математическое обеспечение ЕС ЭВМ, вып. 19. Минск, 1980.
2. Мартин Д. Ж. Организация баз данных в вычислительных системах. — М., 1978.
3. Криницкий Н. А. и др. Программирование и алгоритмические языки. — М., 1979.

Поступила в редакцию
08.01.81.

Кафедра МО ЭВМ

УДК 517.925.12

В. В. АМЕЛЬКИН, КАСИМ МУХАМЕД АЛЬ-ХАЙДЕР

ОБ ОДНОМ ПОДХОДЕ К РЕШЕНИЮ ПРОБЛЕМЫ ИЗОХРОННОСТИ ЦЕНТРА

Рассмотрим вещественную дифференциальную систему

$$\begin{aligned} \dot{x} &= -y - \sum_{i+j=2} A_{ij} x^i y^j \equiv -y - p(x, y), \\ \dot{y} &= x + \sum_{i+j=2} B_{ij} x^i y^j \equiv x + Q(x, y), \end{aligned} \quad (1)$$

где $P(x, y)$ и $Q(x, y)$ — голоморфные в окрестности начала координат функции, не содержащие линейных и свободных членов.

Как известно, в зависимости от вида функций P и Q точка $O(0, 0)$ фазовой плоскости может быть для (1) либо центром, либо фокусом. Проблема различения центра от фокуса, а также связанная с ней проблема изохронности были предметом внимания многих авторов (довольно подробная библиография имеется в [1, 2]).

В настоящей заметке мы останавливаемся на одном из возможных подходов к решению указанных вопросов, который связан с приведением

исходной дифференциальной системы к некоторому «каноническому» виду.

Теорема 1. Всегда существует вещественная замена переменных

$$\begin{aligned} u &= x \left(1 + \sum_{i+j=1} a_{i+1, j} x^i y^j \right) + \sum_{k=1} a_{0, 2k} y^{2k}, \\ v &= y \left(1 + \sum_{i+j=1} b_{i, j+1} x^i y^j \right), \end{aligned} \quad (2)$$

приводящая (1) к системе вида

$$\begin{aligned} \dot{u} &= -v - f(u), \\ \dot{v} &= u + [v + f(u)] f'(u) + \sum_{k=1} (\gamma_{2k+1, 0} v^{2k+1} + \gamma_{2k, 1} u^{2k+1}), \end{aligned} \quad (3)$$

где

$$f(u) = \sum_{l=2} c_l u^l, \quad f'(u) = df(u)/du.$$

Доказательство теоремы проводится на основе метода неопределенных коэффициентов и аналогично, например, доказательству теоремы 1 из [3].

Теорема 2. Для того чтобы начало координат системы (1) было центром, необходимо и достаточно существование вещественного преобразования (2), приводящего (1) к системе Гамильтона вида

$$\begin{aligned} \dot{u} &= -v - f(u), \\ \dot{v} &= u + [v + f(u)] f'(u) + \sum_{k=1} \gamma_{2k, 1} u^{2k+1}, \end{aligned} \quad (4)$$

где

$$f(u) = \sum_{l=2} c_l u^l, \quad f'(u) = df(u)/du.$$

Доказательство. Необходимость. Пусть $O(0, 0)$ — центр для системы (1). На основании теоремы 1 существует преобразование вида (2), приводящее (1) к системе (3). Предположим, вопреки утверждению теоремы, что в (3) не все $\gamma_{2k+1, 0}$ равны нулю. Именно, пусть для $k < n$ коэффициенты $\gamma_{2k+1, 0} = 0$, но уже $\gamma_{2n+1, 0} \neq 0$. В этом случае можно указать полиномиальное преобразование

$$\begin{aligned} u &= x \left(1 + \sum_{i+j=1}^{2n} a_{i+1, j} x^i y^j \right) + \sum_{k=1}^n a_{0, 2k} y^{2k}, \\ v &= y \left(1 + \sum_{i+j=1}^{2n} b_{i, j+1} x^i y^j \right), \end{aligned} \quad (5)$$

приводящее (1) к системе вида

$$\begin{aligned} \dot{u} &= -v - f(u), \\ \dot{v} &= u + [v + f(u)] f'(u) + \gamma_{2n+1, 0} v^{2n+1} + \sum_{k=1}^n \gamma_{2k, 1} u^{2k+1} + \Phi(u, v), \end{aligned} \quad (6)$$

где $\Phi(u, v)$ — голоморфная в окрестности $u=v=0$ функция, разложение в ряд которой начинается с членов не ниже $(2n+2)$ -го измерения.

Для системы (6) начало координат должно быть центром, а это означает, что для нее в окрестности $u=v=0$ должен существовать голоморфный интеграл вида

$$u^2 + v^2 + F(u, v) = c^2,$$

где $F(u, v)$ — голоморфная в окрестности $u=v=0$ функция выше 2-го измерения. Положим далее

$$u_1 = u, \quad v_1 = v + \bar{f}(u). \quad (7)$$

В переменных u_1, v_1 система (6) запишется так:

$$\begin{aligned} \dot{u}_1 &= -v_1, \\ \dot{v}_1 &= u_1 + \gamma_{2n+1,0} v_1^{2n+1} + \sum_{k=1}^n \gamma_{2k,1} u_1^{2k+1} + \Phi^*(u_1, v_1), \end{aligned} \quad (8)$$

где $\Phi^*(u_1, v_1)$ — голоморфная в окрестности $u_1=v_1=0$ функция, разложение в ряд которой начинается с членов не ниже $(2n+2)$ -го измерения.

Если ввести теперь полярные координаты $u_1 = r \cos \varphi$, $v_1 = r \sin \varphi$, то в силу (8)

$$\begin{aligned} \frac{dr}{d\varphi} &= \left[\gamma_{2n+1,0} \sin^{2n+2} \varphi r^{2n+1} + \sum_{k=1}^n \gamma_{2k,1} \cos^{2k+1} \varphi r^{2k+1} + \right. \\ &\quad \left. + \Phi^*(\varphi, r) \sin \varphi \right] \left[1 + \gamma_{2n+1,0} \sin^{2n+1} \varphi \cos \varphi r^{2n} + \right. \\ &\quad \left. + \sum_{k=1}^n \gamma_{2k,1} \cos^{2k+2} \varphi r^{2k} + \frac{1}{r} \Phi^*(\varphi, r) \cos \varphi \right]^{-1}. \end{aligned} \quad (9)$$

Подставляя в (9) значение r , выраженное правой частью соотношения $r = c + \sum_{k=2}^{\infty} u_k(\varphi) c^k$, $u_k(0) = 0$, получаем, что $u_i(2\pi) = 0$ для всех

$i < 2n+1$, а $u_{2n+1}(2\pi) = \gamma_{2n+1,0} \int_0^{2\pi} \sin^{2n+2} \varphi d\varphi \neq 0$. Отсюда следует, что начало координат для системы (8) есть фокус, а этого в силу исходного предположения и замен (5), (7) быть не может. Полученное противоречие и доказывает необходимость.

Достаточность. Пусть существует преобразование вида (2), приводящее (1) к системе (4). Это означает, что исходная дифференциальная система имеет в окрестности точки $O(0, 0)$ интеграл (голоморфный или формальный) вида $x^2 + y^2 + F(x, y) = c^2$, где функция $F(x, y)$ не содержит в своем разложении членов ниже третьего порядка. Это и означает, что начало координат для (1) является центром. Теорема доказана.

Теорема 3. Для того чтобы дифференциальная система (1) имела в начале координат изохронный центр, необходимо и достаточно существование вещественного преобразования (2), приводящего (1) к системе (4), где все $\gamma_{2k,1} = 0$, ($k = 1, 2, 3, \dots$).

Доказательство. Необходимость. Пусть начало координат является для системы (1) изохронным центром. На основании теоремы 2 можно утверждать, что в этом случае существует преобразование (2), приводящее (1) к системе (4). Предположим, что в (4) не все коэффициенты $\gamma_{2k,1}$ равны нулю. Именно, пусть для $k < n$ коэффициенты $\gamma_{2k,1} = 0$, но уже $\gamma_{2n,1} \neq 0$.

Продифференцировав первое уравнение системы (4), получаем

$$\ddot{u} = -u - \sum_{k=n}^{\infty} \gamma_{2k,1} u^{2k+1}. \quad (10)$$

Согласно следствию из [4, с. 577], дифференциальное уравнение (10) не имеет возле $u = \dot{u} = 0$ периодических решений с периодом 2π . Иными словами, уравнение (10) имеет возле $u = \dot{u} = 0$ периодические решения с периодом 2π только в том случае, когда все $\gamma_{2k,1} = 0$, ($k = n, n+1, \dots$). Последнее завершает доказательство необходимости.

Достаточность. Пусть существует преобразование (2), приводящее

(1) к системе вида (4), где все $\gamma_{2k,1}=0$, ($k=1, 2, \dots$), но исходная система при этом неизохронна. Последний факт приводит к тому, что соответствующие постоянные h_i -Ляпунова, фигурирующие в формуле Ляпунова для определения времени обхода изображающих точек по траекториям центра системы (1), не все равны нулю. Пусть, например, первой отличной от нуля постоянной h_i -Ляпунова будет постоянная h_m , т. е., как говорят, система (1) имеет в точке $O(0, 0)$ неизохронный центр порядка m . Учитывая теперь исходное предположение, можно всегда указать полиномиальное преобразование вида (5) со сколь угодно большим n , которое приведет исходную (1) к системе

$$\dot{u} = -v - f(u),$$

$$\dot{v} = u + [v + f(u)] f'(u) + \sum_{k=n}^{\infty} \gamma_{2k,1} u^{2k+1},$$

сколь угодно «близкой» к изохронной системе; последнее вступает в противоречие с тем, что исходная и преобразованная системы должны быть эквихронными. Полученное противоречие и доказывает теорему.

Следствие. Для того чтобы дифференциальная система (1) имела в начале координат изохронный центр, необходимо и достаточно существование определяемой соотношением (2) функции u такой, что в силу (1)

$$\frac{d^2 u}{dt^2} + u \equiv 0.$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Амелькин В. В.— Дифференц. уравнения, 1977, т. 13, № 6, с. 971.
2. Сибирский К. С. Алгебраические инварианты дифференциальных уравнений и матриц.— Кишинев, 1976.
3. Пыжкова Н. В., Садовский А. П.— Дифференц. уравнения, 1980, т. 16, № 10, с. 1893.
4. U g a b e M. J. of mathematics and mechanics, 1961. v. 10, № 4.

Поступила в редакцию
26.02.81.

Кафедра дифференциальных уравнений

УДК 519.4

Г. В. МАТВЕЕВ

СЛЕДОВАЯ ФОРМА НА ЦЕНТРАЛЬНОЙ ПРОСТОЙ АЛГЕБРЕ

Многие исследования (см., например, [1—4]) посвящены следовой форме на поле алгебраических чисел. Фрелих [2] установил связь рассматриваемых вопросов с теорией полей классов. В работе [4] замечено, что строение группы Галуа соответствующего расширения зависит от параметров следовой формы. Цель настоящей заметки — рассмотреть некоммутативный аналог следовой формы. Иными словами, изучается следовая форма на центральной простой алгебре над полем алгебраических чисел. Основной результат состоит в том, что некоммутативный случай сводится к коммутативному по модулю гиперболических форм. Перейдем к точным формулировкам.

