

Расстояние Δt до любой выборки от начала сигнала определяется как разность координат $t_2 - t_1$, соответствующих стробимпульсов и начальных точек сигнала при условии

$$\Delta t = N_2 T_2 - N_1 T_1 \leq T_1. \quad (6)$$

Если теперь на основании (4) — (6) каждому стробимпульсу присвоить номер i_{N_2} в соответствии с соотношением

$$i_{N_2} = \frac{\Delta T}{\delta T} = N_2 N_1^p - N_1 N_2^p \leq N_2^p,$$

а затем расставить их в соответствии с полученными номерами, то они будут представлять выборки участков исследуемого сигнала, следующих через интервалы δT , а не через интервалы T_2 , и позволят значительно точнее воспроизвести его форму (см. рисунок, z).

ЛИТЕРАТУРА

1. Рябинин Ю. А. Стробоскопическое осциллографирование. — М., 1972.
2. Преснухин Л. Н. и др. Муаровые растровые датчики положения и их применение. — М., 1969.

Поступила в редакцию
03.01.81

Кафедра радиофизики
и электроники СВЧ

УДК 517—920

М. Б. МЕЩЕРСКАЯ

О ЗАВИСИМОСТИ МНОЖЕСТВА ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ОТ ПАРАМЕТРИЗАЦИИ КРИВОЙ

Множество K в R^2 назовем линией, если существует представление $K = U(x(t), y(t))$, где $t \in I$; $I =]a, b[$; интервал на R ; $x(t), y(t)$ — непрерывно-дифференцируемые функции и $[x'(t)]^2 + [y'(t)]^2 > 0 \forall t$. Дуга — часть линии на промежутке $[\alpha, \beta]$, где $a \leq \alpha \leq \beta \leq b$, причем различным значениям t из $[\alpha, \beta]$ соответствуют различные точки дуги. Если промежуток $[\alpha, \beta] =]\alpha, \beta]$ замкнут, то дугу назовем замкнутой. В случае, если $[\alpha, \beta] =]\alpha, \beta]$, то дуга полуоткрыта. Иногда замкнутую дугу называют «дугой с концами».

Лемма. Пусть $K = \bigcup_{i=0}^{\infty} B_i$, где 1) B_0 — полуоткрытая дуга; 2) B_i — замкнутая дуга с концами M_{i-1}, M_i ; 3) $B_i \cap B_{i+1} = M_i$; 4) в каждой точке M_i выполняется условие сопряжения, т. е. $\frac{y_i}{x_j}(\beta_j) = \frac{y_{j+1}}{x_{j+1}}(\alpha_{j+1}) \dot{j} \geq 0$; тогда K — линия.

Доказательство леммы опустим.

Положим $M_t = (x(t), y(t)) \in K$; $\kappa(M_t) = y'(t) : x'(t) \in R_{\infty}$; $\kappa(M_t)$ — угловой коэффициент касательной существует в любой точке K .

Возьмем $M = (x, y) \in K$. Обозначим I_M совокупность всех $t \in I$, таких, что $M_t = M$, и положим

$$\kappa(M) = \{\kappa(M_t) | t \in I_M\}.$$

Тройку $(x(t), y(t), \kappa(t))$ назовем линейным элементом K в точке M_t данной параметризации [1].

Обозначим $l(K)$ совокупность линейных элементов у K при данной параметризации. Если K является дугой, то $l(K)$, очевидно, не зависит от параметризации.

Покажем, что существуют линии, для которых $l(K)$ зависит от параметризации.

Рассмотрим множество K , составленное из дуг (см. рисунок). На основании леммы множество K является линией.

Первая параметризация. Кривая начинается в точке A , затем идет так, как показано стрелками на рисунке. Каждый раз, когда мы вновь

приходим в точку A , происходит смещение по оси x на какое-то расстояние $k_1 \dots k_i$, при этом меняются и r_i, r'_i, l_i . Причем

$$(k_i) \uparrow 0 \quad k_i = -\frac{1}{2^i}$$

$$(l_i) \downarrow \frac{1}{4} \quad l_i = \frac{1}{4} + \frac{1}{2^{i+2}} \quad i \geq 2$$

Запишем уравнение кривой в параметрическом виде, только на участке нас интересующем.

Первый шаг:

$$\begin{cases} x = 0 \\ y = r'_0 \operatorname{tg} \theta \end{cases} \quad \operatorname{arctg} \frac{2R}{r'_0} \leq \theta \leq 2\pi$$

$$\begin{cases} x = 0 \\ y = r_0 \operatorname{tg} \theta_1 \end{cases} \quad \operatorname{arctg} \frac{2R}{r'_0} \leq \theta_1 \leq 2\pi$$

i -й шаг:

$$\begin{cases} x = 0 \\ y = r'_i \operatorname{tg} \theta - l_i \end{cases} \quad \operatorname{arctg} \frac{2R - l_i}{r'_i} \leq \theta \leq 2\pi$$

$$\begin{cases} x = 0 \\ y = r_i \operatorname{tg} \theta_1 - l_i \end{cases} \quad \operatorname{arctg} \frac{2R - l_i}{r'_i} \leq \theta_1 \leq 2\pi$$

В этом случае $\kappa(\theta) \equiv 0$.

Вторая параметризация

0-ой шаг:

$$\begin{cases} x = R \operatorname{tg} t - R \\ y = 0 \end{cases} \quad \frac{7}{4} \pi \leq t \leq \operatorname{arctg} 2$$

$$\begin{cases} x = 0 \\ y = 2R - R \operatorname{tg} t_1 \end{cases} \quad \frac{7}{4} \pi \leq t_1 \leq \operatorname{arctg} 2$$

j -ый шаг ($j \geq 1$) этой параметризации совпадает полностью с первой параметризацией, т. е. $j=1$ совпадает с первым шагом первой параметризации, а $j+1$ с i -ым.

В этом случае $\kappa(\theta) \equiv 0$.

Таким образом, при первой параметризации построенной кривой множество линейных элементов этой кривой не содержит тройки $(0, 0, 0)$, входящей в указанное множество при второй параметризации.

ЛИТЕРАТУРА

1. Богданов Ю. С. Лекции по дифференциальным уравнениям.— Минск, 1977.

Поступила в редакцию
24.01.80

Кафедра дифференциальных
уравнений

УДК 518.32:33

В. В. БОБКОВ

ОБ ОДНОМ СЕМЕЙСТВЕ ЧИСЛЕННЫХ МЕТОДОВ С УЛУЧШЕННЫМИ СВОЙСТВАМИ УСТОЙЧИВОСТИ

На примере задачи Коши для уравнения

$$\dot{u} = f(u, t) \quad (1)$$

рассмотрим вопрос о построении с использованием принципа последовательного повышения порядка точности [1] явных численных методов высоких порядков точности с расширенной областью устойчивости.

Как известно [2], среди линейных методов численного решения уравнений вида (1) не существует A -устойчивых [2] методов порядка точно-