uFS

Физика

УДК 535.31

С. В. ПРОЦКО, Б. Ю. ХАНОХ, А. П. ХАПАЛЮК

ЛУЧЕВЫЕ СВОЙСТВА ОПТИЧЕСКОГО ОТРАЖАТЕЛЯ В ФОРМЕ ТРЕХГРАННОГО УГЛА ($\pi/2$, $\pi/2$, $\pi/4$)

Оптические отражатели тетраэдрического типа, у которых двугранные углы между отражающими плоскостями равны прямому или мало отличаются от него, достаточно широко исследованы [1—3] и получили применение в оптических и оптико-электронных системах различного назначения [4, 5].

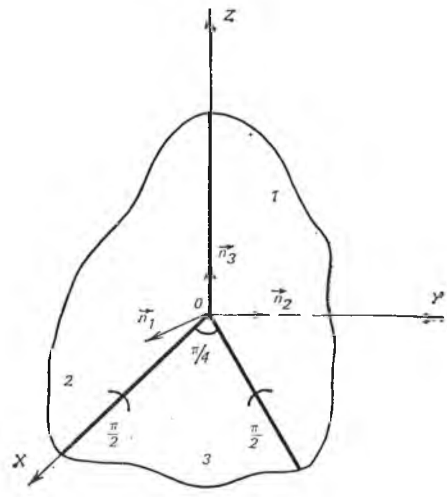
Рассмотрим теперь лучевые свойства другого отражателя тетраэдрического типа — в форме трехгранного угла, образуемого тремя зеркальными плоскостями, двугранные углы между которыми равны $\pi/2$, $\pi/2$, $\pi/4$. В декартовой прямоугольной системе координат XYZ (см. рисунок) такой отражатель можно определить следующими единичными векторами-нормалями к отражающим плоскостям:

$$\vec{n}_1 = \left\{\frac{1}{\sqrt{2}},\ -\frac{1}{\sqrt{2}},\ 0\right\},\ \vec{n}_2 = \{0,\ 1,\ 0\},\ \vec{n}_3 = \{0,\ 0,\ +1\}. \qquad (1)$$

Направление коллимированного пучка оптических лучей, падающего на плоскость $\vec{n}_j$ ($j=1,\ 2,\ 3$), будем задавать единичным вектором $\vec{q}_1 = \{-\cos\alpha,\ -\cos\beta,\ -\cos\gamma\}$. В соответствии с законами геометрической оптики направление распространения отраженного пучка определяется формулой:

$$\vec{q}\,' = \vec{q} - 2\vec{n}_j(\vec{n}_j\vec{q}),\ (\vec{n}_j\vec{q}) < 0,\ (\vec{n}_j\vec{q}\,') > 0. \qquad (2)$$

Неравенства в (2) определяют области изменения направляющих углов (α, β, γ) соответствующих пучков. Исходный падающий пучок является падающим на все три грани отражателя и для него выполняется неравенство $\cos\alpha > \cos\beta > 0$, $\cos\gamma > 0$. Первоначально падающий на отражатель пучок $\vec{q}_1$, многократно переотражаясь на всех гранях отражателя, порождает семейство пучков, направление которых можно определить с помощью формулы (2). В результате в отражателе (1) образуется замкнутая совокупность шестнадцати пучков с компонентами направляющих векторов:



$$q_{xi} = \cos\alpha\cos\left(\frac{\pi}{2}\left[\frac{i-1}{2}\right]\right) - \cos\beta\sin\left(\frac{\pi}{2}\left[\frac{i-1}{2}\right]\right),$$

$$q_{yi} = \left\{\cos\alpha\sin\left(\frac{\pi}{2}\left[\frac{i-1}{2}\right]\right) + \cos\beta\cos\left(\frac{\pi}{2}\left[\frac{i-1}{2}\right]\right)\right\}(-1)^{i+1},$$

$$q_{zi} = (-1)^{\left[\frac{i-1}{8}\right]}\cos\gamma, \quad i = 1,\ 2,\ 3\ \ldots\ 16, \qquad (3)$$

где квадратные скобки означают целую часть стоящего в них числа.

