$$\equiv x^2+\varphi(x)+v\varphi_1(x)+(Y^2+v^2)(1+\psi_1)+2Y^2v\psi_2+$$
$$+Y[\varphi_1(x)+2v+2v\psi_1+(Y^2+v^2)\psi_2]. \quad (5)$$

Рассмотрим далее уравнение

$$F(x,\ z,\ v)=0, \quad (6)$$

где $F(x,\ z,\ v)\equiv\varphi_1(x)+2v+2v\psi_1(x,\ z,\ v)+(z+v^2)\psi_2(x,\ z,\ v)$. Ясно, что $F(0,\ 0,\ 0)=0$, $\frac{\partial F(0,\ 0,\ 0)}{\partial v}=2\neq0$. На основании теоремы о неявной функции уравнение (6) имеет единственное решение $v=v(x,\ z)$, где $v(x,\ z)$, $v(0,\ 0)=0$ — голоморфная в окрестности $x=z=0$ функция. Из (4), (5) следует, что замена (2), где $v(x,\ z)$ — решение уравнения (6) с $v(0,\ 0)=0$, приводит уравнение (1) к виду (3). Единственность преобразования (2) следует из [3]. Теорема доказана.

*Следствие.* Начало координат уравнения нелинейных колебаний

$$yy'=-x-Q(x,\ y) \quad (7)$$

будет центром тогда и только тогда, когда существует единственное голоморфное в окрестности $x=Y=0$ преобразование $y=Y+v_1(x,\ Y^2)Y^2$, приводящее (7) к виду (3).

Положим $P(x,\ Y+v)\equiv P_1(x,\ Y^2,\ v)+YP_2(x,\ Y^2,\ v)$, $Q(x,\ Y+v)\equiv Q_1(x,\ Y^2,\ v)+YQ_2(x,\ Y^2,\ v)$. С помощью теоремы 1 легко можно доказать следующее утверждение.

**Теорема 2.** Особая точка $O(0,\ 0)$ уравнения (1) является центром тогда и только тогда, когда уравнение в частных производных

$$(v^2-z+2vP_1-2zP_2+P_1^2-zP_2^2)\frac{\partial v}{\partial x}+(2xz+2zQ_1+2xzP_2+$$
$$+2zP_2Q_1-2zvQ_2-2zP_1Q_2)\frac{\partial v}{\partial z}+xv-zQ_2+vQ_1+xP_1+P_1Q_1-zP_2Q_2=0$$
$$(P_i=P_i(x,\ z,\ v),\ Q_i=Q_i(x,\ z,\ v),\ i=1,\ 2)$$

имеет единственное голоморфное в окрестности $x=z=0$ решение

$$v=v(x,\ z)\equiv\sum_{k=1}^{\infty}[f_k(x^2,\ z)+xg_k(x^2,\ z)], \quad (8)$$

где $f_k(u,\ z)$, $g_k(u,\ z)$ — однородные полиномы $k$-ой степени.

Находя последовательно методом неопределенных коэффициентов полиномы $f_k$ и $g_k$ из (8), можно получить необходимые и достаточные условия центра для (1).

Для уравнения нелинейных колебаний (7) можно составить уравнение в частных производных для функции $v_1(x,\ z)$. В развернутом виде это уравнение содержится в [3].

## ЛИТЕРАТУРА


1. Сибирский К. С. Алгебраические инварианты дифференциальных уравнений и матриц.— Кишинев, 1976.
2. Ляпунов А. М. Общая задача об устойчивости движения. Собр. соч.— М.— Л., 1956, т. 2.
3. Садовский А. П. Функциональный метод составления условий центра. Докл. АН БССР, 1979, т. 23, № 6, с. 492.



Поступила в редакцию
20.11.80.