Пусть A — центральная простая алгебра с центром K , являющимся полем алгебраических чисел. Рассмотрим на алгебре билинейную симметрическую форму $\beta(x, y) = \text{Trd}(xy)$, где $x, y \in A$, а через Trd обозначен приведенный след. Хорошо известно, что форма β невырожденная. Наша цель — свести изучение этой формы к коммутативному случаю, т. е. к случаю, когда алгебра A является полем конечной степени над полем K , а приведенный след обычным следом.

Ниже используются стандартные обозначения из алгебраической теории квадратичных форм [3]. При изучении возникающих таким образом квадратичных форм иногда удобно переходить на язык квадратичных

пространств. Поэтому обозначим через $V(A)$ векторное пространство A с симметрической билинейной формой $\beta(x, y)$. Приведенные ниже теоремы 1 и 2 сводят нашу задачу к случаю алгебры с делением.

Теорема 1. Пусть A и B — центральные простые алгебры с общим центром K , $A \times B$ — их тензорное произведение. Тогда $V(A \times B) = V(A) \times V(B)$.

Теорема 2. Пусть $M_r(K)$ — полная матричная алгебра над полем K . Тогда $V(M_r(K)) = \langle 1 \rangle \perp \langle 1 \rangle \perp \dots \langle 1 \rangle \perp H_{r^2-r}$, где H_{r^2-r} — гиперболическое пространство размерности r^2-r .

Известно, что любая центральная простая алгебра A представима в виде $A = M_r(K) \times D$, где D — центральное тело над K . По теореме 1 $V(A) = V(M_r(K)) \times V(D)$. Первый множитель справа вычисляется по теореме 2. Перейдем к изучению второго множителя. По классической теореме Хассе — Брауэра — Нетер тело D — циклическое.

Пусть F — максимальное циклическое над K подполе тела D . Обозначим через σ образующий элемент группы $\text{Gal}(F/K)$. Тогда $D = (F/K, \sigma, a)$, где $a \in K^*$. Если степень расширения F/K четная, то в группе $\text{Gal}(F/K)$ найдется инволюция τ . В дальнейшем нам понадобится некоторая модификация пространства $V(F/K)$, заданного с помощью следовой формы $\beta(x, y) = \text{tr}(xy)$, где $\text{tr}: F \rightarrow K$ — обычное следовое отображение. Наряду с формой $\beta(x, y)$ рассмотрим форму $\beta^\tau(x, y) = \text{tr}(x\tau(y)) = \text{tr}(\tau(x)y)$. Эта форма задает на расширении F/K структуру нового квадратичного пространства, которое в дальнейшем обозначается через $V^\tau(F)$. Наконец обозначим через $V_a(F)$ пространство, полученное из пространства $V(F)$ умножением формы β на элемент $a \in K^*$.

Теорема 3. Пусть D — центральное тело K -ранга l^2 . Если l — нечетное, то $V(D) = V(F) \perp H_{l^2-l}$, а если l — четное, то $V(D) = V(F) \perp V_a^\tau(F) \perp H_{l^2-l}$.

Прежде чем формулировать заключительный результат, который очевидным образом вытекает из теорем 1—3, необходимо дать одно определение. Обозначим через kV ортогональную сумму k пространств $V \perp V \perp \dots \perp V$.

Теорема 4. Пусть $A = M_r(K) \times D$, где D — тело K -ранга l . Тогда при нечетном l $V(A) = rV(F) \perp H_{r^2l^2-r}$, а при четном l $V(A) = r(V(F) \perp V_a^\tau(F)) \perp H_{r^2l^2-2r}$.

Доказательство теоремы 1. Пусть $a_1, a_2, \dots, a_{n^2}$ — K -базис алгебры A , $b_1, b_2, \dots, b_{m^2}$ — K -базис алгебры B . Как известно [1], $\text{Trd}((a_i \times b_j)(a_l \times b_k)) = \text{Trd}(a_i a_l \times b_j b_k) = \text{Trd}(a_i a_l) \text{Trd}(b_j b_k)$. Поэтому дискриминантная матрица пространства $A \times B$ в базисе $\{a_i \times b_j\}$ является тензорным произведением дискриминантных матриц пространств A и B в базисах $\{a_i\}$ и $\{b_j\}$ соответственно, откуда и получается, что $V(A \times B) = V(A) \times V(B)$.

Доказательство теоремы 2 фактически содержится в работе [5], хотя эта теорема там в явном виде и не сформулирована. Это доказательство основано на несложных вычислениях. Достаточно лишь заметить, что $\text{tr}(l_{ij}^2) = \text{tr}(l_{ij} l_{ji}) = 1$, $\text{tr}(l_{ij}^2) = \text{tr}(l_{ij}) = 0$, при $i \neq j$. Таким образом, матричным единицам l_{ii} соответствуют слагаемые вида $\langle 1 \rangle$, а парам матричных единиц l_{ij} и l_{ji} при $i \neq j$ соответствуют гиперболические плоскости.

Доказательство теоремы 3. В расширении F/K выберем циклический базис $\omega, \omega^\sigma, \dots, \omega^{l-1}$. Произвольный элемент $x \in D$ можно записать в виде $x = \alpha_0 + \alpha_1 \delta + \alpha_2 \delta^2 + \dots + \alpha_{l-1} \delta^{l-1}$, где $\delta^l = a \in K^*$, $\alpha_i \in F$. Пусть теперь

$$\begin{aligned} \alpha_0 &= x_{11}\omega + x_{12}\omega^\sigma + \dots + x_{1l}\omega^{l-1} \\ \alpha_1 &= x_{21}\omega + x_{22}\omega^\sigma + \dots + x_{2l}\omega^{l-1} \\ &\dots \dots \dots \end{aligned}$$

$$\alpha_{l-1} = x_{l1}\omega + x_{l2}\omega^2 + \dots + x_{ll}\omega^{l-1}.$$

Выпишем приведенное представление элемента x в явном виде

$$\begin{pmatrix} \alpha_0 & \alpha_1 \dots \alpha_{l-1} \\ a \alpha_{l-1}^2 & \alpha_0^2 \dots \alpha_{l-2}^2 \\ \dots & \dots \\ a \alpha_1^{l-1} & a \alpha_2^{l-1} \dots \alpha_0^{l-1} \end{pmatrix}$$

Отсюда вытекает, что $\text{Trd } x = \alpha_0 + \alpha_0^2 + \dots + \alpha_0^{l-1} = \text{tr } \alpha_0$. Теперь можно приступить к вычислению формы $\beta(x, x)$. Воспользуемся тем, что скаляры поля F переставляются с элементом δ с помощью автоморфизма σ . Тогда $\beta(x, x) = \text{Trd}(x^2) = \text{Trd}(\alpha_0^2 + \alpha_1 \alpha_{n-1}^2 + \alpha_2 \alpha_{n-2}^2 + \dots) = \text{tr}(\alpha_0^2) + a \text{tr}(\alpha_1 \alpha_{n-1}^2) + a \text{tr}(\alpha_2 \alpha_{n-2}^2) + \dots$

Заметим, что в последнем выражении сумма квадратичных форм является прямой, причем первое слагаемое — следовая форма расширения F/K . Более того, слагаемые вида $\text{tr}(\alpha_i \alpha_j)$, а значит, и $a \text{tr}(\alpha_i \alpha_j)$ при $i \neq j$ гиперболические, потому что уравнение $\alpha_i = 0$ задает изотропное подпространство максимальной размерности l . При нечетном l все слагаемые, кроме первого, будут слагаемыми указанного типа. В случае четного $l = 2s$ имеется, помимо первого слагаемого, еще одно априори не гиперболическое слагаемое вида $a \text{tr}(\alpha_s \alpha_s)$. Автоморфизм $\sigma^s = \tau$ является инволюцией, поэтому это слагаемое соответствует квадратичному пространству $V_a^\tau(F)$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бурбаки Н. Алгебра, модули, кольца, формы. — М., 1968.
2. Fröhlich A. — Math. Zeitschr., 1960, B. 74, S. 18.
3. Lam T. The Algebraic Theory of Quadratic Forms—Massachusetts, 1973.
4. Mauger D. — Linear and Multilinear Algebra, 1978, v. 6, p. 33.
5. Матвеев Г. В. — Вестн. Белорусского ун-та. Сер. 1, физ., мат. и мех., 1980, № 1, с. 60.

Поступила в редакцию
02.04.81.

Кафедра высшей математики

УДК 517.532, 517.535.4

[Н. В. ГОВОРОВ], [И. Е. САНДРИГАЙЛО], С. В. РОГОЗИН

ОБ АСИМПТОТИЧЕСКИХ СВОЙСТВАХ ОСОБОГО ИНТЕГРАЛА ТИПА КОШИ С КОНТУРОМ НА ПОЛОЖИТЕЛЬНОМ ЛУЧЕ

В настоящей работе исследуются асимптотические свойства интеграла

$$\psi(z) = \frac{z}{2\pi i} \int_a^{+\infty} \frac{\varphi(\tau) d\tau}{\tau(\tau-z)}, \quad a > 0, \quad (1)$$

при $z(\in[a, +\infty)) \rightarrow \infty$, а также при $z(=t \in[a, +\infty)) \rightarrow +\infty$ в предположении, что $\varphi(t)$ в окрестности $t = +\infty$ ведет себя как степенная функция [1].

Введем в рассмотрение следующий класс функций.

Определение 1. Непрерывная на $[a, +\infty)$ функция $f(t)$ принадлежит классу $H_\rho[a, +\infty]$, если

$f(t)$ локально гельдеровская, т. е. $\forall t_0 \in (a, +\infty)$

$\exists \delta_0 > 0, A_0 > 0, 0 < \mu_0 \leq 1 : \forall t_1, t_2 \in (t_0 - \delta_0, t_0 + \delta_0)$

$$|f(t_1) - f(t_2)| < A \left| \frac{1}{t_1} - \frac{1}{t_2} \right|^{\mu_0}; \quad (2)$$

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} f(t) = \lambda \neq \infty; \quad (3)$$

при некотором ρ

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{\rho}{t^\rho} \int_a^t \frac{f(\tau) \tau^\rho}{\tau} d\tau = \lambda.$$

Если $f(t) \in \widetilde{H}_p[a, +\infty]$, то, вообще говоря, $f \notin H[a, +\infty]$ и $\overline{\lim}_{t \rightarrow +\infty} f(t)$.

Из [2, с. 194] вытекает, что, если $f \in \widetilde{H}_p[a, +\infty]$, то существует $\lim_{t \rightarrow +\infty}^* f(t) = \lim_{t \rightarrow +\infty} f(t) = \lambda$, где E — множество нулевой относительной меры, т. е. $\lim_{r \rightarrow \infty} \frac{E \cap (0, r)}{r} = 0$.

