

Наиболее эффективными из рассматриваемых оказались методы 6 и 1. Их преимущество возрастает с увеличением отношения N/M . В рассматриваемых задачах информация о начальной опоре бывает, как правило, плохой и эффективное ее преобразование позволяет значительно уменьшить число итераций.

Промежуточное положение занимает метод 2. Его целесообразно использовать, видимо, лишь в тех случаях, когда M и N заведомо близки. Тогда, несмотря на большее количество итераций можно все же получить некоторый выигрыш в машинном времени за счет меньшей трудоемкости каждой итерации.

Далее следуют методы 3, 5, и наименее эффективным оказался двухфазный симплекс-метод.

Для дальнейших экспериментов интересно построить генератор, дающий возможность получать задачи линейного программирования с заранее заданным отклонением начального плана и опоры от оптимальных. Это позволит изучить реакцию методов на качество исходной информации.

ЛИТЕРАТУРА

1. Данциг Дж. Линейное программирование, его обобщения и применения.— М., 1966.
2. Габасов Р., Кириллова Ф. М., Костюкова О. И. К методам решения общей задачи линейного программирования: Препринт института математики АН БССР № 14 (30), ноябрь 1977.
3. Габасов Р., Кириллова Ф. М.— Автоматика и телемеханика, 1977, № 6.
4. Charnes A., Granot D., Granot F.— Linear Algebra and Its Applications, 1977, № 11, p. 65.
5. Габасов Р., Кириллова Ф. М. Методы линейного программирования, ч. 3.— Минск, 1980.

Поступила в редакцию
24.01.80

Кафедра МОУ

УДК 62--50

О. И. КОСТЮКОВА, А. И. ТЯТЮШКИН

ЧИСЛЕННЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ ПО ОДНОМУ МЕТОДУ РЕШЕНИЯ ОБЩЕЙ ЗАДАЧИ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Приводятся результаты численного решения на ЭВМ серии задач с помощью симплекс-метода [1] и метода, предложенного в [2].

1. Алгоритмы решения. Целью эксперимента была проверка эффективности метода [2] для решения задач линейного программирования в нормальной форме

$$c'x \rightarrow \max, Ax \leq b, d_* \leq x \leq d^*, \quad (1)$$

где $c = c(J)$; $x = x(J)$; $d_* = d_*(J)$; $d^* = d^*(J)$ — n -векторы; $b = b(I)$ — m -вектор; $A = A(I, J)$ — $m \times n$ -матрица, $I = \{1, 2, \dots, m\}$; $J = \{1, 2, \dots, n\}$.

В основу метода [2] положено понятие опорного плана $\{x, A_{оп}\}$ — совокупности из плана x задачи (1) и невырожденной подматрицы (опорной матрицы) $A_{оп} = A(I_{оп}, J_{оп})$, $I_{оп} \subset I$, $J_{оп} \subset J$, матрицы A . Согласно [2], рассматриваемый метод характеризуется тем, что позволяет начать решение задачи (1) с любого опорного плана $\{x, A_{оп}\}$ и при переходе $\{x, A_{оп}\} \rightarrow \{\bar{x}, \bar{A}_{оп}\}$ используются новые экстремальные правила замены плана и опоры, позволяющие на каждой итерации уменьшать оценку субоптимальности опорного плана. Решение задачи (1) прекращается, как только будет построен опорный план, оценка субоптимальности которого не превосходит заданной степени точности. Особенностью этого метода является также то, что в процессе решения размеры опорной матрицы $A_{оп}$ могут меняться.

В эксперименте проводилось сравнение метода [2] с симплекс-методом. Решение каждым методом начиналось с одинаковых планов. Поскольку начальный план мог быть небазисным, в эксперименте исполь-

Таблица 1

Результаты основного эксперимента

Номер задачи	20×30					30×40				
	Симплекс-метод		Адаптивный метод			Симплекс-метод		Адаптивный метод		
	число итераций	время счета, с	число итераций	время счета, с	средний размер опоры	число итераций	время счета, с	число итераций	время счета, с	максимальный размер опоры
1	68	23	27	7	8,2	84	53	45	15	15
2	58	19	26	5	6,0	95	59	38	13	15
3	54	18	19	4	6,9	91	57	26	8	11
4	73	24	16	4	5,6	114	70	28	9	12
5	67	21	22	5	7,4	105	65	34	11	14
6	62	19	22	5	8,4	98	59	28	10	13
7	62	19	25	5	6,8	89	54	41	14	14
8	72	22	26	5	5,4	99	60	32	11	15
9	84	26	30	6	6,6	115	71	38	13	13
10	67	21	20	5	7,4	112	70	24	9	13
11	60	18	16	3	6,2	105	65	32	10	12
12	68	21	20	4	6,4	88	53	38	13	15
13	73	23	22	4	6,0	88	53	42	15	17
14	67	20	21	4	7,8	82	50	48	17	15
15	83	26	24	5	6,3	89	57	39	13	15