*Кафедра высшей математики и математической физики*



*УДК 62-507.019.3*



*А. Е. ЛЮЛЬКИН*


# ОДИН ПОДХОД К ВЫЧИСЛЕНИЮ ПОДМНОЖЕСТВ ЭКВИВАЛЕНТНЫХ НЕИСПРАВНОСТЕЙ ЛОГИЧЕСКОЙ СХЕМЫ

В последнее время широкое распространение получили структурные методы построения проверяющих тестов логических схем ($D$ — алгоритм [1], активизация одномерных путей [2], моделирование неисправностей на псевдослучайных входных наборах [3, 4] и т. д.). Однако трудоемкость упомянутых методов непосредственно зависит от числа рассматриваемых неисправностей в схеме. Знание подмножеств эквивалентных неисправностей (ПЭН) позволяет существенно уменьшить это число и, кроме того, значительно облегчает задачу построения диагностического теста.

**Постановка задачи.** Для упрощения описания предлагаемого метода построения ПЭН будем рассматривать одновыходные комбинационные схемы.

Пусть $L_0$ — одновыходная комбинационная схема; $x_1, x_2, \ldots, x_n$ — переменные, соответствующие входным полюсам схемы; $Z_0(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ — функция, реализуемая схемой; $F=\{f_1, \ldots, f_m\}$ — множество одиночных константных неисправностей в схеме. Поставим в соответствие схеме $L_0$ ориентированный граф $G_0$, вершины которого соответствуют входным полюсам схемы, элементам и выходному полюсу схемы, а дуги — линиям в схеме. При этом вершины графа помечаются функциями, реализуемыми соответствующими логическими элементами, или переменными (для вершин, соответствующих входным и выходным полюсам схемы), а дуги — переменными. Тогда неисправности $f_i$ соответствует граф $G_i$, в котором переменные, помечающие некоторые дуги, принимают константные значения, и функция $Z_i(x_1, x_2, \ldots, x_n)$, реализуемая схемой с неисправностью.

Две неисправности $f_i$ и $f_j$ называются эквивалентными, если $Z_i(x_1, x_2, \ldots, x_n) \equiv Z_j(x_1, x_2, \ldots, x_n)$. Требуется вычислить совокупность ПЭН множества $F$.

**Решение задачи.** ПЭН можно построить, вычислив и сравнив функции, реализуемые схемой с неисправностями из $F$. Однако такой способ вычисления ПЭН весьма трудоемок. В настоящей работе предлагается метод нахождения ПЭН, основанный на использовании приближенных алгоритмов построения ПЭН. Понятие «приближенный алгоритм» употребляется здесь в том смысле, что получаемые с помощью его ПЭН не обязательно являются полными, т. е. содержат все эквивалентные между собой неисправности. Основная идея метода заключается в последовательном выполнении приближенных алгоритмов построения ПЭН. При этом очередной алгоритм использует в качестве исходных данных ПЭН, полученные в результате выполнения предыдущего алгоритма, и отличается тем, что позволяет получить более полные ПЭН, хотя и является более трудоемким.

На первом этапе выполняется следующий алгоритм построения ПЭН.

1. Строятся ПЭН для логических элементов и входных и выходных полюсов схемы.

2. Строятся всевозможные пересечения полученных подмножеств. Если пересечение некоторых подмножеств не пусто, то они заменяются одним подмножеством, которое является их объединением. Пункт 2 алгоритма выполняется до тех пор, пока есть пересекающиеся между собой подмножества.

Приведенный алгоритм вычисления ПЭН основан на следующем очевидном утверждении. Если выход логического элемента (входной полюс схемы) соединен со входом другого логического элемента и не имеет разветвления, то неисправности на выходе логического элемента (входном полюсе схемы) эквивалентны аналогичным неисправностям входа другого элемента.

Пусть логические элементы схемы $L_0$ реализуют функции, зависящие от всех аргументов, соответствующих их входам. Тогда справедлива

**Теорема.** Если в $L_0$ отсутствуют сходящиеся разветвления, то с помощью описанного алгоритма строятся полные ПЭН, т. е. подмножества, содержащие все эквивалентные между собой неисправности.

Из теоремы следует, что для схем, имеющих небольшое число разветвлений, приведенный алгоритм позволяет построить ПЭН, близкие к полным.