Теорема 1. Пусть $f(t) \in \widetilde{H}_p[a, +\infty]$, $0 < p < 1$. Тогда для особого интеграла $\psi(t) = t \int_a^{+\infty} \frac{f(\tau) \tau^p}{\tau(\tau-t)} d\tau$ существует $\lim_{t \rightarrow +\infty}^* \frac{\psi(t)}{t^p} = \overline{\lim}_{t \rightarrow +\infty} \frac{\psi(t)}{t^p} = -\pi \lambda \operatorname{ctg} p\pi$.

Доказательство. Рассмотрим сначала

$$I(r) = \int_a^r \frac{\psi(t)}{t} dt = \int_a^r dt \int_a^\infty \frac{f(\tau) \tau^p}{\tau(\tau-t)} d\tau. \quad (5)$$

Переставляя порядок интегрирования и интегрируя затем по частям, получим

$$I(r) = - \int_a^\infty \frac{d\tau}{\tau-a} \int_a^\tau \frac{f(x) x^p}{x} dx + \int_a^\infty \frac{d\tau}{\tau-r} \int_a^\tau \frac{f(x) x^p}{x} dx. \quad (6)$$

Заметим, что при этом интегралы в (5) и (6) существуют в смысле главного значения. По свойствам особого интеграла [3, с. 73] из (6) получим

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \frac{I(r)}{r^p} = \lim_{r \rightarrow \infty} \frac{p}{r^p} \int_a^r \frac{\psi(t)}{t} dt = -\pi \lambda \operatorname{ctg} p\pi. \quad (7)$$

Не ограничивая общности, будем считать далее, что $\lambda = 0$. Обозначим в этом случае $\psi(t)$ через $\psi_0(t)$. Запишем $\psi_0(t)$ в виде $\psi_0(t) = t \int_a^{t/2} \frac{f(\tau) \tau^p}{\tau(\tau-t)} d\tau + t \int_{t/2}^{3t/2} \frac{f(\tau) \tau^p}{\tau(\tau-t)} d\tau + t \int_{3t/2}^\infty \frac{f(\tau) \tau^p}{\tau(\tau-t)} d\tau = \sum_{k=1}^3 \psi_{0k}(t)$. Выберем $\varepsilon > 0$. Найдем $T = T(\varepsilon) > 0$:

$$f(x) < \varepsilon \text{ при } x > T, \quad (8)$$

$$\left| p \int_a^x \frac{f(\tau) \tau^p}{\tau} d\tau \right| < \varepsilon x^p \text{ при } x > T. \quad (9)$$

Зафиксируем теперь произвольное $t > 2T$

$$\begin{aligned} \psi_{02}(t) = & - \int_{t/2}^{3t/2} \frac{f(\tau) \tau^p}{\tau} d\tau + \int_{t/2}^{3t/2} \frac{f(\tau) - f(t)}{\tau - t} \tau^p d\tau + f(t) \int_{t/2}^{3t/2} \frac{\tau^p - t^p}{\tau - t} d\tau + \\ & + f(t) t^p \int_{t/2}^{3t/2} \frac{d\tau}{\tau - t}. \end{aligned}$$

Из (9), (2) и неравенства $|\tau^p - t^p| < t^{p-1} |\tau - t|$ вытекает, что

$$\psi_{02}(t) < A_2 \varepsilon \cdot t^p. \quad (10)$$

$$\psi_{01}(t) = -2 \int_a^{t/2} \frac{f(x) x^p}{x} dx + t \int_a^T \frac{d\tau}{(\tau-t)^2} \int_a^\tau \frac{f(x) x^p}{x} dx + t \int_T^{t/2} \frac{d\tau}{(\tau-t)^2} \int_a^\tau \frac{f(x) x^p}{x} dx.$$

Применяя (8), ограниченность $f(x)$ и теорему о среднем, получим, что

$$|\psi_{01}(t)| < A_1 \varepsilon t^p. \quad (11)$$

Наконец, для $\psi_{03}(t)$ имеем $\psi_{03}(t) \leq \varepsilon t \int_{3t/2}^\infty \frac{\tau^p d\tau}{\tau(\tau-t)}$. Вычисляя последний интеграл, приходим к соответствующей оценке для $\psi_{03}(t)$:

$$\psi_{03}(t) < A_3 \varepsilon \cdot t^p. \quad (12)$$

Объединяя (10), (12), получаем

$$\overline{\lim}_{t \rightarrow +\infty} \frac{\psi_0(t)}{t^\rho} \leq 0. \quad (13)$$

Если предположить, что в (13) имеет место знак «<», то получим противоречие соотношению (7). Следовательно, $\overline{\lim}_{t \rightarrow +\infty} \frac{\psi_0^*(t)}{t^\rho} = 0$ или $\overline{\lim}_{t \rightarrow +\infty} \frac{\psi(t)}{t^\rho} = -\pi \lambda \operatorname{ctg} \rho \pi$. Окончательный результат вытекает из [2, с. 194].

Рассмотрим теперь функцию

$$X(z) = \exp \left\{ z \int_a^\infty \frac{f(\tau) \tau^\rho}{\tau(\tau-z)} d\tau \right\}, \quad z \notin [a, +\infty), \quad 0 < \rho < 1, \quad (14)$$

где $f(t)$ удовлетворяет условиям (3), (4). Функция $X(z)$ является аналогом канонической функции однородной задачи Римана [3, с. 109], играющей большую роль в краевых задачах для аналитических функций. Имеет место

Теорема 2. Если $f(t)$ удовлетворяет условиям (3), (4), то функция $X(z)$, определенная формулой (14), является аналитической и порядка ρ [2, с. 11] в плоскости с разрезом по вещественному положительному лучу и существует предел

$$h_X(\theta) = \lim_{r \rightarrow \infty} \frac{\ln |X(re^{i\theta})|}{r^\rho} = -\frac{\pi \lambda}{\sin \rho \pi} \cos \rho(\theta_1 - \pi), \quad 0 < \theta < 2\pi,$$

причем стремление к пределу равномерно по $\theta \in [\eta; 2\pi - \eta] \forall \eta \in (0; \pi)$.

Доказательство. Существование интеграла в (14) вытекает из

$$(4). \text{ Преобразуем тогда } \ln X(z) \text{ к виду } \ln X(z) = z \int_a^\infty \frac{d\tau}{(\tau-z)^2} \int_a^\tau \frac{f(x) x^\rho}{x} dx.$$

Положим $p(\tau) = \int_a^\tau f(x) x^{\rho-1} dx$, тогда $p(\tau) = \frac{\lambda}{\rho} \tau^\rho + p_0(\tau) \tau^\rho$, где $\lim_{\tau \rightarrow \infty} p_0(\tau) = 0$. $\ln X(z) = z \int_a^\infty \frac{\lambda \tau^\rho d\tau}{\rho(\tau-z)^2} + z \int_a^\infty \frac{p_0(\tau) \tau^\rho d\tau}{(\tau-z)^2}$. Первый интеграл здесь имеет асимптотику

$$z \int_a^\infty \frac{\lambda \tau^\rho d\tau}{\rho(\tau-z)^2} = -\frac{\pi \lambda}{\sin \rho \pi} e^{-i\rho\pi} z^\rho + O(1), \quad |z| \rightarrow \infty, \quad (15)$$

(см., например, [3, с. 71]), а для второго, используя (15), получим

$$\left| z \int_a^\infty \frac{p_0(\tau) \tau^\rho d\tau}{(\tau-z)^2} \right| < L \cdot \varepsilon \cdot |z|^\rho. \quad (16)$$

Из (15), (16) следует утверждение теоремы.

Функция $F(z)$, аналитическая внутри угла $(\theta_1; \theta_2)$ и порядка ρ в нем называется функцией вполне регулярного роста (в. р. р.) на луче $\arg z = \theta \in (\theta_1; \theta_2)$ [2, с. 182], если существует

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \frac{\ln |F(re^{i\theta})|}{r^\rho}, \quad (17)$$

где E — множество нулевой относительной меры. Функция $F(z)$ — в. р. р. в угле $[\theta_1; \theta_2]$, если $\forall \theta \in [\theta_1; \theta_2]$ существует предел (17), причем E — множество, общее для всех лучей.

Следствие 1. Функция $X(z)$, определенная формулой (14) в условиях (2) — (4), является функцией в. р. р. в угле $[0; 2\pi]$. При этом ее индикатор $h_X(\theta)$ [2, с. 72] задается в $[0; 2\pi]$ формулой $h_X(\theta) = \overline{\lim}_{r \rightarrow \infty} \frac{\ln |X(re^{i\theta})|}{r^\rho} =$

$$= -\frac{\pi \lambda}{\sin \rho \pi} \cos \rho(\theta - \pi),$$

где верхний предел при $\theta \neq 0$; 2π можно заменить точным. Перейдем теперь к расширению предположений на $f(t)$.

З а м е ч а н и е 1. Условие (2) можно заменить условием ([3, с. 56])

$$\int_a^t \frac{\omega(\tau)}{\tau} d\tau < +\infty, \quad a > 0, \quad (18)$$

где $\omega(\tau)$ — модуль непрерывности функции $f(\tau)$.

З а м е ч а н и е 2. В теореме 1 неявно предполагалось, что $\operatorname{Im} f(t) \equiv \equiv 0$. Это не ограничивает общности.

З а м е ч а н и е 3. Условие (4) можно заменить условием: для некоторого $n \geq 2$ существует

$$\lim_{t_n \rightarrow \infty} \frac{\rho^{n-1}}{t_n^\rho} \int_a^{t_n} \frac{d t_{n-1}}{t_{n-1}} \int_a^{t_{n-1}} \dots \int_a^{t_2} \frac{d t_2}{t_2} \int_a^{t_1} \frac{f(t_1) t_1^\rho}{t_1} d t_1 = \lambda. \quad (19)$$

Полученные результаты переносятся также на случай $\rho \geq 1$.

Теорема 3. Если $f(t) \in H_{\rho-[\rho]}[a, +\infty]$, $\rho > 1$ — нецелое, (или удовлетворяет условиям (3), (18), (19)), то функция $X(z) = \exp \left\{ z^{[\rho]+1} \int_a^{\frac{1}{z}} \frac{f(\tau) \tau^\rho d\tau}{\tau^{[\rho]+1} (\tau-z)} \right\}$, $a > 0$, является функцией в. р. р. при порядке ρ в угле $[0; 2\pi]$, причем $h_X(0) = h_X(2\pi) = \lim_{r \rightarrow \infty}^* \frac{\ln |X^\pm(r)|}{r^\rho} = -\pi \lambda \operatorname{ctg} \rho \pi$, $h_X(\theta) = \lim_{r \rightarrow \infty} \frac{\ln |X(re^{i\theta})|}{r^\rho} = -\frac{\pi \lambda}{\sin \rho \pi} \cos \rho(\theta - \pi)$, $0 < \theta < 2\pi$ и стремление к последнему пределу равномерно по $\theta \in [\eta, 2\pi - \eta]$, $\eta \in (0; \pi)$.

