

пятна. В продольном магнитном поле к катодным колебаниям могут добавляться также колебания, вызванные контракцией и неустойчивостями положительного столба, однако вклад последних в высокочастотной области спектра, по-видимому, невелик.

ЛИТЕРАТУРА

1. Граков В. Е., Майга А. С.— Вестн. Белорусского ун-та. Сер. 1, физ., мат. и мех., 1981, № 1, с. 27.
2. Граков В. Е. Майга А. С.— Вестн. Белорусского ун-та. Сер. 1, физ., мат. и мех., 1983, № 1, с. 54.
3. Граков В. Е., Майга А. С.— Вестн. Белорусского ун-та. Сер. 1, физ., мат. и мех., 1983, № 2, с. 56.
4. Франк-Каменецкий Д. А. Лекции по физике плазмы.— М., 1968.
5. Арцимович Л. А., Сагдеев Р. З. Физика плазмы для физиков.— М., 1979.
6. Грановский В. Л. Электрический ток в газе. Установившийся ток.— М., 1971.
7. Васильева Н. А., Грановский В. Л.— Радиотехника и электроника, 1959, т. 4, № 12, с. 2051.
8. Rondeel W. G. J.— J. Phys. D. Appl. Phys., 1973, v. 6, № 11, p. 1705.
9. Кесаев И. Г. Катодные процессы электрической дуги.— М., 1968.

Поступила в редакцию
02.02.82.

Кафедра физической оптики

УДК 681.325

А. А. КОЛЯДА

О НОРМИРОВАННОМ ЯДРЕ ЧИСЛА В СИСТЕМАХ ОСТАТОЧНЫХ КЛАССОВ И ЕГО ВЫЧИСЛЕНИИ

Пусть в системе остаточных классов (СОК) с попарно взаимно простыми модулями $p_1, p_2, \dots, p_n$ задано произвольное число $A = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)$ диапазона $D_n = \{0, 1, \dots, P^{(n)} - 1\}$, где $\alpha_i = |A|_{p_i}$ — остаток от деления A на p_i ($i = 1, 2, \dots, n$), $P^{(n)} = \prod_{i=1}^n p_i$ — мощность диапазона D_n . Ядро R_A и нормированное ядро ρ_A числа A определяются соотношениями

$$R_A = \sum_{i=1}^n \left[\frac{A}{p_i} \right] \tau_i \quad (1)$$

и

$$\rho_A = \sum_{i=1}^n \left[\frac{A \tau_i}{p_i} \right], \quad (2)$$

в которых $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n$ — специально подобранные целые числа (ядерные веса СОК), через $[x]$ обозначается целая часть действительного числа X [1, 2].

В данной работе показано, что для любых фиксированных наборов модулей и ядерных весов СОК диапазон изменения характеристики ρ_A всегда уже, чем характеристики R_A , доказана вторая теорема о нормированном ядре числа, позволяющая применить для его вычисления методы, базирующиеся на использовании некоторого аналога поправки Амербаева [3—5]. Искомые результаты будут получены с помощью следующих теорем, доказанных в [2].

Теорема 1. (О ядре мощности диапазона СОК). Для произвольной СОК с попарно взаимно простыми модулями $p_1, p_2, \dots, p_n$ существует набор весов $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n$, при котором $R_{P^{(n)}} = d$, где d — любое фиксированное целое число из диапазона D_n . При этом искомые $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n$ определяются условиями:

1) вектор $(|\tau_1|_{p_1}, |\tau_2|_{p_2}, \dots, |\tau_n|_{p_n})$ представляет собой нормированный остаточный код числа d , т. е.

$$|\tau_i|_{p_i} = |d^{P_{i,n}-1}|_{p_i}, \quad P_{i,n} = \frac{P^{(n)}}{p_i} \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (3)$$

$$2) \quad v_d^{(n)} + \sum_{i=1}^n \left[\frac{\tau_i}{p_i} \right] = 0,$$

где $v_d^{(n)}$ — нормированный ранг числа d .