Номера пучков, являющихся падающими (П) или отраженными (О), для каждой из трех (1, 2, 3) плоскостей отражателя

$\vec{n}_1$		$\vec{n}_2$		$\vec{n}_3$	
П	О	П	О	П	О
1	8	1	2	1	9
2	3	3	4	2	10
4	5	6	5	3	11
7	6	8	7	4	12
9	16	9	10	5	13
10	11	11	12	6	14
12	13	14	13	7	15
15	14	16	15	8	16

Каждый из этих шестнадцати пучков по отношению к отдельным граням (1) будет либо падающим, либо отраженным в зависимости от знака $(\vec{n}_j\vec{q}_i)$ (см. таблицу). Используя таблицу и формулы (2), нетрудно проследить последовательность переотражения, падающего на систему исходного пучка q_1. Расчеты показывают, что имеется всего десять вариантов его прохождения. Все они выписаны в следующей диаграмме:

$$\begin{aligned}
&\vec{q}_1 \xrightarrow{2} \vec{q}_2 \xrightarrow{1} \vec{q}_3 \xrightarrow{2} \vec{q}_4 \xrightarrow{1} \vec{q}_5 \xrightarrow{3} \vec{q}_{13} = -\vec{q}_1, \quad \vec{q}_1 \xrightarrow{2} \vec{q}_2 \xrightarrow{1} \vec{q}_3 \xrightarrow{2} \vec{q}_4 \xrightarrow{3} \vec{q}_{12} \xrightarrow{1} \vec{q}_{13} = -\vec{q}_1,\\
&\vec{q}_1 \xrightarrow{2} \vec{q}_2 \xrightarrow{1} \vec{q}_3 \xrightarrow{3} \vec{q}_{11} \xrightarrow{2} \vec{q}_{12} \xrightarrow{1} \vec{q}_{13} = -\vec{q}_1, \quad \vec{q}_1 \xrightarrow{2} \vec{q}_2 \xrightarrow{3} \vec{q}_{10} \xrightarrow{1} \vec{q}_{11} \xrightarrow{2} \vec{q}_{12} \xrightarrow{1} \vec{q}_{13} = -\vec{q}_1,\\
&\vec{q}_1 \xrightarrow{3} \vec{q}_9 \xrightarrow{2} \vec{q}_{10} \xrightarrow{1} \vec{q}_{11} \xrightarrow{2} \vec{q}_{12} \xrightarrow{1} \vec{q}_{13} = -\vec{q}_1, \quad \vec{q}_1 \xrightarrow{3} \vec{q}_9 \xrightarrow{1} \vec{q}_{16} \xrightarrow{2} \vec{q}_{15} \xrightarrow{1} \vec{q}_{14} \xrightarrow{2} \vec{q}_{13} = -\vec{q}_1, \qquad (4)\\
&\vec{q}_1 \xrightarrow{1} \vec{q}_8 \xrightarrow{2} \vec{q}_{16} \xrightarrow{3} \vec{q}_{15} \xrightarrow{1} \vec{q}_{14} \xrightarrow{2} \vec{q}_{13} = -\vec{q}_1, \quad \vec{q}_1 \xrightarrow{1} \vec{q}_8 \xrightarrow{2} \vec{q}_7 \xrightarrow{3} \vec{q}_{15} \xrightarrow{1} \vec{q}_{14} \xrightarrow{2} \vec{q}_{13} = -\vec{q}_1,\\
&\vec{q}_1 \xrightarrow{1} \vec{q}_8 \xrightarrow{2} \vec{q}_7 \xrightarrow{1} \vec{q}_6 \xrightarrow{3} \vec{q}_{14} \xrightarrow{2} \vec{q}_{13} = -\vec{q}_1, \quad \vec{q}_1 \xrightarrow{1} \vec{q}_8 \xrightarrow{2} \vec{q}_7 \xrightarrow{1} \vec{q}_6 \xrightarrow{2} \vec{q}_5 \xrightarrow{3} \vec{q}_{13} = -\vec{q}_1.
\end{aligned}$$

В диаграмме (4) стрелка означает грань, номер которой обозначен цифрой, стоящей над ней. Слева от стрелки стоит направляющий вектор падающего, а справа — отраженного пучка. Оказывается, что во всех вариантах имеется одно отражение от третьей грани и по два от первой и второй. Из (4) следует, что исходный падающий пучок $\vec{q}_1$, переотразившись пятикратно в различных последовательностях от трех плоскостей системы, переходит в пучок $\vec{q}_{13}$, направление распространения которого противоположно исходному, независимо от ориентации отражателя. Таким образом, исследуемая система обладает свойством возвратного отражателя и, следовательно, может быть использована для тех же целей, что и известный прямоугольный отражатель.