Теорема 4. Если $f(t)$ удовлетворяет условиям (2), (3) при $\rho \in N$, а также существует $\lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{1}{\ln t} \int_a^t \frac{f(\tau) \tau^\rho}{\tau^{\rho+1}} d\tau = \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{1}{\ln t} \int_a^t \frac{f(\tau) d\tau}{\tau} = \lambda$, то функция $X(z) = \exp \left\{ z^{\rho+1} \int_a^{\frac{1}{z}} \frac{f(\tau) \tau^\rho}{\tau^{\rho+1} (\tau-z)} d\tau \right\}$, $a > 0$, $\rho \in N$, является функцией в. р. р. при порядке ρ в угле $[0; 2\pi]$, причем $h_X(0) = h_X(2\pi) = \lim_{r \rightarrow +\infty}^* \times \times \frac{\ln |X^\pm(r)|}{r^\rho \ln r} = \lambda$, $h_X(\theta) = \lim_{r \rightarrow \infty} \frac{\ln |X(re^{i\theta})|}{r^\rho \ln r} = \lambda \cos \rho \theta$, $0 < \theta < 2\pi$, а стремление к последнему пределу равномерно по $\theta \in [\eta; 2\pi - \eta]$, $\eta \in (0; \pi)$.

З а м е ч а н и е 4. Результаты, аналогичные выводам теорем 1—4, можно получить для следующих двух классов плотностей $\varphi(t)$ в (1):

А. $\varphi(t) = f(t) t^\rho$, $\rho > 0$, $t \in [a, +\infty)$; $f(t)$ монотонно убывает на $[a; +\infty)$; $f(t) \geq C > -\infty$, $C = \text{const}$.

Б. $\varphi(t)$ монотонно убывает на $[a; +\infty)$; $\lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{\varphi(t)}{t^\rho} = \lambda \neq \infty$, $\rho > 0$;

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{\rho}{t^\rho} \int_a^t \frac{\varphi(\tau)}{\tau} d\tau = \lambda.$$

З а м е ч а н и е 5. Из элементарных свойств монотонных функций [4, с. 179, 375, 380] вытекает, что функции $\varphi(t)$ из классов А и Б интегрируемы по Риману на любом конечном отрезке и имеют на $[a, +\infty]$ не более, чем счетное число точек разрыва (эти точки-нули $X(t)$).

ЛИТЕРАТУРА

1. Говоров Н. В., Сандригайло И. Е. — В сб.: Проблемы развития прикладных математических исследований: Тез. докладов IV Республиканской конференции математиков Белоруссии. Минск, 1975, ч. 2, с. 96.

2. Левин Б. Я. Распределение корней целых функций.— М., 1956.
3. Гахов Ф. Д. Краевые задачи.— М., 1977.
4. Ильин В. А., Садовничий В. А., Сендов Б. Л. Х. Математический анализ.— М., 1979, т. 1.

Поступила в редакцию
07.05.81.

Кафедра теории функций

УДК 517.925.52

Л. А. АЛЬСЕВИЧ

О НАЧАЛЬНЫХ ДАННЫХ ПЕРИОДИЧЕСКИХ РЕШЕНИЙ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Рассмотрим линейную систему

$$\dot{x} = P(t)x, \quad x \in R^n, \quad t \in R, \quad (1)$$

где $P(t)$ непрерывна и $P(t+2\pi) = P(t)$.

Известно (см. [1], с. 72), что для системы

$$\dot{x} = X(t, x), \quad (t, x) \in R^{n+1}, \quad (2)$$

удовлетворяющей условиям теоремы существования и единственности, существует функция $F(t, x)$ со свойствами: 1) $F(t, x(t)) \equiv x(-t)$ для любого решения $x(t)$ системы (2), определенного при $t=0$; 2) $F(t, x)$ является решением системы

$$\frac{\partial F}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} X(t, x) + X(-t, F) = 0 \quad (3)$$

с начальными условиями $F(0, x) = x$; 3) продолжимое на $[-\pi, \pi]$ решение $x(t)$ системы (2) с 2π -периодической по t правой частью будет $2\pi k$ -периодическим ($k \in N$) тогда и только тогда, когда $x(\pi k) = \lambda$ является решением системы

$$F(\pi k, \lambda) = \lambda. \quad (4)$$

Эта функция названа отражающей функцией системы (2).

Лемма 1. Отражающая функция системы (1) может быть представлена в виде $F(t, x) = e^{S(t)}x$, где $S(t)$ нечетная дифференцируемая матрица.

Доказательство. Используя первое свойство отражающей функции, нетрудно показать, что $F(t, x)$ можно представить в виде $F(t, x(t)) = B(t)x(t)$, где $B(t) = X(-t)X^{-1}(t)$ и $X(t)$ — фундаментальная матрица системы (1), для которой $X(0) = E$, а $X(-t) = Y(t)$ — фундаментальная матрица системы $\dot{y} = -P(-t)y$. Тогда (см. [2, с. 239]) матрицу $B(t)$ можно представить в виде $B(t) = e^{\text{Ln} B(t)}$. И так как $\text{Ln} B^{-1}(t) = -\text{Ln} B(t)$, где $\text{Ln} B(t)$ — непрерывная ветвь, для которой $\text{Ln} B^{-1}(t) = -\text{Ln} B(t)$ (см. [3, с. 25]), и $B(-t) = B^{-1}(t)$, имеем $F(t, x) = e^{S(t)}x$, где $S(t) = \text{Ln} B(t)$ — нечетная дифференцируемая функция.

Задавая конкретные значения матрицы $S(t)$, можно указать различные достаточные условия для матрицы $P(t)$, при которых эффективно выписывается алгебраическая система для определения начальных данных периодических решений системы (1). Пусть к примеру $S(t) = At$, где A — постоянная матрица.

Лемма 2. Для существования у системы (1) отражающей функции вида $F(t, x) = e^{At}x$, необходимо и достаточно выполнения следующего условия

$$-2P(0)\exp(-2P(0)t) + \exp(-2P(0)t)P(t) + P(-t)\exp(-2P(0)t) \equiv 0, \quad \forall t \in R. \quad (5)$$

Если у системы (1) отражающая функция указанного вида существует, то $A = -2P(0)$.

Доказательство леммы очевидным образом следует из свойства 2) отражающей функции.

Теорема. Пусть для непрерывной 2π -периодической матрицы $P(t)$ выполняется условие (5). Для того, чтобы решение $x(t)$ системы (1) было $2\pi k$ -периодическим ($k \in N$), необходимо и достаточно, чтобы $x(\pi k) = \lambda$ являлось решением линейной алгебраической системы

$$[\exp(-2P(0)\pi k) - E]\lambda = 0. \quad (6)$$

Доказательство следует из свойства 3) отражающей функции и ее вида.

Следствие 1. Если определитель системы (6) не равен нулю и выполняется условие (5), то $x \equiv 0$ — единственное $2\pi k$ -периодическое ($k \in N$) решение системы (1).

Приведем некоторые конкретные двумерные системы вида

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = p_{11}(t)x_1 + p_{12}(t)x_2 \\ \dot{x}_2 = p_{21}(t)x_1 + p_{22}(t)x_2 \end{cases} \quad (7)$$

(p_{ij} — непрерывны и $p_{ij}(t+2\pi) = p_{ij}(t)$, $i, j = 1, 2$), для которых условие (5) выполняется и, воспользовавшись теоремой, укажем начальные данные периодических решений для этих систем.

Следствие 2. Пусть $-2P(0) = \begin{pmatrix} 0 & b \\ -b & 0 \end{pmatrix}$ и

$$u(t) \sin bt + v(t) \cos bt \equiv 0, \quad \forall t \in R, \quad (8)$$

где $u(t) = p_{21}(t) - p_{21}(-t) + p_{12}(t) - p_{12}(-t) + p_{22}(t) - p_{22}(-t) + p_{11}(-t) - p_{11}(t)$, $v(t) = p_{11}(t) + p_{11}(-t) - p_{22}(t) - p_{22}(-t) + p_{12}(t) + p_{12}(-t) + p_{21}(t) + p_{21}(-t)$. Тогда: 1) если $b = \frac{2m}{k}$, $m \in Z$, $k \in N$, то все решения $x(t)$ системы (8) — $2\pi k$ -периодические функции; 2) если $b \neq \frac{2m}{k}$, то $x \equiv 0$ — единственное периодическое решение с периодом $2\pi k$.

Доказательство. Из условия (8) следует соотношение (5).
Пример

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= M(\sin t)x_1 + (b \cos t + N(\sin t))x_2, \\ \dot{x}_2 &= -(b \cos t + N(\sin t))x_1 + M(\sin t)x_2, \end{aligned}$$

где M и N — многочлены степени ≥ 1 .

Отметим, что условие (9) всегда будет выполнено, если $p_{11}(t) - p_{22}(t) + p_{12}(-t) + p_{21}(-t) \equiv 0$, $\forall t \in R$.

Следствие 3. Пусть $-2P(0) = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & a \end{pmatrix}$ и $a + p_{ii}(t) + p_{ii}(-t) \equiv 0$, $p_{ij}(t) + p_{ij}(-t) \equiv 0$, $\forall t \in R$, $i, j = 1, 2$.

Тогда: 1) при $a \neq 0$ $x \equiv 0$ — единственное $2\pi k$ -периодическое решение системы (7); 2) при $a = 0$ все решения системы (8) $2\pi k$ -периодические функции.

ЛИТЕРАТУРА

1. Мироненко В. И. Линейная зависимость функций вдоль решений дифференциальных уравнений. — Минск, 1981.
2. Беллман Р. Введение в теорию матриц. — М., 1969.
3. Еругин Н. П. Линейные системы обыкновенных дифференциальных уравнений. — Минск, 1963.

Поступила в редакцию
21.05.81.

Кафедра высшей математики ФПМ

УДК 517.928

ДАНГ ДИНЬ ТЯУ

ОБОБЩЕННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИЧНЫЕ ЧИСЛА РЕШЕНИЙ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В БАНАХОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ

Рассмотрим дифференциальное уравнение

$$\frac{dx}{dt} = f(t, x), \quad (1)$$

где $f: R^+ \times B \rightarrow B$; $f(t, 0) = 0$; B — банахово пространство.

Предположим, что f удовлетворяет всем условиям (см. [1, с. 462]),

обеспечивающим существование и единственность решения любой начальной задачи $x(0) = \xi$, $\xi \in B$, определенного для всех $t \geq 0$.

Для каждого $\xi \in B$ символом $x(t, \xi)$, или кратко $x(t)$, обозначим решение уравнения (1) с начальным условием $x(0) = \xi$. В [2] дано определение малого vd -числа и доказано необходимое условие для неустойчивости нулевого решения неавтономных систем в R^n . В данной работе рассмотрим это понятие для линейных систем в B .

Пусть A — любое подмножество из B , для которого 0 является предельной точкой множества $A \setminus 0$. Положим $A(\epsilon) := \{\xi \mid \xi \in A, \|\xi\| \neq 0, \|\xi\| \leq \epsilon\}$. В качестве функций v и d , рассмотренных в [1], мы возьмем $v(\xi) = \|\xi\|$, $d(\gamma_1, \gamma_2) = \ln \frac{\gamma_1}{\gamma_2}$, $\gamma_1 > 0$, $\gamma_2 > 0$. Пусть $a = \{A\}$ — совокупность некоторых подмножеств из B . Положим

$$D(t, \xi) := \ln \frac{\|x(t, \xi)\|}{\|\xi\|}, \quad (\Omega)vd(A) := \lim_{\epsilon \rightarrow +0} \overline{\lim}_{t \rightarrow +\infty} \sup_{\xi \in A(\epsilon)} \frac{1}{t} D(t, \xi),$$

$$(\Omega)vd(a) := \sup_{A \in a} (\Omega)vd(A),$$

$(\Omega)vd(A)$ назовем малым vd -числом уравнения (1) относительно A и $(\Omega)vd(a)$ -малым vd -числом уравнения (1) относительно a . Рассмотрим

$$\frac{dx}{dt} = A(t)x, \quad (2)$$

где оператор $A(t) \in [B, B]$, $t \in R^+$, интегрируем по Бохнеру на каждом отрезке R^+ .

