метрические однородные пространства $X_{k_1k_2}$, исходя из начального элемента $\varkappa_0$, определенного в (4). Получим:

$$X_{k_1,k_2} = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \bar{x} & P_1 & \varepsilon V^T \\ \varepsilon \bar{y} & \varepsilon V & P_2 \end{pmatrix} \right\},$$

где

$$\left\{ \begin{array}{ll} P_1 = A E^0_{k_1} A^T, & \\ P_2 = D E^0_{k_2} D^T, & \bar{x} = \bar{a} - P_1 \bar{a}. \\ V = (C A^T) P_1 - P_2 (C A^T), & \bar{y} = (\bar{b} - P_2 \bar{b}) - V \bar{a}. \end{array} \right. \tag{11}$$

E^0_i матрица с i единицами по диагонали и остальными нулями есть G — пространство, и под действием преобразования g матричная координата V, проектирующие операторы P_1, P_2 и координаты начальной точки $\bar{x}$, $\bar{y}$ преобразуются следующим образом:

$$\left\{ \begin{array}{ll} P'_1 = A P_1 A^T, & \bar{x}' = A\bar{x} - (P'_1 \bar{a} - \bar{a}), \\ P'_2 = D P_2 D^T, & \bar{y}' = D\bar{y} + C\bar{x} - V\bar{a} - \\ V' = D V A^T + C P_1 A^T + D P_2 B^T, & - (P'_2 \bar{b} - \bar{b}). \end{array} \right. \tag{12}$$

Формулы (12) обобщают формулы Б. А. Розенфельда [4], рассмотренные для частного случая $P_1 = E_{m-1}$, $P_2 = 0$.

Рассматривая морфизмы, заданные на $X_{k_1k_2}$, называемом пространством (k_1, k_2)-плоскостей, легко классифицировать эти плоскости, указать их уравнения и направляющие пространства, а также найти все основные инварианты, пользуясь инвариантами (9), (10).

Заменив в определении группы Δ группу $O(M^{m-1}_{n-1})$ на ${}^{kl}O(M^{m-1}_{n-1})$, либо на $Sp(M^{m-1}_{n-1})$, можно получить соответствующую теорию квазигиперболических и квазисимплектических пространств и их пространств плоскостей.

ЛИТЕРАТУРА

1. Розенфельд Б. А. и др.— Изв. высш. учебн. заведений. Математика, 1969, т. 4, с. 62.
2. Ведерников С. В.— Проблемы геометрии, 1975, т. 7, с. 49.
3. Розенфельд Б. А. Неевклидовы пространства.— М., 1969.
4. Розенфельд Б. А.— Труды Московского матем. об-ва, 1959, т. 8, с. 49.
5. Розенфельд Б. А. Многомерные пространства.— М., 1966.

Поступила в редакцию
21.06.80

Кафедра геометрии

УДК 519.852.6

ФАМ ТХЕ ЛОНГ

ЧИСЛЕННЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ ПО СРАВНЕНИЮ МЕТОДОВ РЕШЕНИЯ ОБЩЕЙ ЗАДАЧИ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

В заметке приводятся результаты численных экспериментов по сравнению двух методов решения общей задачи ЛП в канонической форме [1]:

$$c'x \to \max, \ Ax = b, \ d_* \leqslant x \leqslant d^*, \tag{1}$$

где c, x, d_*, d^* — n-векторы; A — $m \times n$-матрица; $m < n$.

Для решения задачи (1) в [2] предложен прямой опорный метод с адаптивной нормировкой (метод 1), результаты экспериментального сравнения которого с другими методами приведены в [4]. Цель нашего эксперимента — сравнение эффективности метода 1 и двухшагового прямого опорного метода [3] (метод 2).

Было сформировано 9 серий задач (1), по 5 задач в каждой. Параметры задачи (1) генерировались датчиком случайных чисел, расположенных в интервале [—100, 100]. Датчик реализован в виде следующей FORTRAN-подпрограммы:

```
SUBROUTINE GER(Y, Z)
L=Y*Z
Y=Y*Z-L
Y=100*SIN(3.1416*Y+0,5)
Z=Z+0.4141
RETURN
END
```

Этот датчик генерирует последовательность чисел y, которая используется для заполнения вектора c и матрицы A. Затем этим же датчиком генерировались тройки чисел, меньшее из которых принималось за d_{*j}, среднее — за x_j (компонента начального плана), большее — за d_j^*. Начальные опорные индексы задавались числами $\{1, 2, \ldots, M\}$. Каждая генерированная задача решалась вначале методом 1, затем методом 2. Критерием сравнения служили число итераций и время решения задачи (1). Выбор этого критерия определяется тем, что сравнение по числу итераций важно с точки зрения накопления ошибок округлений, вызываемых преобразованием опор. Из [3] ясно, что число итераций метода 2 меньше числа итераций метода 1, по крайней мере, вдвое, однако каждая итерация в методе 2 сложнее, чем в методе 1, и поэтому методы сравнивались также по времени вычисления.

Номер серии	Размер задач	Среднее число итераций		Среднее время счета	
		Метод 1	Метод 2	Метод 1	Метод 2
1	10×30	23.80	6.80	7.94	4.04
2	10×40	33.80	11.00	14.716	8.184
3	10×50	39.40	11.80	20.828	11.244
4	15×40	18.20	8.50	9.144	6.5
5	15×40	30.00	11.60	19.916	11.668
6	15×50	47.60	20.00	37.68	23.84
7	20×30	14.80	6.00	10.912	6.964
8	20×40	27.60	11.60	25.072	15.852
9	20×50	46.40	17.40	50.164	28.82

Методы 1 и 2 реализованы в виде подпрограммы *SUBROUTINE* на языке *FORTRAN*-4. Как следует из результатов эксперимента (см. таблицу), среднее число итераций в методе 1 больше, чем в методе 2, в 2—3,5 раза, а среднее время — в 1,5—1,8 раза.

ЛИТЕРАТУРА

1. Габасов Р., Кириллова Ф. М. Методы линейного программирования, ч. 1.— Минск, 1977.

2. Габасов Р., Кириллова Ф. М., Костюкова О. И. К методам решения общей задачи линейного программирования.— Препринт Ин-та математики АН БССР, 1977, № 14, 30.

3. Габасов Р., Кириллова Ф. М., Костюкова О. И.— Докл. АН БССР, 1980, № 10.

4. Глушенков В. С., Гневко С. В., Костюкова О. И.— Вестн. Белорусского ун-та. Сер. 1, физ., мат. и мех., 1982, № 2, с. 32.

Поступила в редакцию
30.10.80

Кафедра МОУ