Для практического использования такого отражателя важную роль играют его оптические свойства при значениях двугранных углов, отличных от идеальных [1]. Пусть двугранный угол между плоскостями 1 и 2 равен $\pi/4-\delta_{12}$, 2 и 3 — $\pi/2-\delta_{23}$ и 1 и 3 — $\pi/2-\delta_{13}$.

Если расположить деформированный уголковый отражатель в декартовой системе координат так, как это показано на рисунке, то векторы-нормали к отражающим плоскостям 1, 2, 3, записываемые в виде матрицы-столбца, и соответствующие им матрицы отражения A_j имеют вид:

$$\vec{n}_1 = \left\{ \begin{array}{c} \cos\delta^*_{12}\cos\delta_{13} \\ -\sin\delta^*_{12}\cos\delta_{13} \\ -\sin\delta_{13} \end{array} \right\}, \quad \vec{n}_2 = \left\{ \begin{array}{c} 0 \\ \cos\delta_{23} \\ -\sin\delta_{23} \end{array} \right\}, \quad \vec{n}_3 = \left\{ \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 1 \end{array} \right\}, \tag{5}$$

$$A_1 = \left\| \begin{array}{ccc} 1-2\cos^2\delta^*_{12}\cos^2\delta_{13} & \sin 2\delta^*_{12}\cos^2\delta_{13} & \cos\delta^*_{12}\sin 2\delta_{13} \\ \sin 2\delta^*_{12}\cos^2\delta_{13} & 1-2\sin^2\delta^*_{12}\cos^2\delta_{13} & -\sin\delta^*_{12}\sin 2\delta_{13} \\ \cos\delta^*_{12}\sin 2\delta_{13} & -\sin\delta^*_{12}\sin 2\delta_{13} & \cos 2\delta_{13} \end{array} \right\|,$$

$$A_2 = \left\{ \begin{array}{ccc} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\cos 2\delta_{23} & \sin 2\delta_{23} \\ 0 & \sin 2\delta_{23} & \cos 2\delta_{23} \end{array} \right\}, \quad A_3 = \left\{ \begin{array}{ccc} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{array} \right\}, \tag{6}$$

где $\sin\delta^*_{12} = \dfrac{\cos(\pi/4-\delta_{12}) + \sin\delta_{13}\sin\delta_{23}}{\cos\delta_{13}\cos\delta_{23}}$.

После пятикратного перемножения матриц отражения (5)—(6) в последовательности прохождения исходным оптическим пучком (см. диаграмму 4) получим следующие десять матриц отражения от системы при малых деформациях двугранных углов ($\sin\delta_{ik}\cong\delta_{ik}$, $\cos\delta_{ik}\cong 1$):

$$\begin{array}{c} A_3A_1A_2A_1A_2 \\ A_2A_1A_2A_1A_3 \end{array} = \left(\begin{array}{ccc} -1 & \mp 4\delta_{12} & \pm(2\delta_{23} + 2\sqrt{2}\delta_{13}) \\ \pm 4\delta_{12} & -1 & \pm 2\delta_{23} \\ \mp(2\delta_{23} + 2\sqrt{2}\delta_{13}) & \mp 2\delta_{23} & -1 \end{array} \right),$$

$$\begin{array}{c} A_1A_3A_2A_1A_2 \\ A_2A_1A_2A_3A_1 \end{array} = \left(\begin{array}{ccc} -1 & \mp 4\delta_{12} & \pm 2\delta_{23} \\ \pm 4\delta_{12} & -1 & \pm(2\delta_{23} + 2\sqrt{2}\delta_{13}) \\ \mp 2\delta_{23} & \mp(2\delta_{23} + 2\sqrt{2}\delta_{13}) & -1 \end{array} \right),$$

$$\begin{array}{c} A_1A_2A_3A_1A_2 \\ A_2A_1A_3A_2A_1 \end{array} = \left(\begin{array}{ccc} -1 & \mp 4\delta_{12} & \mp 2\delta_{23} \\ \pm 4\delta_{12} & -1 & \pm(2\delta_{23} + 2\sqrt{2}\delta_{13}) \\ \pm 2\delta_{23} & \mp(2\delta_{23} + 2\sqrt{2}\delta_{13}) & -1 \end{array} \right),$$

$$\begin{array}{c} A_1A_2A_1A_3A_2 \\ A_2A_3A_1A_2A_1 \end{array} = \left(\begin{array}{ccc} -1 & \mp 4\delta_{12} & \mp(2\delta_{23} + 2\sqrt{2}\delta_{13}) \\ \pm 4\delta_{12} & -1 & \pm 2\delta_{23} \\ \pm(2\delta_{23} + 2\sqrt{2}\delta_{13}) & \mp 2\delta_{23} & -1 \end{array} \right),$$

$$\begin{array}{c} A_1A_2A_1A_2A_3 \\ A_3A_2A_1A_2A_1 \end{array} = \left(\begin{array}{ccc} -1 & \mp 4\delta_{12} & \mp(2\delta_{23} + 2\sqrt{2}\delta_{13}) \\ \pm 4\delta_{12} & -1 & \mp 2\delta_{23} \\ \pm(2\delta_{23} + 2\sqrt{2}\delta_{13}) & \pm 2\delta_{23} & -1 \end{array} \right).$$