Решение уравнения (2), удовлетворяющее начальному условию $x(0) = \xi$, можно представить в виде $x(t, \xi) = U(t)\xi$, где $U(t)$ — эволюционный оператор уравнения (2) (см. [1, с. 147]).

В работе [1, с. 170] дано определение старшего показателя экспоненциального роста χ_s и доказано, что $|\chi_s| \leq M < +\infty$ и $\forall \epsilon > 0, \exists N = N(\epsilon) > 0$ такое, что

$$\|U(t)\| \leq N e^{(\chi_s + \epsilon)t}, \quad t \geq 0. \quad (3)$$

Теперь докажем, что χ_s совпадает с малым vd — числом линейного уравнения (2) при указанном выше выборе функции v и d .

Теорема. Пусть a — любое густое семейство (см. [1]). Тогда $(\Omega)vd(a) = \chi_s$.

Доказательство. Возьмем любое густое семейство a и докажем, что $(\Omega)vd(a) \leq \chi_s$. Пусть ϵ — любое положительное число. Для каждого $\xi \in B$ имеем $x(t, \xi) = U(t)\xi$. Из (3) следует, что $\|x(t, \xi)\| \leq N \|\xi\| e^{(\chi_s + \epsilon)t}$, $t \geq 0$. Пусть $\|\xi\| \neq 0$, тогда

$$\frac{\|x(t, \xi)\|}{\|\xi\|} \leq N e^{(\chi_s + \epsilon)t}, \quad t \geq 0, \quad \sup_{\xi \in A(\epsilon)} \frac{1}{t} \ln \frac{\|x(t, \xi)\|}{\|\xi\|} \leq \frac{1}{t} \ln N + \chi_s + \epsilon, \quad t \geq 0,$$

$$\overline{\lim}_{t \rightarrow +\infty} \sup_{\xi \in A(\epsilon)} \frac{1}{t} D(t, \xi) \leq \chi_s + \epsilon, \quad \lim_{\epsilon \rightarrow +0} \overline{\lim}_{t \rightarrow +\infty} \sup_{\xi \in A(\epsilon)} \frac{1}{t} D(t, \xi) \leq \chi_s,$$

$$(\Omega)vd(A) \leq \chi_s, \quad (\Omega)vd(a) \leq \chi_s.$$

Теперь докажем, что $(\Omega)vd(a) \geq \chi_s$. Так как χ_s — старший показатель экспоненциального роста, для достаточно малого $\epsilon > 0$ существует такая точка $\xi^* \in B$, что $\overline{\lim}_{t \rightarrow +\infty} \frac{1}{t} \ln \|x(t, \xi^*)\| \geq \chi_s - \epsilon$. Обозначим $\xi_\mu :=$

$$= \frac{\xi^*}{\mu \|\xi^*\|}, \quad \mu = 1, 2, \dots \text{ Нетрудно видеть, что существует } K > 0 \text{ такое,}$$

$$\text{что } \xi_\mu \in A(\epsilon), \quad \forall \mu > K, \text{ причем } x(t, \xi_\mu) = U(t)\xi_\mu = U(t) \frac{\xi^*}{\mu \|\xi^*\|} =$$

$$= \frac{1}{\mu \|\xi^*\|} x(t, \xi^*). \text{ Тогда } \overline{\lim}_{t \rightarrow +\infty} \frac{1}{t} \ln \|x(t, \xi_\mu)\| = \overline{\lim}_{t \rightarrow +\infty} \frac{1}{t} \ln \|x(t, \xi^*)\|. \text{ Отсю-$$

да вытекает существование такой последовательности (t_{μ_m}) , $\forall \mu > K, t_{\mu_m} \rightarrow +\infty$,

$$m \rightarrow +\infty, \text{ что } \lim_{m \rightarrow +\infty} \frac{1}{t_{\mu_m}} \ln \|x(t_{\mu_m}, \xi_\mu)\| = \overline{\lim}_{t \rightarrow +\infty} \frac{1}{t} \ln \|x(t, \xi_\mu)\| =$$

$$\begin{aligned}
&= \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \ln \|x(t, \xi^*)\|. \text{ Поэтому для } \varepsilon < 1, \mu > K \text{ имеем} \\
&\frac{1}{t_{\mu m}} \ln \frac{\|x(t_{\mu m}, \xi_{\mu})\|}{\|\xi_{\mu}\|} \geq \frac{1}{t_{\mu m}} \ln \|x(t_{\mu m}, \xi_{\mu})\|, \\
&\frac{1}{t_{\mu m}} D(t_{\mu m}, \xi_{\mu}) \geq \frac{1}{t_{\mu m}} \ln \|x(t_{\mu m}, \xi_{\mu})\|, \\
&\sup_{\xi \in A(\varepsilon)} \frac{1}{t_{\mu m}} D(t_{\mu m}, \xi) \geq \frac{1}{t_{\mu m}} \ln \|x(t_{\mu m}, \xi_{\mu})\|, \\
&\overline{\lim}_{t \rightarrow +\infty} \sup_{\xi \in A(\varepsilon)} \frac{1}{t} D(t, \xi) \geq \lim_{m \rightarrow +\infty} \frac{1}{t_{\mu m}} \ln \|x(t_{\mu m}, \xi_{\mu})\|, \\
&\overline{\lim}_{t \rightarrow +\infty} \sup_{\xi \in A(\varepsilon)} \frac{1}{t} D(t, \xi) \geq \chi_s - \varepsilon, \quad \lim_{\varepsilon \rightarrow +0} \overline{\lim}_{t \rightarrow +\infty} \sup_{\xi \in A(\varepsilon)} \frac{1}{t} D(t, \xi) \geq \chi_s, \\
&(\Omega) v d(A) \geq \chi_s, \quad (\Omega) v d(a) \geq \chi_s.
\end{aligned}$$

Теорема доказана. Из теоремы можно получить следующий результат.

Следствие. Если для некоторого густого семейства a $(\Omega) v d(a) < 0$, то нулевое решение уравнения (2) асимптотически устойчиво.

З а м е ч а н и е. Для уравнения (1) в случае $B = R^n$ данный результат доказан в [1]. Распространение на B можно получить, воспользовавшись построениями, изложенными в работах [1, 3].

Автор благодарен профессору Ю. С. Богданову за постановку задачи и внимание.

ЛИТЕРАТУРА

1. Далецкий Ю. Л., Крейн М. Г. Устойчивость решений дифференциальных уравнений в банаховом пространстве.— М., 1970.
2. Богданов Ю. С. Дифференц. уравнения, 1965, т. 1, № 9, с. 1140.
3. Щербаков Б. А., Челышева Л. А. Некоторые признаки асимптотической устойчивости инвариантных множеств. В кн.: Вторая республиканская конференция математиков Белоруссии.— Тез. докладов.— Минск, 1967, ч. 1, с. 147.

Поступила в редакцию
10.06.81

Кафедра высшей математики ФПМ

АННОТАЦИИ ДЕПОНИРОВАННЫХ СТАТЕЙ *

УДК 539.194 : 546.791.4

В. И. Малинка, Д. С. Умрейко. Теоретические предпосылки исследования спектроскопических свойств комплексов четырехвалентного урана. № 4542-80. Деп. от 27.10.80.

Проведен расчет уровней энергии $5f^2$ -оболочки четырехвалентного урана в приближении слабого кристаллического поля. Методом эквивалентных операторов получены соотношения для матричных элементов кристаллического поля симметрии $D4d$.

УДК 517.947 : 535.4

А. И. Глушцов. Дифракция на круговом цилиндре, параллельном цилиндрической поверхности большого радиуса. № 4962-80. Деп. от 24.11.80.

Рассмотрена задача о дифракции плоской E -поляризованной волны на двух идеально проводящих параллельных круговых цилиндрах. Получено асимптотическое представление решения в случае, когда большим параметром является радиус одного из цилиндров, а радиус второго цилиндра сравним с длиной волны.

УДК 517.5

А. П. Старовойтов. О рациональной интерполяции функций класса Гончара. № 4966-80. Деп. от 27.11.80.

Рассматривается прямая интерполяция функций с характерными особенностями на отрезке $[-1, 1]$ рациональными функциями Лагранжа, которые имеют заданное число геометрически различных полюсов в открытой и расширенной комплексных плоскостях.

В частности, доказывается

Теорема 2. Если $f \in C[-1, 1]$ имеет ограниченное аналитическое продолжение в круг $D = \{z \mid |z| < 1\}$, то существует интерполяционная рациональная функция Лагранжа $L_n(f, x)$ — степени не выше n , при фиксированном $q \geq 1$ — $L_{n,q}(f, x)$ — степени не выше n с не более чем q геометрически различными полюсами в C , что $\|f(x) - L_n(f, x)\|_{C[-1,1]} \leq C_1 \inf_{1 < t \leq n/20} (M t e^{-Cn/t} + \ln n \omega(f, e^{-t/4}))$, $\|f(x) - L_{n,q}(f, x)\|_{C[-1,2]} \leq C_2 \ln n \omega(f, \cdot) \cdot \left(\left(C(q) \frac{\ln n}{n} \right)^{4[q/2]} \right)$, $n > 20$.

УДК 517.948.32

Г. В. Глобуз, А. А. Килбас. Интегральные уравнения с логарифмическими ядрами на полуоси и конечном отрезке действительной оси. № 4967-80. Деп. от 27.11.80.

Рассматриваются интегральные уравнения с логарифмическими ядрами

$$A(x) \int_a^x \varphi(t) dt + B(x) \int_x^{+\infty} \varphi(t) dt + \frac{C(x)}{\pi} \int_a^{+\infty} \ln|x-t| \varphi(t) dt = f(x) \quad (1)$$

на полуоси $(a, +\infty)$ и уравнения

* Копии депонированных статей можно заказать по адресу: 140010, Московская обл., г. Люберцы, 10, Октябрьский проспект, 403. Производственно-издательский комплекс ВИНТИ, отдел распространения; тел. 271-90-10, доб. 26-29.

$$A(x) \int_a^x \varphi(t) dt + B(x) \int_x^b \varphi(t) dt + \frac{C(x)}{\pi} \int_a^b \ln \frac{|x-t|}{(x-a)(t-a)} \varphi(t) dt = f(x); \quad (2)$$

$$A(x) \int_a^x \varphi(t) dt + B(x) \int_x^b \varphi(t) dt + \frac{C(x)}{\pi} \int_a^b \ln \frac{|x-t|}{x-a} \varphi(t) dt = f(x) \quad (3)$$

на конечном отрезке $[a, b]$ действительной оси. Дается решение уравнений (1)–(3) в замкнутой форме и изучается картина их разрешимости. Исследование условий разрешимости показывает, что они распадаются на интегральные, точечные условия, содержащие «конечные части» расходящихся интегралов, и условия разрешимости систем линейных алгебраических уравнений.