Пусть схема построена на элементах И, ИЛИ, НЕ, И-НЕ, ИЛИ-НЕ. Если необходимо найти множество $F'$ неисправностей, содержащее по одной неисправности из каждого ПЭН, полученного по описанному алгоритму, то для этого нет необходимости строить ПЭН. Множество $F'$ можно построить, включив в него следующие неисправности: 1) обе константные неисправности на выходном полюсе схемы; 2) обе константные неисправности на тех выходах элементов и входных полюсах схемы, которые имеют разветвления; 3) по одной неисправности на каждом входе элементов типа И, ИЛИ, И-НЕ, ИЛИ-НЕ («константа 1» на входах элементов И, И-НЕ и «константа О» на входах элементов ИЛИ, ИЛИ-НЕ).

Следующий алгоритм построения ПЭН основан на преобразовании графа $G_i$ для каждой неисправности $f_i$ из $F'$ [5]. В результате преобразования неисправности $f_i$ ставится в соответствие помеченный ориентированный граф $G_i$. Преобразование выбирается таким образом, чтобы изоморфным графам, помеченным в результате преобразования, соответствовали эквивалентные неисправности.

Преобразование графа $G_i$ для неисправности $f_i \in F'$ состоит в следующем.

1. В $G_i$ удаляются те дуги, которым соответствуют переменные, принимающие константные значения, если таких дуг нет, то — конец алгоритма. При этом, если удаляется дуга, заходящая в некоторую вершину, то функция, помечающая эту вершину, заменяется функцией, которая получается после подстановки в исходную функцию значения переменной, соответствующей удаляемой дуге.

2. Последовательно удаляются те вершины вместе с заходящими в них дугами, которые не соответствуют выходным полюсам схемы и не имеют исходящих из них дуг.

3. Если в результате выполнения п. 1 некоторые вершины помечены константами, то значения констант присваиваются переменным, помечающим дуги, исходящие из этих вершин. Переход к п. 1.

В результате выполнения описанной процедуры для неисправностей из $F'$ строится множество графов $G_1', G_2', \ldots, G_{N1}'$, где $N_1 = |F'|$. Если некоторые графы из полученного множества изоморфны, то соответствующие им неисправности объединяются в одно множество. Множество неисправностей $F''$ строится путем выбора по одной неисправности из каждого полученного множества. ПЭН множества $F$ можно вычислить, построив объединения тех ПЭН, полученных после применения первого алгоритма, представители которых попали в одно ПЭН в результате выполнения второго алгоритма для множества $F'$.

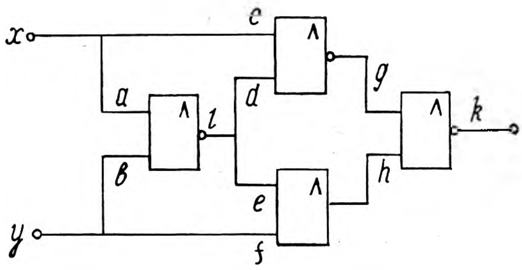
Заметим здесь, что второй из рассмотренных алгоритмов позволяет получить решение рассматриваемой задачи, более близкое к точному, чем первый алгоритм. Это обусловлено тем, что второй алгоритм позволяет в ряде случаев устанавливать эквивалентность неисправностей в начале и конце сходящегося разветвления (см. пример: неисправности $k|0$ и $l|0$).

В том случае, когда требуется получить точное решение, можно вычислить и сравнить функции, реализуемые схемой с неисправностями из $F''$.

Предлагаемый метод построения ПЭН является более эффективным, чем тривиальное решение, что достигается за счет использования на первом и втором этапах менее трудоемких приближенных методов построения ПЭН. Кроме того, после выполнения любого из рассмотренных алгоритмов, процесс вычисления ПЭН можно прекратить, если не требуется получить полные ПЭН.

Рассмотренные алгоритмы могут быть использованы для вычисления ПЭН как комбинационных так и последовательностных схем.