В этих матрицах верхние знаки относятся к верхней совокупности произведений матриц A_1, A_2, A_3, а нижние — к нижней. Представим матрицы отражения в следующем общем виде:

$$B_m = \left(\begin{array}{ccc} -1 & a^{(m)}_{12} & a^{(m)}_{13} \\ a^{(m)}_{21} & -1 & a^{(m)}_{23} \\ a^{(m)}_{31} & a^{(m)}_{32} & -1 \end{array} \right), \quad m = 1,\ 2\ \ldots\ 10, \tag{7}$$

где $a^{(m)}_{12} = -a^{(m)}_{21} = -4\delta_{12}(-1)^{\left[\frac{m-1}{5}\right]}$,

$$a_{13}^{(m)} = -a_{31}^{(m)} = \Big\{2\sqrt{2}\delta_{13}\cos\eta_m + 2\delta_{23}\Big[\cos\eta_m - \sin\eta_m + $$
$$+ 2\left|\cos\left(\frac{l\pi}{2}\right)\right|\sin\eta_m\Big]\Big\}(-1)^{\left[\frac{m-1}{5}\right]},$$
$$a_{23}^{(m)} = -a_{32}^{(m)} = \Big\{2\sqrt{2}\delta_{13}\sin\eta_m + 2\delta_{23}\Big[\cos\eta_m + \sin\eta_m -$$
$$- 2\left|\cos\left(\frac{l\pi}{2}\right)\right|\cos\eta_m\Big\}\Big](-1)^{\left[\frac{m-1}{5}\right]}, \tag{8}$$
$$\eta_m = \left[\frac{l}{2}\right]\frac{\pi}{2}, \quad l = \begin{cases} m, & m \leqslant 5 \\ m-5, & 5 < m \leqslant 10. \end{cases}$$

Матрицы отражения с индексами $m=1, 2, \ldots, 5$ получаются транспонированием соответствующих матриц с индексами $m=6, 7, \ldots, 10$.

Введем векторы (E — единичная матрица):

$$\Delta\vec{q}_m = \vec{q}'_m + \vec{q}_1 = (B_m + E)\vec{q}_1. \tag{9}$$

Они характеризуют угловое отклонение направления отраженных пучков $\vec{q}'_m$ от падающего $\vec{q}_1$. Векторы $\Delta\vec{q}_m$ ортогональны вектору $\vec{q}_1$ и, следовательно, лежат в одной плоскости. Угол отклонения отраженного пучка ψ_m от направления падающего определяется модулем $|\Delta\vec{q}_m|$:

$$\operatorname{tg}\psi_m = |\Delta\vec{q}_m| = [(a_{13}^{(m)}\cos\gamma + a_{12}^{(m)}\cos\beta)^2 + (a_{12}^{(m)}\cos\alpha - a_{23}^{(m)}\cos\gamma)^2 +$$
$$+ (a_{23}^{(m)}\cos\beta + a_{13}^{(m)}\cos\alpha)^2]^{+\frac{1}{2}}. \tag{10}$$

Угловые расстояния между смежными соседними отраженными пучками можно найти через разности соответствующих векторов: $\vec{e}_m = \vec{q}_m - \vec{q}_{m+1}$. Эти векторы компланарны и образуют ориентированный десятигранник, противоположные стороны которого равны по величине и противоположны по направлению: $\vec{e}_1 = -\vec{e}_6 = -2\sqrt{2}\,\delta_{13}(\vec{i}\cos\gamma - \vec{j}\cos\gamma - \vec{k}(\cos\alpha - \cos\beta))$, $\vec{e}_2 = -\vec{e}_7 = -4\delta_{23}(\vec{i}\cos\gamma - \vec{k}\cos\alpha)$, $\vec{e}_3 = -\vec{e}_8 = -2\sqrt{2}\,\delta_{13}(\vec{i}\cos\gamma + \vec{j}\cos\gamma - \vec{k}(\cos\alpha + \cos\beta))$, $\vec{e}_4 = -\vec{e}_9 = -4\delta_{23}(\vec{j}\cos\gamma - \vec{k}\cos\beta)$, $\vec{e}_5 = -\vec{e}_{10} = +8\delta_{12}(\vec{i}\cos\beta - \vec{j}\cos\alpha)$. Углы между соседними сторонами этого десятигранника однозначно определяются через направляющие косинусы исходного падающего пучка $\vec{q}_1$ и деформациями.