УДК 621.3.042

В. П. Доброго, О. П. Ермолаев. **Постановка лабораторной работы учебного практикума на тему: «Изучение прыжкового механизма электропроводности».** № 4969-80. Деп. от 27.11.80.

Описана разработанная авторами лабораторная работа учебного практикума для студентов, обучающихся по специализации «физика полупроводников и диэлектриков». Цель работы — ознакомление студентов с особенностями электропроводности полупроводников в области прыжковой проводимости. Объектом изучения выбран кремний, обладающий хорошо выраженной прыжковой проводимостью при температуре ниже 20 К. Для упрощения установки вместо специального исследовательского криостата использован транспортный гелиевый сосуд Дьюара типа СТГ. Располагая образцом на различной глубине в СТГ, а также регулируя мощность, подводимую к нагревателю образца, можно получать хорошо регулируемую температуру в интервале 80—4,2 К. Выполнение работы дает возможность студентам ознакомиться с техникой низкотемпературного эксперимента, сравнить экспериментальные результаты с выводами теории.

УДК 518.12 : 517.9

В. В. Бобков, Л. М. Городецкий. **О некоторых нелинейных методах численного интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений.** № 4970-80. Деп. от 27.11.80.

Предложен способ построения явных A -устойчивых методов численного интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка, основанный на итерационных алгоритмах решения нелинейных уравнений. Приводится ряд примеров, рассматриваются пути повышения согласованности поведения решений соответствующих разностной и дифференциальной задач.

УДК 530.12 : 531.51

В. И. Кудин, А. В. Минкевич. **К вопросу о теореме Биркгоффа в калибровочной теории гравитации.** № 4971-80. Деп. от 27.11.80.

В рамках калибровочной теории гравитации, исходя из общего выражения для гравитационного лагранжиана с квадратичными по кривизне и кручению членами, при допущении сохранения пространственной четности получены гравитационные уравнения в сферически-симметричном случае. Найдены ограничения на коэффициенты при квадратичных по кручению членах лагранжиана, при которых может иметь место теорема Биркгоффа. Показано, что теорема Биркгоффа выполняется в случае лагранжианов, удовлетворяющих ограничениям, вытекающим из рассмотрения квантования и космологической проблемы.

УДК 621.372.51

В. Г. Лукьянец. **Расчет частотной зависимости комплексной диэлектрической проницаемости материала для широкополосного однослойного ПЭВ.** № 4972-80. Деп. от 27.11.80.

Получены и проанализированы частотные зависимости комплексной диэлектрической проницаемости материалов, обеспечивающих полное поглощение энергии падающей электромагнитной волны в широком диапазоне частот слоем, расположенным на идеально проводящем основании. Рассмотрены случаи нормального и наклонного падения плоской гармонической волны с перпендикулярной поляризацией, а также волны типа H в полых металлических волноводах.

УДК 518.74

А. П. Астрейко, В. В. Голенков, В. П. Сидоренко. **Логические основы многопроцессорного графового автомата МГА1.** Часть 1. № 4975-80. Деп. от 27.11.80.

Проводится неформальное рассмотрение логических основ многопроцессорного графового автомата МГА1. Приведены определение понятий МГА1-процессора и принципа его активности, понятий ГК1-команды и ГК1-метаграмматики, понятия изоморфизма ГК1-текстов, рассмотрены некоторые специальные ГК1-метаотношения.

УДК 518.74

А. П. Астрейко, В. В. Голенков, В. П. Сидоренко. Логические основы многопроцессорного графового автомата МГА1. Часть 2. № 4976-80. Деп. от 27.11.80.

Проводится неформальное рассмотрение логических основ многопроцессорного графового автомата МГА1. Подробно рассмотрены два класса команд: ГК1-команды стирания и ГК1-команды поиска; представлены средства внутреннего языка МГА1 для записи ГК1-команд этих классов.

УДК 518.74

А. П. Астрейко, В. В. Голенков, В. П. Сидоренко. Логические основы многопроцессорного графового автомата МГА1. Часть 3. № 4977-80. Деп. от 27.11.80.

Проводится неформальное рассмотрение логических основ многопроцессорного графового автомата МГА1. Подробно рассмотрен класс ГК1-команд порождения. Приведен список 43 типов МГА1-процессоров графового автомата МГА1.

УДК 518 : 517.91/93

С. Т. Завтрак. Программа для решения нелинейного дифференциального уравнения 2-го порядка на собственные значения с помощью непрерывного аналога метода Ньютона. № 5194-80. Деп. от 09.12.80.

Программа предназначена для численного решения нелинейного обыкновенного дифференциального уравнения 2-го порядка на собственные значения. Предполагается, что задача задана на полуоси. Для решения задачи на ЭВМ необходимо задать вид уравнения и граничных условий. Программа написана на языке Фортран.

УДК 518 : 517.91/93

С. Т. Завтрак, И. Д. Феранчук. Программа для решения систем нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений 2-го порядка на собственные значения с помощью непрерывного аналога метода Ньютона. № 5195-80. Деп. от 09.12.80.

Программа предназначена для решения систем нелинейных уравнений квантовой теории на собственные значения. Предполагается, что задача задана на полуоси. Для решения задачи необходимо задать вид уравнений и граничных условий. Приведен текст программы на языке Фортран.

УДК 681.321

А. П. Бык, С. М. Завгороднев, В. В. Ревинский, А. М. Старовойтов, О. М. Тихоненко. К вопросу об оценке точности имитационного моделирования сложных систем. № 5196-80. Деп. от 09.12.80.

Получены аналитические оценки времени моделирования и промежутка съема результатов, обеспечивающие заданную точность моделирования.

УДК 519.1

М. М. Ковалев, В. Хоппе. Полиматроиды с максимальным числом вершин. № 5197-80. Деп. от 09.12.80.

Изучаются комбинаторные характеристики (диаметр, число граней и вершин) перестановочных полиматроидов, возникающих при изучении некоторых задач теории расписаний.

УДК 301.311.2

Е. Г. Гришков, А. Б. Каганов, А. В. Казаченко. К проблеме обработки на ЭВМ анкетной информации. № 5198-80. Деп. от 09.12.80.

Рассматриваются основные требования к анкете как источнику первичной статистической информации: необходимость формулирования гипотез на обработку данных, преимущество закрытых вопросов перед полужакрытыми и открытыми, тщательное, желательное предварительное, кодирование, аккуратность и внимание кодировщика.

УДК 51 : 662.62

А. В. Казаченко, В. Ф. Слепцов. Математическая модель одной задачи распределения твердого топлива. № 5199-80. Деп. от 09.12.80.

Рассмотрена математическая модель распределения твердого коммунально-бытового топлива, позволяющая в условиях дефицита топлива производить его распределение с учетом данных о потребностях и сведение избытков запаса к минимуму. Предлагаемая модель нелинейна в силу нелинейности входящих в нее функционалов. Задача решена методом линейного программирования с предварительным преобразованием неравенств в равенства, достигаемым введением искусственных переменных.

УДК 518.74

В. В. Голенков. Язык семантических сетей. № 3216-81. Деп. от 01.07.81.

Рассматривается способ записи семантических сетей в виде непомеченных квазиорграфов и способ записи формальных грамматик на таких семантических сетях.

УДК 517.968

И. Л. Васильев. Операторы типа потенциала с вырождающимся символом. № 3217-81. Деп. от 01.07.81.

Исследуются операторы типа потенциала с вырождающимся символом. В случае, когда число точек вырождения конечно, построены пары пространств, в которых для оператора типа потенциала выполняется теория Нетера. В случае, когда символ оператора обращается в нуль тождественно по оси, показано, что теория оператора типа потенциала аналогична теории интегральных операторов Фредгольма первого рода.

УДК 517.968

И. Л. Васильев. О методе эрмитовых форм в теории разрешимости систем уравнений Абеля. № 3218-81. Деп. от 01.07.81.

В весовых пространствах исследуется разрешимость невырожденных систем интегральных уравнений Абеля с постоянными коэффициентами. Системам ставятся в соответствие некоторые эрмитовы формы. Единственность решения и безусловная разрешимость системы описываются в терминах знакоопределенности этих форм. При некоторых допущениях число решений и условий разрешимости системы в явном виде выражаются через ранг и сигнатуру специальным образом построенной эрмитовой формы.

УДК 620.179.16

В. И. Миккулович, Н. Н. Скриган, А. И. Ярещенко. О возможности использования перестраиваемых полосовых фильтров для синхронного анализа вибраций. № 3219-81. Деп. от 01.07.81.

Исследованы основные характеристики синхронного анализатора вибраций на основе перестраиваемых полосовых фильтров. Сделан вывод о том, что такие анализаторы можно использовать только для измерения наиболее сильных дискретных составляющих вибрационных сигналов в области низких частот, например, первых роторных гармоник ГТД. Приведены блок-схема и основные характеристики разработанного анализатора.

УДК 621.315.592.

В. П. Болдырев, А. В. Латышев, Э. Ф. Лобанович, В. И. Лойко, Л. Г. Семенов. Изучение дефектообразования в кремниевых пластинах при термообработке в зависимости от скоростей ввода и вывода. № 3223-81. Деп. от 01.07.81.

Методом рентгеновской топографии получено экспериментальное подтверждение влияния температурных градиентов по длине и сечению предзоны диффузионной печи на процессы образования дислокаций, линий скольжения, примесных преципитатов в пластинах кремния при различных их скоростях ввода (вывода) в рабочую зону. Обнаружено, что в предзоне диффузионной печи разность температур между верхом и низом трубы достигает 200—250 °С, а температурный градиент по радиусу пластины (3—6 °С/мм) является достаточным для появления пластической деформации. Показано, что дислокации и линии скольжения зарождаются в областях механических нарушений, а также в местах контакта пластин с лодочкой при высоких скоростях перемещения плотно упакованных пластин. Малые скорости вывода пластин с плотной упаковкой приводили к выпадению быстродиффундирующих примесей во вторую фазу. Образование примесных выделений может быть подавлено использованием жестких (закалочных) режимов ввода и вывода вертикально расположенных пластин со свободной упаковкой в лодочке без увеличения концентрации дефектов типа дислокаций и линий скольжения.

УДК 681.325(0.88.8)

В. Е. Ямный, Фам Туан Фан. Исследование широкодиапазонного логарифмического АЦП с коррекцией погрешностей. № 3224-81. Деп. от 01.07.81.

Проведено исследование по созданию широкодиапазонного логарифмического аналого-цифрового преобразователя с коррекцией погрешностей. Рассмотрены такие вопросы, как компенсация заряда переключения ключей, устранение влияния диэлектрической абсорбции, коррекция аддитивной погрешности АЦП.

УДК 519.852.6

В. С. Глушенков. Построение алгоритмов линейного программирования с использованием двойственной квазивырожденности. № 3225-81. Деп. от 01.07.81.

Построены двойственные и адаптивные алгоритмы решения канонической и интервальной задачи линейного программирования, использующие квазивырожденность двойственных планов задач. Доказаны теоремы о невозможности заикливания построенных алгоритмов.