Теорема 2. (Первая теорема о нормированном ядре числа). Пусть веса $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n$ выбраны так, что $\rho_{P^{(n)}} = d$ ($d \in (1, P^{(n)})$). Тогда для нормированного ядра числа $A \in D_n$ имеет место формула $\rho_A = \lfloor \rho_A \rfloor_d - d\Theta(A)$, где $\Theta(A)$ — поправка Амербаева к неточному рангу числа A .

В [2] показано, что практический интерес представляют лишь такие наборы ядерных весов $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n$, для которых $\rho_{P^{(n)}}$ невелико (очевидно, $R_{P^{(n)}} = \rho_{P^{(n)}}$ (см. формулы (1) и (2)), при этом наиболее удобным является случай, когда $\rho_{P^{(n)}}$ совпадает с одним из оснований СОК. Для определенности положим, что $R_{P^{(n)}} = p_n$. По теореме 1 это всегда можно сделать. Тогда из (1) получим

$$R_A = \left\lfloor \frac{A}{P^{(n-1)}} \right\rfloor - \left\lfloor \sum_{i=1}^n \frac{\alpha_i \tau_i}{p_i} \right\rfloor, \quad (4)$$

С помощью формулы для ρ_A , аналогичной (4), устанавливаем, что

$$\rho_{\min} = \min_{x \in D_n} \{\rho_x\} = -v_{\max}^{(n-1)}, \quad \rho_{\max} = \max_{x \in D_n} \{\rho_x\} = p_n - 1, \quad (5)$$

где $v_{\max}^{(n-1)}$ — максимальное значение нормированного ранга $v_x^{(n-1)}$ числа x в СОК с модулями $p_1, p_2, \dots, p_{n-1}$. Справедлива следующая

Теорема 3. Пусть $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n$ — произвольный набор ядерных весов СОК, для которых $R_{P^{(n)}} = p_n$ и пусть среди модулей СОК $p_1, p_2, \dots, p_{n-1}$, соответствующих отрицательным ядерным весам (если таковые имеются), а также среди остальных модулей указанного набора существуют модули, превышающие p_n . Тогда, если $p_n \geq 3$ и $n \geq 3$, то

$$\rho_{\max} - \rho_{\min} \leq R_{\max} - R_{\min}, \quad (6)$$

где $R_{\min} = \min_{x \in D_n} \{R_x\}$, $R_{\max} = \max_{x \in D_n} \{R_x\}$.

Доказательство. Не нарушая общности, положим, что $\tau_1 < 0$, $\tau_2 < 0, \dots, \tau_l < 0$, $\tau_{l+1} \geq 0, \dots, \tau_{n-1} \geq 0$, $p_l > p_n$, $p_{l+1} > p_n$, где $0 \leq l \leq n-1$; значения $l=0$ и $l=n-1$ указывают на отсутствие среди $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n$ отрицательных и неотрицательных весов соответственно.

По условию теоремы $R_{P^{(n)}} = p_n$, поэтому из (3) имеем $\tau_1 \neq 0, \dots, \tau_{n-1} \neq 0$, $\tau_n = kp_n$, где k — некоторое целое число.

Рассмотрим сначала случай $k=0$, а следовательно, $\tau_n = 0$. Так как в интервале $[0, P^{(n)})$ существует число A_0 , для которого

$$|A_0|_{p_i} = \begin{cases} 0, & \text{если } i = 1, 2, \dots, l; \\ p_i - 1, & \text{если } i = l+1, \dots, n, \end{cases} \quad \text{а в интервале } [(p_n - 1)P^{(n-1)},$$

$$P^{(n)}) \text{ существует число } A_1, \text{ для которого } |A_1|_{p_i} = \begin{cases} p_i - 1, & \text{если } i = 1, 2, \dots, l; \\ 0, & \text{если } i = l+1, \dots, n-1, \end{cases}$$

