



УДК 519.852.6

В. С. ГЛУШЕНКОВ, С. В. ГНЕВКО, О. И. КОСТЮКОВА

ЧИСЛЕННЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ ПО МЕТОДАМ РЕШЕНИЯ ОБЩЕЙ ЗАДАЧИ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Эффективность шести методов решения общей задачи линейного программирования сравнивалась по числу итераций (смен опоры), необходимых для построения оптимального плана задачи. Этот критерий является объективной характеристикой метода, поскольку не зависит от возможностей ЭВМ и искусства программиста.

С помощью специального генератора сформировано 14 серий канонических задач линейного программирования [1]: $c'x \rightarrow \max$, $Ax = b$, $d_* \leq x \leq d^*$, где c , x , d_* , $d^* \in R^N$, $A — M \times N$ — матрица, $M < N$. Каждая серия содержала 10 задач. Серии различались размерами M , N задач. Основой генератора был датчик псевдослучайных чисел, реализованный в виде следующей FORTRAN-функции:

```
FUNCTION Y(P)  
P = SIN(137*P+2.)  
K = P**3*100  
Y = K/10  
RETURN  
END
```

Такой датчик генерирует последовательность чисел, расположенных на интервале $[-10, 10]$ и округленных до 0,1. Вначале этими числами заполнялись вектор C и матрица A . Для получения элементов векторов d_* , d^* и начального плана $x^{\text{нач}}$ генерировались тройки псевдослучайных чисел, меньшее из которых принималось за d_{*j} , среднее — за $x_j^{\text{нач}}$, большее — за d_j^* . Затем определялся вектор $b = Ax^{\text{нач}}$. Начальными опорными индексами полагались $N - M + 1$, $N - M + 2, \dots, N$.

Сравнивались следующие методы. Метод 1 с оптимальной заменой элементов опоры [2]. На его итерациях могут изменяться все компоненты плана x , а ведущий столбец выбирается из условия максимального убывания двойственной целевой функции вдоль элементарного направления, соответствующего опорной компоненте плана, которая вышла на границу множества допустимых значений.

Метод 2 с упрощенной заменой элементов опоры [2]. От метода 1 он отличается упрощенным правилом выбора ведущего столбца, которое останавливает изменение сопровождающего коплана после первого появления нулевой неопорной компоненты.

Метод 3 — прямой опорный метод [3]. Метод 4 — двухфазный симплекс-метод [1]. Метод 5 — метод Чарнса [4]. В отличие от метода 3 в нем при выборе ведущего столбца вначале рассматриваются столбцы, которые соответствуют некритическим компонентам текущего плана.

Метод 6 описан в [5]. В нем, в отличие от метода 1, элементарное направление изменения сопровождающего коплана выбирается из условия

максимума начальной скорости убывания двойственной целевой функции.

Перечисленные методы реализованы в виде подпрограмм SUBROUTINE на языке FORTRAN-IV.

Таблица 1

Номер задачи	α	Число итераций при решении различными методами					
		1	2	3	4	5	6
1	55,20	32	72	88	111	103	17
2	56,62	37	92	98	130	109	29
3	57,87	25	58	106	113	85	27
4	45,39	19	70	88	97	74	28
5	46,00	36	73	99	106	97	20
6	43,26	24	44	82	115	85	22
7	46,84	25	84	92	112	94	17
8	51,39	26	82	81	102	81	20
9	52,31	27	87	93	123	81	25
10	48,33	28	76	97	117	107	25

Результаты эксперимента. В табл. 1 приведены результаты серии с $M=10$, $N=90$. Результаты решения задач этой серии качественно сходны с результатами других серий.

Величина α характеризует качество начального плана задачи и вычислена следующим образом:

$$\alpha = \frac{c'x'^{\max} - c'x'^{\text{нач}}}{c'x'^{\max} - c'x'^{\min}}, \quad x'^{\max} \in \text{Arg} \max_{\substack{Ax=b \\ d_* \leq x \leq d^*}} c'x, \quad x'^{\min} \in \text{Arg} \min_{\substack{Ax=b \\ d_* \leq x \leq d^*}} c'x.$$