УДК 517.947:535.4

А. И. Глушцов. Электромагнитное излучение электрического квадруполь в присутствии круговых цилиндров. № 3226-81. Деп. от 01.07.81.

Исследуется поле излучения элементарного электрического квадруполь, расположенного вблизи одного или двух параллельных проводящих круговых цилиндров. Получены выражения для поля в приближении волновой зоны, рассчитаны диаграммы направленности для различно ориентированных квадрупольных источников.

УДК 517.968

С. Г. Самко, И. Л. Васильев. Интегральные уравнения с аналитическими ядрами типа потенциала. № 3227-81. Деп. от 01.07.81.

Рассматриваются интегральные уравнения первого рода:

$$K_1 \varphi \equiv u(x) \int_{-\infty}^x \frac{\varphi(t) dt}{(x-t)^{1-\alpha}} + V(x) \int_x^{\infty} \frac{\varphi(t) dt}{(t-x)^{1-\alpha}} + \int_{-\infty}^{\infty} L(x, t) \varphi(t) dt = f(x); \quad (1)$$

$$K_2 \varphi \equiv \int_{-\infty}^x \frac{V(t) \varphi(t) dt}{(x-t)^{1-\alpha}} + \int_x^{\infty} \frac{u(t) \varphi(t) dt}{(t-x)^{1-\alpha}} + \int_{-\infty}^{\infty} L(x, t) \varphi(t) dt = f(x), \quad (2)$$

где $0 < \alpha < 1$; $\varphi(t) \in L_p$; $1 < p < \frac{1}{\alpha}$; коэффициенты $u(x)$, $v(x)$ удовлетворяют условию Гельдера с показателем $\lambda > \alpha$. Выделен класс ядер $L(x, t)$, дробные производные которых принадлежат классу Харди. Показано, что операторы K_1 и K_2 ограничены из L_p в $l\alpha[L_p]$. Уравнения (1), (2) при некоторых условиях приводятся к полным сингулярным уравнениям с мероморфными ядрами и решаются в замкнутой форме.

УДК 519.283

А. Н. Дудин. Оптимальное управление двухскоростной многолинейной системой массового обслуживания со штрафом за переключения. № 3228-81. Деп. от 01.07.81.

Рассматривается задача оптимального управления скоростью обслуживания требований в двухскоростной многолинейной системе массового обслуживания со штрафом за переключение скорости работы системы. Переключение скоростей разрешается производить в моменты окончания обслуживания требований, причем одновременно и одинаково для всех каналов системы. Оптимальная стратегия ищется в классе гистерезисных стратегий. Поведение системы описывается управляемой цепью Маркова. Найдено стационарное распределение вероятностей состояний цепи Маркова и явная зависимость значения критерия качества от управляемых параметров. Процедура поиска оптимального управления реализована численно. Приводятся результаты численных экспериментов.

УДК 519.283

А. Н. Дудин. О синхронном и асинхронном переключении скоростей работы каналов двухскоростной двухлинейной системы массового обслуживания. № 3229-81. Деп. от 01.07.81.

Решается задача оптимального управления двухскоростной многолинейной системой массового обслуживания в классе пороговых стратегий при синхронном переключении скорости работы каналов системы. Рассматривается задача оптимального управления двухскоростной двухлинейной СМО в классе пороговых стратегий при асинхронном переключении скорости работы каналов системы. Производится численное сравнение дисциплины с синхронным и асинхронным переключениями скорости.

УДК 518.74

В. В. Голенков. Принципы построения многопроцессорного графового автомата МГА1. № 3230-81. Деп. от 01.07.81.

Рассматриваются принципы организации машины, которая управляется потоком данных и является автоматом, осуществляющим переработку семантических сетей, представленных непомеченными квазиорграфами.

УДК 518.74

В. В. Голенков. Сравнительный анализ многопроцессорного графового автомата МГА1. № 3231-81. Деп. от 01.07.81.

Проводится сравнение традиционных ЭВМ с ассоциативными графовыми вычислительными системами, осуществляющими переработку семантических сетей, представленных непомеченными квазиорграфами.

УДК 518.74

В. В. Голенков. Представление алгоритмов в памяти графового автомата. № 3232-81. Деп. от 01.07.81.

Рассматривается язык записи алгоритмов в виде семантических сетей, являющийся языком, ориентированным на переработку баз данных.

УДК 518.74

В. В. Голенков. Графовый автомат как система переработки дискретной информации. 1. № 3234-81. Деп. от 01.07.81.

Излагается способ представления данных в автомате на непомеченных квазиорграфах. Показано, что любые данные (с любой логической структурой) можно представить в виде данных такого графового автомата.

УДК 518.74

В. В. Голенков. Графовый автомат как система переработки дискретной информации. 2. № 3233-81. Деп. от 01.07.81.

Описывается способ записи формальных грамматик на непомеченных квазиорграфах. Эти формальные грамматики интерпретируются как хранимые программы графового автомата, осуществляющего переработку семантических сетей, представленных непомеченными квазиоргравами.

УКАЗАТЕЛЬ

статей, опубликованных в «Вестнике Белорусского университета»,
серия I «Физика, математика и механика» в 1982 году

ФИЗИКА

Абдулин А. З., Безбородов В. С., Бубель О. Н., Минько А. А., Рачкевич В. С. Мезоморфные свойства некоторых производных бензойной и коричневой кислот	1	22
Апанасович В. В., Чернявский А. Ф. Об одном методе моделирования пуассоновского потока случайных событий	2	3
Бенчук В. И., Фигурин В. А. Критичность настройки гетеродинамического приемника атмосферной ОЛС	3	6
Бельский А. М., Патек М. О распространении пространственно-ограниченного квазимонохроматического импульса в свободном пространстве	3	18
Борздов В. М. Об оценке момента времени, определяющего изменение скорости деградации тонкопленочных резисторов в процессе их старения	2	8
Гайсенко В. А., Коява В. Т., Попеиц В. И., Саржевский А. М. Расчет функции флуктуационного распределения флуоресцентных центров в полярном растворе по частотам чисто электронного перехода	1	5
Громенко Г. И., Лойко В. И. Привлечение задачи Герца для анализа распределения напряжений в плоском твердом теле при деформации сферическими иглами	1	3
Градовский О. Т., Грубич А. О., Дубовская И. Я. Влияние поглощения фотонов на спектральное распределение излучения каналированных частиц	3	32
Данилов В. А., Зенченко С. А. О влиянии нестабильностей модулирующего сигнала на режим синхронизации мод АИГ: Nd лазера	3	22
Данейко И. К., Лесников В. И., Фираго В. А. Цифро-аналоговое устройство для измерения условных средних	2	24
Дорогов Ю. И., Лучевский Б. А. О распространении переменного магнитного поля в ферромагнитном цилиндре	2	29
Егоров А. С., Крот В. И. Влияние параметров среды на структурное состояние конденсированных ДНП-систем	2	5
Емельяненко В. И. О нелинейном преобразовании сигналов	1	37
Зорин В. П., Тимошенко А. В., Черенкевич С. Н. Измерение активности ионов H^+ в клеточных суспензиях флуоресцентным способом	3	28
Красноголовый Б. Н. Оценка искажений магнитного отклонения луча за счет дисторсии	3	12
Курейчик К. П., Макаров В. Л. Таймер электротермического атомизатора	2	17
Казакевич Л. А., Кузнецов В. И., Лугаков П. Ф., Лукашевич Т. А., Шуша В. В. Образование и отжиг точечных и групповых радиационных дефектов в кремнии различного исходного совершенства	3	25
Кухто Т. В., Шумейко Н. М. Электромагнитные поправки к поляризационной асимметрии в глубоконеупругом IN -рассеянии	1	14
Линев В. Н., Мочальский В. Б., Муравский В. А., Фурса Е. Я. Регистрация спектров ЭПР с переменной скоростью развертки магнитного поля	3	8
Личко Г. П. Об оценке быстродействия различных способов цифровой фильтрации с помощью КИХ-фильтров при антенных измерениях	2	15
Мулярчик С. Г., Абрамов И. И. Алгоритм двумерного численного анализа биполярных транзисторов	2	11
Некрасевич И. Г., Смирнов А. В., Баринов В. Н. Приэлектродные явления в импульсном вакуумном разряде	1	9
Некрасевич И. Г., Лапшин В. А. Взаимосвязь между электрическими, эрозийными и энергетическими характеристиками вакуумной дуги	2	27
Прокошин В. И., Шепелевич В. Г. Термоэлектрический коэффициент мощности деформированных сплавов $Bi-12$ ат. %	1	35
Рудницкий А. С. Расчет объемных калейдоскопических резонаторов методом разделения переменных с учетом свойств симметрии	1	29
Фурс С. Н. Алгоритм вычисления двоичного логарифма	2	21
Хмельницкий А. И., Черенкевич С. Н., Комяк А. И., Минько А. А., Сидоренко М. М. Применение полиеновых антибиотиков в качестве оптических зондов для изучения свободнорадикальных процессов в биомембранах	3	16

МАТЕМАТИКА И МЕХАНИКА

Альсевич Л. А. О начальных данных периодических решений линейных систем дифференциальных уравнений	3	50
Амелькин В. В., Касим Мухамед Аль-Хайдер. Об одном подходе к решению проблемы изохронности центра	3	41
Бобкова Н. А. О некоторых нелинейных разностных схемах метода характеристик	3	37

Вакульчик П. А. Исследование сходимости неявных разностных схем решения смешанной задачи для нелинейных гиперболических систем	2	41
Веремчук И. А. Стационарная фильтрация в многослойной анизотропной области с точечным стоком	1	55
Воюш В. И., Дравица В. И., Змитрович А. И., Мелешко Ю. П., Сабанаева Н. В. Автоматизация проектирования процедур работы с базами данных	1	40
Воюш В. И., Змитрович А. И. Метод реализации универсального макрогенератора ЕС ЭВМ	3	35
Гахович А. С. Оригиналы Лапласа—Эйлера со степенной особенностью нецелого типа в нуле	1	60
[Говоров Н. В.], [Сандригайло И. Е.], Rogozin С. В. Об асимптотических свойствах особого интеграла типа Коши с контуром на положительном луче	3	46
Глушеников В. С., Гневко С. В., Костюкова О. И. Численный эксперимент по методам решения общей задачи линейного программирования	2	33
Данг Динь Тяу. Обобщенные характеристичные числа решений дифференциальных уравнений в банаховом пространстве	3	51
Забелло Л. Е., Колобова Л. А. Об одном алгоритме решения задачи векторной оптимизации	2	44
Забелло Л. Е., Лебедев А. Л. Фильтр Калмана для линейных дискретных систем с запаздыванием	2	46
Калитин Б. С. Некоторые признаки ограниченности решений	1	53
Кравцов М. К., Кашинский Ю. И. О структуре множества допустимых решений транспортной задачи с запретами	1	64
Коляда А. А., Пилиповец Ф. С. Распределение поправки Американа к неточному рангу числа в системах остаточных классов	2	53
Костюкова О. И., Тятюшкин А. И. Численный эксперимент по одному методу решения общей задачи линейного программирования	2	35
Леваков А. А. Некоторые свойства многозначных отображений и одна теорема существования решений дифференциальных включений	1	45
Людский А. Е. Один подход к вычислению подмножеств эквивалентных несправностей логической схемы	1	49
Матвеев Г. В. Следовая форма на центральной простой алгебре	3	44
Новиков Я. А. Алгебраическое построение имплективной нормальной формы	1	57
Прусов И. А., Селяк В. В. Об одном решении задачи изгиба бесконечной трансверсально-изотропной пластики с отверстием в уточненной постановке	2	38
Садовский А. П. Существование голоморфного преобразования специального вида в случае центра	1	48
Черкасова М. П., Евдокимова О. Я. Об организации базы данных по языкам программирования	3	39
Шилин А. П. Краевая задача, сводящаяся к трем задачам Римана	2	50