то из [2] получаем, что $R_{A_0} = - \left\lfloor \sum_{i=l+1}^{n-1} \frac{(p_i - 1) \tau_i}{p_i} \right\rfloor$, а $R_{A_0} = p_n - 1 -$

$$- \left\lfloor \sum_{i=1}^l \frac{(p_i - 1) \tau_i}{p_i} \right\rfloor. \quad \text{Отсюда}$$

$$R_{\max} - R_{\min} = R_{A_1} - R_{A_0} = p_n - 1 + \sum_{i=l+1}^{n-1} \frac{(p_i - 1) \tau_i}{p_i} -$$

$$-\left[\sum_{i=1}^l \frac{(p_i-1)\tau_i}{p_i}\right] \geq p_n - 1 + \left[\sum_{i=l+1}^{n-1} \frac{(p_i-1)\tau_i}{p_i} - \left(\sum_{i=1}^l \frac{(p_i-1)\tau_i}{p_i}\right)\right] = p_n - 1 + \left[\sum_{i=1}^{n-1} \frac{(p_i-1)|\tau_i|}{p_i}\right] \geq p_n - 1 + v_{\max}^{(n-1)}.$$

Учитывая (5), заключаем, что в случае $k=0$ неравенство (6) выполняется.

Пусть теперь $k \geq 1$. Снова заметим, что в интервале $\left[0, \frac{p^{(n)}}{p_{l+1}}\right)$, а так как $p_{l+1} > p_n$, то и в интервале $[0, P^{(n-1)})$ имеется A_2 , для которого

$$|A_2|_{p_i} = \begin{cases} 0, & \text{если } i = 1, 2, \dots, l; \\ \alpha_{l+1}, & \text{если } i = l+1; \\ p_{i-1}, & \text{если } i = l+2, \dots, n. \end{cases}$$

Аналогично в интервале $\left[(p_l-1)\frac{p^{(n)}}{p_l}, P^{(n)}\right)$, а так как $p_l > p_n$, то и в интервале $[(p_n-1)P^{(n-1)}, P^{(n)})$ имеется число A_3 , для которого

$$|A_3|_{p_i} = \begin{cases} p_i - 1, & \text{если } i = 1, 2, \dots, l-1; \\ \alpha_l^{(3)}, & \text{если } i = l; \\ 0, & \text{если } i = l+1, \dots, n. \end{cases}$$

Тогда в соответствии с (4)

$$R_{A_2} = -\frac{\alpha_{l+1}^{(2)}\tau_{l+1}}{p_{l+1}} + \sum_{i=l+2}^{n-1} \frac{(p_i-1)\tau_i}{p_i} - k(p_n-1)$$

и

$$R_{A_3} = p_n - 1 + \left[\sum_{i=1}^{l-1} \frac{(p_i-1)\tau_i}{p_i} + \frac{\alpha_l^{(3)}\tau_l}{p_l}\right].$$

Как и в предыдущем случае, получаем

$$R_{\max} - R_{\min} \geq R_{A_3} - R_{A_2}(k+1)(p_n-1) + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq l, l+1}}^{n-1} \frac{(p_i-1)|\tau_i|}{p_i} + \frac{\alpha_l^{(3)}|\tau_l|}{p_l} + \frac{\alpha_{l+1}^{(3)}|\tau_{l+1}|}{p_{l+1}} \geq (k+1)(p_n-1) + v_{\max}^{(n-3)}.$$

Учитывая, что $p_n \geq 3$, $n \geq 3$, заключаем, что и при $k \geq 1$ неравенство (6) справедливо.

Для доказательства теоремы в случае $k < 0$ достаточно рассмотреть числа $A_4 \in [0, P^{(n-1)})$ и $A_5 \in [(p_n-1)P^{(n-1)}, P^{(n)})$, для которых

$$|A_4|_{p_i} = \begin{cases} 0, & \text{если } i = 1, 2, \dots, l, n; \\ \alpha_{l+1}^{(4)}, & \text{если } i = l+1; \\ p_i - 1, & \text{если } i = l+2, \dots, n-1, \end{cases}$$

$$|A_5|_{p_i} = \begin{cases} p_i - 1, & \text{если } i = 1, 2, \dots, l-1, n; \\ \alpha_l^{(5)}, & \text{если } i = l, \\ 0, & \text{если } i = l+1, \dots, n-1. \end{cases}$$

Теорема полностью доказана.