Таблица 2

Номер итерации	M	N	Среднее число итераций в серии при решении различными методами					
			1	2	3	4	5	6
1	5	10	2,6	3,4	4,2	8,3	3,9	2,9
2	5	30	8,1	18,1	22,5	26,9	20,9	7,1
3	5	50	11,2	34,8	43,3	46,8	38,6	10,7
4	5	90	13,8	63,10	77,0	87,6	70,8	11,5
5	7	10	2,3	2,9	2,8	10,5	2,8	3,0
6	7	30	10,5	18,9	25,1	32,9	25,3	9,8
7	7	50	13,7	37,9	45,7	55,5	45,6	13,6
8	7	90	18,4	67,2	88,6	103,9	80,3	16,1
9	8	30	11,3	22,9	21,1	35,4	21,8	9,5
10	8	50	14,4	39,4	44,3	60,9	43,0	14,9
11	8	90	19,7	66,2	92,1	105,0	84,4	16,7
12	10	30	12,2	21,9	22,6	33,7	24,8	10,5
13	10	50	18,8	47,5	47,8	59,7	42,9	16,4
14	10	90	27,9	73,8	92,4	112,6	91,6	23,0

В табл. 2 приведены данные о среднем числе итераций во всех сериях.

Наиболее эффективными из рассматриваемых оказались методы 6 и 1. Их преимущество возрастает с увеличением отношения N/M . В рассматриваемых задачах информация о начальной опоре бывает, как правило, плохой и эффективное ее преобразование позволяет значительно уменьшить число итераций.

Промежуточное положение занимает метод 2. Его целесообразно использовать, видимо, лишь в тех случаях, когда M и N заведомо близки. Тогда, несмотря на большее количество итераций можно все же получить некоторый выигрыш в машинном времени за счет меньшей трудоемкости каждой итерации.

Далее следуют методы 3, 5, и наименее эффективным оказался двухфазный симплекс-метод.

Для дальнейших экспериментов интересно построить генератор, дающий возможность получать задачи линейного программирования с заранее заданным отклонением начального плана и опоры от оптимальных. Это позволит изучить реакцию методов на качество исходной информации.

ЛИТЕРАТУРА

1. Данциг Дж. Линейное программирование, его обобщения и применения.— М., 1966.
2. Габасов Р., Кириллова Ф. М., Костюкова О. И. К методам решения общей задачи линейного программирования: Препринт института математики АН БССР № 14 (30), ноябрь 1977.
3. Габасов Р., Кириллова Ф. М.— Автоматика и телемеханика, 1977, № 6.
4. Charnes A., Granot D., Granot F.— Linear Algebra and Its Applications, 1977, № 11, p. 65.
5. Габасов Р., Кириллова Ф. М. Методы линейного программирования, ч. 3.— Минск, 1980.

Поступила в редакцию
24.01.80

Кафедра МОУ

УДК 62--50

О. И. КОСТЮКОВА, А. И. ТЯТЮШКИН

ЧИСЛЕННЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ ПО ОДНОМУ МЕТОДУ РЕШЕНИЯ ОБЩЕЙ ЗАДАЧИ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Приводятся результаты численного решения на ЭВМ серии задач с помощью симплекс-метода [1] и метода, предложенного в [2].

1. Алгоритмы решения. Целью эксперимента была проверка эффективности метода [2] для решения задач линейного программирования в нормальной форме

$$c'x \rightarrow \max, Ax \leq b, d_* \leq x \leq d^*, \quad (1)$$

где $c = c(J)$; $x = x(J)$; $d_* = d_*(J)$; $d^* = d^*(J)$ — n -векторы; $b = b(I)$ — m -вектор; $A = A(I, J)$ — $m \times n$ -матрица, $I = \{1, 2, \dots, m\}$; $J = \{1, 2, \dots, n\}$.

В основу метода [2] положено понятие опорного плана $\{x, A_{оп}\}$ — совокупности из плана x задачи (1) и невырожденной подматрицы (опорной матрицы) $A_{оп} = A(I_{оп}, J_{оп})$, $I_{оп} \subset I$, $J_{оп} \subset J$, матрицы A . Согласно [2], рассматриваемый метод характеризуется тем, что позволяет начать решение задачи (1) с любого опорного плана $\{x, A_{оп}\}$ и при переходе $\{x, A_{оп}\} \rightarrow \{\bar{x}, \bar{A}_{оп}\}$ используются новые экстремальные правила замены плана и опоры, позволяющие на каждой итерации уменьшать оценку субоптимальности опорного плана. Решение задачи (1) прекращается, как только будет построен опорный план, оценка субоптимальности которого не превосходит заданной степени точности. Особенностью этого метода является также то, что в процессе решения размеры опорной матрицы $A_{оп}$ могут меняться.

В эксперименте проводилось сравнение метода [2] с симплекс-методом. Решение каждым методом начиналось с одинаковых планов. Поскольку начальный план мог быть небазисным, в эксперименте исполь-