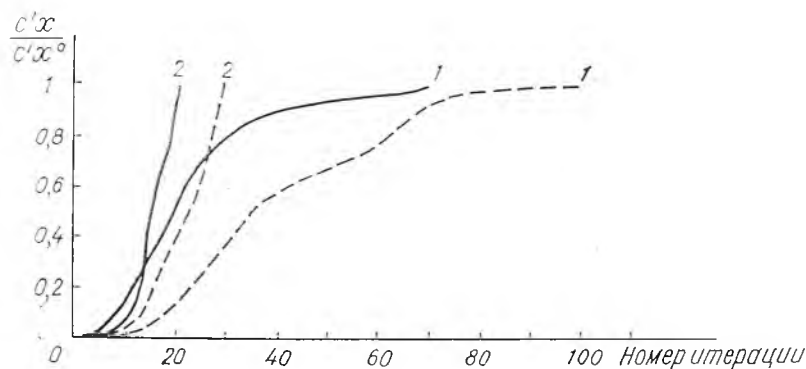


Рис. 1

зовалась модификация симплекс-метода из [3]. Начальная базисная матрица в симплекс-алгоритме составлялась из единичных векторов условий, соответствующих свободным переменным. Начальная опора в алгоритме [2] состояла из пустого множества, т. е. начальная опорная матрица имела размеры 0×0 . Каждая задача решалась сначала симплекс-методом, а затем методом [2].

2. Основной эксперимент. В эксперименте рассматривались небольшие задачи: в связи со значительными затратами машинного времени (решено около тысячи задач) и потому, что большие задачи имеют, как правило, специальное строение множества параметров, допускающие более эффективные модификации как симплекс-метода, так и рассматриваемого метода. Методы решения больших задач, основанные на алгоритме [2], будут рассмотрены в дальнейшем.

В основном эксперименте решались задачи (1) с размерами 20×30 ($m=20$, $n=30$). Параметры задачи генерировались датчиком случайных чисел с равномерным распределением и принимали значения из следую-

ющих отрезков: $-100 \leq a_{ij} \leq 100$, $0 \leq b_i \leq 100$, $-100 \leq d_{*j} \leq 0$, $0 \leq d_j^* \leq 100$, $-100 \leq c_j \leq 100$, $i = \overline{1,20}$; $j = \overline{1,30}$. Решение каждый раз начиналось с плана $x = 0$.

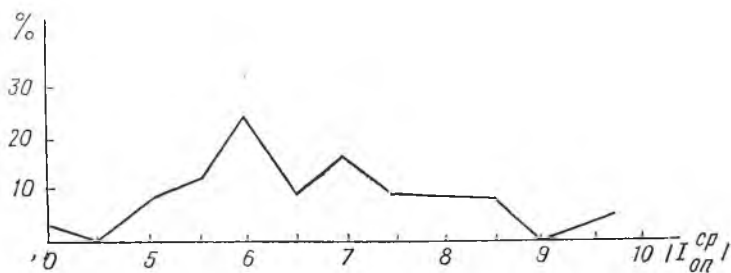


Рис. 2

Симплекс-алгоритм и алгоритм из [2] были запрограммированы на Алголе для БЭСМ-6 с использованием обратных базисных и опорных матриц без их специального представления.

Алгоритмы сравнивались по количеству итераций до получения оптимального плана. В алгоритме [2] следили за изменением в ходе итераций размеров $|I_{оп}|$ опор и для каждой задачи вычисляли средний размер опор. Поскольку в сравниваемых методах совокупности операций на итерациях отличаются, дополнительно засекалось время решения задач. Результаты эксперимента по 15 задачам приведены *

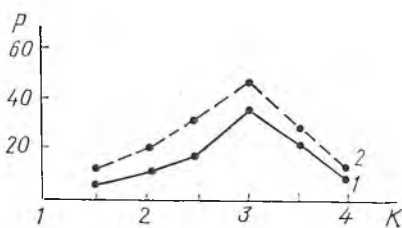


Рис. 3

в табл. 1. Из них видно, что в алгоритме [2] число итераций в среднем в 3,03 раза меньше, чем в симплекс-алгоритме, а время счета в 5 раз меньше. На рис. 1 показано изменение (в относительных единицах) целевой функции при решении 12-й задачи (сплошные кривые; кривая 1 соответствует симплекс-алгоритму, 2 — алгоритму [2]). На рис. 2 изображено распределение средних размеров $|I_{оп}^{сп}|$ опор (в процентах от общего количества решенных задач). На рис. 3 кривая 1 характеризует распределение отношения числа итераций симплекс-метода к числу итераций метода [2] (кривая 2) (k), в процентах от общего количества решенных задач (p).