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

Белявский С. С. Об одной задаче для систем с переключением	2	69
Бобков В. В. Об одном семействе численных методов с улучшенными свойствами устойчивости	2	63
Гуляев А. Д., Емельяненко В. И., Изох В. В. К вопросу о стробоскопическом преобразовании	2	60
Духвалов Л. Д. О некоторых однородных пространствах над алгеброй квазиматриц	2	65
Калинин Ю. М. Определение энергии активации релаксационных процессов в сплавных GaAs и Ge туннельных диодах	2	59
Мещерская М. Б. О зависимости множества линейных элементов от параметризации кривой	2	62
Пряхин А. Е. Измеритель индукции магнитного поля с цифровым отсчетом в системе СИ	2	57
Фам Тхе Лонг. Численный эксперимент по сравнению методов решения общей задачи линейного программирования	2	67

ХРОНИКА

Иосиф Степанович Пятосин (К 100-летию со дня рождения)	1	69
Аннотации депонированных статей	2	70
Аннотации депонированных статей	3	54

ПАМЯТИ УЧЕНОГО

Владимир Васильевич Изох	1	77
------------------------------------	---	----

РЕФЕРАТЫ

УДК 621.395.16

Бенчук В. И., Фигурин В. А. Критичность настройки гетеродинного приемника атмосферной ОЛС.— Вестн. Белорусского ун-та. Сер. 1, физ., мат. и мех., 1982, № 3.

Исследуется влияние угла рассогласования между волновыми фронтами принимаемого и гетеродинного пучков на параметры гетеродинных оптических линий связи. Получено, что критичность настройки приемника в условиях турбулентной атмосферы, определяемая по среднему значению выходного сигнала, остается практически такой же, как и при отсутствии атмосферы. Однако увеличение угла расстройки приводит к заметному росту нормированной дисперсии выходного сигнала.

Библ. 7 назв., ил. 2.

УДК 538.11.8

Линев В. Н., Мочальский В. Б., Муравский В. А., Фурса Е. Я. Регистрация спектров ЭПР с переменной скоростью развертки магнитного поля.— Вестн. Белорусского ун-та. Сер. 1, физ., мат. и мех., 1982, № 3.

Предлагается новый способ регистрации сигналов ЭПР — при нелинейной развертке магнитного поля по закону $H_t' = A/|Y_n''|$. Рассчитаны искажения, вносимые устройствами регистрации. Показаны преимущества развертки с переменной скоростью по сравнению с линейной разверткой.

Библ. 3 назв., ил. 3, табл. 1.

УДК 621.396.963.8

Красноголовый Б. Н. Оценка искажений магнитного отклонения луча за счет дисторсии.— Вестн. Белорусского ун-та. Сер. 1, физ., мат. и мех., 1982, № 3.

Дана оценка искажений магнитного отклонения луча, связанных с дисторсией. Получено выражение для относительной ошибки отклонения и выяснена ее зависимость от угла отклонения. Найдена форма отклоняющего тока для заданного закона отклонения.

Библ. 7 назв., ил. 3.

УДК 543.422/577.3

Хмельницкий А. И., Черенкевич С. Н., Комяк А. И., Минько А. А., Сидоренко М. М. Применение полиеновых антибиотиков в качестве оптических зондов для изучения свободнорадикальных процессов в биомембранах.— Вестн. Белорусского ун-та. Сер. 1, физ., мат. и мех., 1982, № 3.

В растворе и в липидной фазе искусственных и естественных мембран происходит деструкция полиеновых антибиотиков. Кинетические изменения величины оптической плотности полиенов отражают различие скоростей реакции перекисного окисления липидов в мембранах различного происхождения. На основании полученных данных предложен метод исследования свободнорадикальных процессов в биомембранах, в частности, перекисного окисления липидов.

Библ. 14 назв., ил. 4.

УДК 53.083.72

Бельский А. М., Патек М. О распространении пространственно-ограниченного квазимонохроматического импульса в свободном пространстве.— Вестн. Белорусского ун-та. Сер. 1, физ., мат. и мех., 1982, № 3.

Исследовано распространение светового импульса, ограниченного по всем простран-

ственным направлениям, в вакууме. Показано, что длительность импульса, ограниченного в поперечном направлении, увеличивается по мере распространения. Приведена оценка зависимости длительности импульса от пройденного расстояния.

Библ. 4 назв.

УДК 621.373.018.756 : 621.373.029.67

Данилов В. А., Зенченко С. А. О влиянии нестабильностей модулирующего сигнала на режим синхронизации мод АИГ: Nd лазера.— Вестн. Белорусского ун-та. Сер. 1, физ., мат. и мех., 1982, № 3.

Рассматривается влияние паразитной модуляции высокочастотного сигнала, подаваемого на внутррезонаторный модулятор, на выходные характеристики АИГ: Nd лазера с синхронизацией мод. Делается вывод о необходимости контроля спектра высокочастотного сигнала для улучшения стабильности работы лазера.

Библ. 6 назв., ил. 3.

УДК 621.315.592

Казакевич Л. А., Кузнецов В. И., Лугаков П. Ф., Лукашевич Т. А., Шуша В. В. Образование и отжиг точечных и групповых радиационных дефектов в кремнии различного исходного совершенства.— Вестн. Белорусского ун-та. Сер. 1, физ., мат. и мех., 1982, № 3.

Изучены процессы образования и отжига компенсирующих, рассеивающих и рекомбинационных радиационных дефектов (РД), образующихся при облучении (гамма-кванты, электроны, протоны, нейтроны) кристаллов кремния *n*- и *p*-типа, различающихся степенью легирования, концентрацией остаточных примесей и плотностью дислокаций. Определены основные параметры равномерно распределенных в объеме кристалла точечных и групповых (области скоплений) радиационных дефектов и сделаны заключения об их структуре и природе.

Библ. 6 назв., табл. 1.

УДК 612.014.1

Зорин В. П., Тимошенко А. В., Черенкевич С. Н. Измерение активности ионов H^+ в клеточных суспензиях флуоресцентным способом.— Вестн. Белорусского ун-та. Сер. 1, физ., мат. и мех., 1982, № 3.

Описывается флуоресцентный метод измерения рН лимфоидных клеток с использованием ФИТЦ-меченой иммуноглобулиновой сыворотки. Обсуждается возможность применения предложенного метода.

Библ. 12 назв., ил. 3.

УДК 539.121.7

Градовский О. Т., Грубич А. О., Дубовская И. Я. Влияние поглощения фотонов на спектральное распределение излучения каналированных частиц.— Вест. Белорусского ун-та. Сер. 1, физ., мат. и мех., 1982, № 3.

Проведен в дипольном приближении количественный анализ влияния поглощения фотонов в среде и частотной дисперсии на спектральные и угловые распределения фотонов, генерируемых при плоскостном каналировании позитронов. Рассматривалось каналирование позитронов энергий 50 МэВ и 1 ГэВ в кристаллах Si, W, Ge.

Библ. 8 назв., ил. 3.

УДК 681.3.068

Воюш В. И., Змитрович А. И. Метод реализации универсального макрогенератора ЕС ЭВМ.— Вестн. Белорусского ун-та. Сер. 1, физ., мат. и мех., 1982, № 3.

Приводится метод обработки макросредств в универсальном макрогенераторе ЕС ЭВМ, реализуемый за два просмотра исходного текста.

Библ. 4 назв., ил. 1.

УДК 518 : 517.944/.947

Бобкова Н. А. О некоторых нелинейных разностных схемах метода характеристик.— Вестн. Белорусского ун-та. Сер. 1, физ., мат. и мех., 1982, № 3.

Для численного решения задачи Коши в случае квазилинейной системы двух дифференциальных уравнений в частных производных первого порядка гиперболического типа предлагаются новые разностные схемы метода характеристик, основанные на использовании методов численного интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка, характеризующихся улучшенными свойствами согласованности дифференциальных и разностных уравнений.

Библ. 3 назв.

УДК 681.3

Черкасова М. П., Евдокимова О. Я. **Об организации базы данных по языкам программирования.**— Вестн. Белорусского ун-та. Сер. 1, физ., мат. и мех., 1982, № 3.

Описана логическая организация базы данных по языкам программирования, реализованная с применением ИПС АСПИД-3 на ЕС-1022.

Библ. 3 назв.

УДК 517.925.12

Амелькин В. В., Касим Мухамед Аль-Хайдер. **Об одном подходе к решению проблемы изохронности центра.**— Вестн. Белорусского ун-та. Сер. 1, физ., мат. и мех., 1982, № 3.

На основе метода нормальных форм выводятся необходимые и достаточные условия наличия центра, а также изохронного центра у аналитических дифференциальных систем с двумерным фазовым пространством.

Библ. 4 назв.

УДК 519.4

Матвеев Г. В. **Следовая форма на центральной простой алгебре.**— Вестн. Белорусского ун-та. Сер. 1, физ., мат. и мех., 1982, № 3.

Изучается следовая форма на центральной простой алгебре. Показано, что задача о вычислении этой формы сводится к коммутативному случаю.

Библ. 5 назв.

УДК 517.532, 517.535.4

[Говоров Н. В.], [Сандригайло И. Е.], Рогозин С. В. **Об асимптотических свойствах особого интеграла типа Коши с контуром на положительном луче.**— Вестн. Белорусского ун-та. Сер. 1, физ., мат. и мех., 1982, № 3.

Исследуется асимптотика интеграла типа Коши и особого интеграла в том случае, когда плотность интеграла ведет себя в окрестности бесконечно удаленной точки как степенная функция.

Библ. 4 назв.

УДК 517.925.52

Альсевич Л. А. **О начальных данных периодических решений линейных систем дифференциальных уравнений.**— Вестн. Белорусского ун-та. Сер. 1, физ., мат. и мех., 1982, № 3.

Указан вид отражающей функции для линейной системы с 2π -периодической матрицей. Приведены необходимые и достаточные условия $2\pi k$ -периодических решений таких систем.

Библ. 3 назв.

УДК 517.928

Данг Динь Тяу. **Обобщенные характеристические числа решений дифференциальных уравнений в банаховом пространстве.**— Вестн. Белорусского ун-та. Сер. 1, физ., мат. и мех., 1982, № 3.

Рассматривается понятие малого νd -числа решений дифференциальных уравнений в банаховом пространстве. Доказано, что старший показатель экспоненциального роста совпадает с малым νd -числом решений линейных дифференциальных уравнений.

Библ. 3 назв.