Ограничения, налагаемые на модули СОК в теореме 2 можно снять, если при доказательстве использовать более точные нижние оценки для абсолютных величин ядерных весов; при этом доказательство теоремы становится громоздким.

С помощью (4) и аналогичной формулы для ρ_d нетрудно установить

связь между R_A и ρ_A [2]: $R_A = \rho_A - \sum_{i=1}^n \left[\frac{\alpha_i \tau_i}{p_i} \right]$. Теорема 2 и последняя формула показывают, что с точки зрения реализации процедур формирования R_A и ρ_A нормированное ядро числа является более приемлемой характеристикой, чем ядро числа.

Из (2) получаем $\rho_A = \frac{A}{p^{(n-1)}} - \sum_{i=1}^{n-1} \frac{\alpha_{i,n-1}}{p_i}$, где $\alpha_{i,n-1} = |\alpha_i P_{i,n-1}|_{p_i}$ i -ая цифра ($i = 1, 2, \dots, n-1$) нормированного остаточного кода числа $|A|_{p^{(n-1)}}$ в СОК с основаниями $p_1, p_2, \dots, p_{n-1}$. Отсюда имеем

$$A = \sum_{i=1}^{n-1} P_{i,n-1} \alpha_{i,n-1} + \rho_A P^{(n-1)}. \quad (7)$$

Теорема 4. (Вторая теорема о ядре числа). Пусть n -ый модуль СОК удовлетворяет условию $p_n > v_{\max}^{(n-1)}$. Тогда для позиционной характеристики $\rho'_A = -\rho_A$ любого числа $A \in [0, P^{(n)})$ имеет место формула

$$\rho'_A = \bar{\rho}'_A - p_n \sigma(A), \quad (8)$$

где

$$\bar{\rho}'_A = \left| \sum_{i=1}^{n-1} \frac{\alpha_{i,n-1}}{p_i} - \alpha_{n,n} \right|_{p_n}, \quad (9)$$

а $\sigma(A)$ — знак числа $B(A) = \sum_{i=1}^{n-1} P_{i,n-1} \alpha_{i,n-1} - \bar{\rho}'_A P^{(n-1)}$, определяемый как

$$\sigma(A) = \begin{cases} 0, & \text{если } B(A) \geq 0; \\ 1, & \text{если } B(A) < 0. \end{cases} \quad (10)$$

Для доказательства теоремы достаточно воспользоваться формулой (7) и следующей леммой о знаке числа [3].

Лемма. (О знаке числа). Пусть $B = \sum_{i=1}^{n-1} P_{i,n-1} \alpha_{i,n-1} - r P^{(n-1)}$. Если $r \leq 0$, то $B \geq 0$; и если $r > v_{\max}^{(n-1)}$, то $B > 0$. Согласно (7), $A = \sum_{i=1}^{n-1} P_{i,n-1} \alpha_{i,n-1} - \rho'_A P^{(n-1)}$, откуда $\rho'_A \equiv \bar{\rho}'_A \pmod{p_n}$, где

$$\bar{\rho}'_A = \left| \sum_{i=1}^{n-1} \frac{\alpha_{i,n-1}}{p_i} - \alpha_{n,n} \right|_{p_n}.$$

Представим ρ'_A в виде $\rho'_A = \bar{\rho}'_A + l p_n$, где l — некоторое целое число. Из формулы (7) вытекает, что l совпадает с наибольшим целым числом из множества

$$\left\{ j \mid A_j = \sum_{i=1}^{n-1} P_{i,n-1} \alpha_{i,n-1} - (\bar{\rho}'_A + j p_n) P^{(n-1)}, A_j \in D_n \right\}.$$

Рассмотрим число j_0 , удовлетворяющее неравенству $0 \leq \bar{\rho}'_A + j_0 p_n < p_n$. Очевидно, j_0 определяется однозначно, причем $j_0 = 0$. Замечая, что увеличение j на единицу приводит к увеличению на p_n величины $\bar{\rho}'_A + j p_n$ и, учитывая, что по условию теоремы 4 $p_n > v_{\max}^{(n-1)}$, с помощью леммы о знаке числа заключаем, что $l = j_0$, если $B(A) = A j_0 \geq 0$ и $l = j_0 - 1$, если $A j_0 < 0$. Так как $j_0 = 0$, то из (9) находим $\rho_A = \rho_A - \sigma(A) p_n$, где $\sigma(A)$ — знак числа $B(A) = \sum_{i=1}^{n-1} P_{i,n-1} \alpha_{i,n-1} - \bar{\rho}'_A P^{(n-1)}$, определяемый по формуле (10). Теорема доказана.