Остановимся несколько на особенностях применения описанных алгоритмов для построения ПЭН многовыходных схем. В этом случае можно рассматривать эквивалентность неисправностей относительно




Комбинационная схема

заданного выходного полюса схемы или относительно всех выходных полюсов схемы. В первом случае рассмотренные алгоритмы необходимо применять к подсхеме исходной схемы, соответствующей заданному выходному полюсу. Во втором случае описанные алгоритмы применяются к исходной схеме и позволяют вычислить ПЭН относительно всех выходных полюсов схемы.

**Пример.** Рассмотрим схему, показанную на рисунке. Пусть исходное множество неисправностей содержит все константные неисправности на различных линиях в схеме. Неисправность «константа $\alpha$» на $i$-ой линии будем обозначать через $i|\alpha$. Применение первого приближенного алгоритма дает следующие ПЭН:

$F_1^1=\{x|0\}$ $F_6^1=\{a|1\}$ $F_{11}^1=\{d|1\}$

$F_2^1=\{x|1\}$ $F_7^1=\{b|1\}$ $F_{12}^1=\{e|0;\ f|0;\ h|1\}$

$F_3^1=\{y|0\}$ $F_8^1=\{l|0\}$ $F_{13}^1=\{e|1\}$

$F_4^1=\{y|1\}$ $F_9^1=\{c|0;\ d|0;\ q|1\}$ $F_{14}^1=\{f|1\}$

$F_5^1=\{a|0;\ b|0;\ l|1\}$ $F_{10}^1=\{c|1\}$ $F_{15}^1=\{q|0;\ h|0;\ k|1\}$

$F_{16}^1=\{k|0\}.$

Второй алгоритм позволяет вычислить следующие ПЭН:

$F_1^2=\{x|0\}$ $F_6^2=\{a|1\}$ $F_{11}^2=\{e|0;\ f|0;\ h|1\}$

$F_2^2=\{x|1\}$ $F_7^2=\{b|1\}$ $F_{12}^2=\{e|1\}$

$F_3^2=\{y|0\}$ $F_8^2=\{c|0;\ d|0;\ q|1\}$ $F_{13}^2=\{f|1\}$

$F_4^2=\{y|1\}$ $F_9^2=\{c|1\}$ $F_{14}^2=\{q|0;\ h|0;\ k|1\}$

$F_5^2=\{a|0;\ b|0;\ l|1\}$ $F_{10}^2=\{d|1\}$ $F_{15}^2=\{k|0;\ l|0\}.$

Вычисление функций, реализуемых схемой с неисправностями, позволяет найти следующие полные ПЭН:

$F_1^3=\{x|0\}$ $F_6^3=\{a|1;\ e|0;\ f|0;\ h|1\}$

$F_2^3=\{x|1\}$ $F_7^3=\{b|1;\ c|0;\ d|0;\ q|1\}$

$F_3^3=\{y|0\}$ $F_8^3=\{c|1;\ f|1\}$

$F_4^3=\{y|1\}$ $F_9^3=\{q|0;\ h|0;\ k|1\}$

$F_5^3=\{a|0;\ b|0;\ d|1;\ e|1;\ l|1\}$ $F_{10}^3=\{k|0;\ l|0\}.$

## ЛИТЕРАТУРА

1. Roth J. P., Bouricius W. G., Schneider P. R.— IEEE Trans. Comput., 1967, v. 16, N 5, p. 567.

2. Чжен Г., Мэннинг Е., Метц Г. Диагностика отказов цифровых вычислительных систем.— М., 1972.

3. Левин А. Г., Уткин А. А.— В сб. III Всесоюзное совещание по технической диагностике: Тез. докл.— М., 1975, с. 48.

4. Люлькин А. Е. Практические алгоритмы моделирования логических схем.— Рукопись деп. в ВИНИТИ. № 317-78. Деп. от 26.01.78.

5. Mc Cluskey E. J., Clegg F. W.— IEEE Trans. Comput., 1971, v. 20, N 11, p. 1286.

Поступила в редакцию
13.06.79.

*Вычислительный центр*