Таблица 2

Результаты дополнительного эксперимента

		а						б								
m		5	5	10	40	60	90	20					30			
n		10	30	30	50	70	100	30					40			
d		100						5	10	20	100	200	5	10	50	200
Среднее число итера- ций в 5 задачах	Симп- лекс- метод	14,4	34,4	49,6	160	151	224	46,2	54,0	56,0	68,6	69,8	87,0	85,0	79,6	124,2
	Адап- тивный метод	5,5	9,0	16,2	47,8	74,3	26,0	19,0	20,0	20,4	25,8	22,2	30,0	31,2	34,8	34,6

* В таблицах метод из [2] назван адаптивным.

3. **Дополнительные эксперименты.** Для проверки основных выводов, полученных в эксперименте с задачами 20×30 , решены задачи 30×40 . Результаты эксперимента приведены в табл. 1 и на рис. 1, 3 (пунктирные линии).

Другие данные, связанные с измененными размерами задач, приведены в табл. 2, а.

Для учета влияния прямых ограничений решены задачи с прямыми ограничениями вида $|x_j| \leq d, j = \overline{1, n}$, с разными значениями d (табл. 2, б).

Из анализа результатов проведенных экспериментов видно, что алгоритм [2] является эффективным методом решения задач типа (1).

ЛИТЕРАТУРА

1. Данциг Дж. Линейное программирование, его обобщения и применения.— М., 1966.

2. Габасов Р., Кириллова Ф. М., Костюкова О. И.— Докл. АН БССР, 1979, т. 23, № 5, с. 197.

3. Charnes A., Granot D., Granot F.— Linear Algebra and It's Applications, 1977, v. 17, p. 65.

Поступила в редакцию
21.02.80

Кафедра МОУ, Сибирский энергетический
институт СО АН СССР

УДК 539.3

И. А. ПРУСОВ, В. В. СЕЛЯВКО

ОБ ОДНОМ РЕШЕНИИ ЗАДАЧИ ИЗГИБА БЕСКОНЕЧНОЙ ТРАНСВЕРСАЛЬНО-ИЗОТРОПНОЙ ПЛАСТИНКИ С ОТВЕРСТИЕМ В УТОЧНЕННОЙ ПОСТАНОВКЕ

Пусть срединная плоскость недеформированной пластины занимает в плоскости комплексного переменного $z = x + iy$ бесконечную односвязную область S , ограниченную замкнутым гладким контуром L . Внешняя нагрузка на пластинку состоит из усилий на контуре L и равномерно распределенных на бесконечности области S моментных усилий M_x^∞ , M_y^∞ и H_{xy}^∞ . Будем считать, что область S отображается на внешность окружности $\gamma(|\xi| = 1)$ в плоскости комплексного переменного $\xi = re^{i\theta}$ функцией

$$Z = \omega(\xi) = R \left(\xi + \frac{m}{\xi} + \frac{n}{\xi^2} + \frac{l}{\xi^3} + \dots \right), \quad (1)$$

где R — положительная постоянная; $m, n, l, \dots$ — вещественные коэффициенты, удовлетворяющие условию, чтобы $\omega'(\xi) \neq 0$ в области $|\xi| \geq 1$.

Используя общие формулы в форме, предложенной в работе [2], и затем распространяя по методу Н. И. Мусхелишвили [1] определение функции $F(\xi) = \omega'(\xi)\Phi(\xi)$ на область $|\xi| < 1$, для точек $\xi = \sigma \in \gamma$, получим соотношения:

$$\kappa F^-(\sigma) + F^+(\sigma) = f(\sigma) + 2\bar{\sigma} \frac{\partial}{\partial \bar{\sigma}} [\Omega_1 / \overline{\omega'(\sigma)}]; \quad (2)$$

$$2iD[\Phi^-(\sigma) - \overline{\Phi^-(\sigma)}] + D\eta\Omega = P_p - c_0; \quad (3)$$

$$F^-(\sigma) - F^+(\sigma) = q(\sigma) - 2(\bar{\sigma}) \frac{\partial}{\partial \bar{\sigma}} [\Omega_1 / \overline{\omega'(\sigma)}]; \quad (4)$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial \bar{\sigma}} = \text{Im} \left[\frac{1}{h} (u_p - iu_\theta) |\omega'(\sigma)| + 4\epsilon_0 \sigma \Phi'(\sigma) - 2i\bar{\sigma} \Omega_1 \right]; \quad (5)$$

Здесь ω — прогибы в точках срединной плоскости пластинки; u_p, u_θ — составляющие смещений в криволинейных координатах для точек, безразмерная третья координата которых $\delta = Z/h = 1$; $2h$ — толщина пластинки,

$$\begin{aligned} f(\delta) &= -\eta_1 [M_p + i(H_{p\theta} + P_p - c_0)] \omega'(\delta), \\ g(\sigma) &= i\bar{\sigma} \frac{\partial}{\partial \bar{\sigma}} [(u_p + iu_\theta) \sigma \omega'(\sigma) (h |\omega'(\sigma)|^{-1})], \end{aligned} \quad (6)$$