Следствие. Для ядра ρ_A числа $A \in D_n$ имеет место формула

$$\rho_A = \sigma(A) p_n - \bar{\rho}_A. \quad (11)$$

В работе [4] для вычисления нормированного ранга v_A числа $A \in D_n$ получена формула

$$v_A = \left\lceil \frac{1}{p_n} \sum_{i=1}^n \left[\frac{p_n \alpha_{i,n}}{p_n} \right] \right\rceil - \sigma(A) \quad (12)$$

через $\lceil x \rceil$ обозначается наименьшее целое число, не меньшее x .

Сопоставление формул (8) и (11) с формулой (12) показывает, что для определения ρ_A или $\bar{\rho}_A$ можно использовать устройства, незначительно отличающиеся от устройства определения нормированного ранга числа [5]. При этом устройство определения нормированного ядра является более простым, так как для вычисления величины

$\left\lceil \frac{1}{p_n} \sum_{i=1}^n \left[\frac{p_n \alpha_{i,n}}{p_i} \right] \right\rceil$ требуется больше аппаратных и временных затрат, чем для вычисления $\bar{\rho}_A$ или ρ_A .

Исследования, проведенные в настоящей работе позволяют сделать следующие основные выводы.

1. Нормированное ядро числа в СОК имеет более простую структуру и более узкий диапазон изменения, чем ядро числа. Благодаря этому по временным и аппаратным затратам, необходимым для вычисления указанных характеристик, первая из них имеет существенные преимущества перед другой.

2. После незначительных изменений устройства определения нормированного ранга числа в СОК могут быть использованы для вычисления нормированного ядра числа.

ЛИТЕРАТУРА

1. Акушский И. Я., Бурцев В. И., Пак И. Т. О новой позиционной характеристике непозиционного кода и ее применении: Теория кодирования и оптимизация сложных систем.— Алма-Ата, 1977, с. 8.
2. Коляда А. А.— Кибернетика, 1982, № 2, с. 123.
3. Коляда А. А.— Вестн. Белорусского ун-та. Сер. I, физ., мат. и мех., 1980, № 1, с. 6.
4. Коляда А. А., Пилиповец Ф. С.— Вестн. Белорусского ун-та. Сер. I, физ., мат. и мех., 1982, № 3.
5. Коляда А. А., Ивашкова Л. Ж. А. с. 800989 (СССР). Устройство для определения ранга числа.— Опул. в БИ, 1981, № 4.

Поступила в редакцию
02.02.82.

НИИ ПФП

УДК 535.33

А. М. ПРИМА, Д. С. УМРЕЙКО

ПОЛУЭМПИРИЧЕСКИЙ МЕТОД РАСЧЕТА ИНТЕНСИВНОСТЕЙ ИК ПОЛОС ПОГЛОЩЕНИЯ ПО МОДЕЛИ ЭФФЕКТИВНЫХ ЗАРЯДОВ И ЭЛЕКТРООПТИЧЕСКИЕ ПАРАМЕТРЫ УГЛЕВОДОРОДОВ

В настоящее время выполнено большое количество работ, посвященных расчету электрооптических параметров и интенсивностей в спектрах соединений различных классов на основе валентно-оптических представлений [1—5] и теории Маянца — Авербуха [6, 7]. Результаты ряда работ представлены в обзоре [5]. Трудности выполнения полуэмпирических расчетов заключаются в неоднозначности выбора знаков производных дипольного момента молекулы по нормальным координатам и большим числом параметров. Все это вызывает необходимость применения разно-