Модули векторов $\vec{e}_m$ определяют угловые расстояния между смежными отраженными пучками: $\varphi_1 = |\vec{e}_1| = 2\sqrt{2}\,\delta_{13}\sqrt{\sin^2\alpha - 2\cos\alpha\cos\beta + \sin^2\beta}$, $\varphi_2 = |\vec{e}_2| = 4\,\delta_{23}\sin\beta$, $\varphi_3 = |\vec{e}_3| = 2\sqrt{2}\,\delta_{13}\sqrt{\sin^2\alpha + 2\cos\alpha\cos\beta + \sin^2\beta}$, $\varphi_4 = |\vec{e}_4| = 4\,\delta_{23}\sin\alpha$, $\varphi_5 = |\vec{e}_5| = 8\,\delta_{12}\sin\gamma$.

Таким образом, расстояние между смежными парами пучков зависит только от одной деформации δ_{ik} двугранных углов. Кроме того, имеются пары отраженных пучков, расстояния между которыми зависят только от одного направляющего угла пучка в системе координат, жестко связанной с отражателем. Последнее обстоятельство свидетельствует о возможности использования исследуемого отражателя в качестве датчика определения направления падающего пучка, так же как и известного прямоугольного уголкового отражателя [5]. При повороте же отражателя вокруг оси падающего пучка отраженные пучки также поворачиваются на такой же угол, что дает возможность использовать отражатель и для определения угла скручивания [6, 7].

ЛИТЕРАТУРА

1. Тудоровский А. И.— Труды ГОИ, 1941, т. 14, вып. 112—120, с. 137.
2. Пик Л. И.— Геодезия и картография, 1965, т. 10, с. 29.
3. Ритынь Н. Э.— ОМП, 1967, № 4, с. 1.
4. Кондрашков А. В. Электро-оптические и радио-геодезические измерения.— М., 1972.
5. Ханох Б. Ю., Бондаренко И. Д.— Вестн. Белорусского ун-та. Сер. 1, мат., физ. и мех., 1971, № 3, с. 67.
6. Ханох Б. Ю., Бондаренко И. Д.— Весці АН БССР. Сер. фіз.-матэм. навук, 1975, № 6, с. 88.
7. Мусяков В. Л., Панков Э. Д.— Изв. вузов. Приборостроение, 1975, т. 18, № 4, с. 105.

Поступила в редакцию
09.12.81.

Кафедра электрофизики

УДК 537.525.5

В. Е. ГРАКОВ, А. С. МАЙГА

ФИЗИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ КОРОТКОЙ ВАКУУМНОЙ ДУГИ В ПРОДОЛЬНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

В предыдущих работах авторов [1—3] описываются результаты экспериментальных исследований коротких вакуумных дуг размыкания в продольном магнитном поле. Данная статья посвящена обсуждению физического механизма воздействия магнитного поля на дуговые процессы.

Когда магнитное поле совпадает по направлению с дрейфовым движением электронов и ионов, на первый план выступает влияние магнитного поля на процесс их диффузии. При наличии магнитного поля диффузия становится анизотропной, а коэффициент диффузии — тензорной величиной [4]. Продольный коэффициент диффузии (вдоль магнитного поля) сохраняет то же значение, что и в отсутствие поля, а поперечный коэффициент диффузии (поперек магнитного поля) уменьшается. В общем случае, когда плазма далека от состояния замагниченности, коэффициент поперечной диффузии $D\perp$ связан с коэффициентом диффузии в отсутствие магнитного поля D соотношением

$$D_{\perp} = \frac{D}{1 + (\omega/\nu)^2}, \tag{1}$$

причем

$$D = \frac{1}{3} v^2/\nu. \tag{2}$$

В этих формулах $\omega = (eB)/m$ — циклотронная частота; ν — частота столкновений; v — средняя скорость заряженной частицы.

В тех случаях, когда концентрация заряженных частиц настолько велика, что размеры плазмы заметно превышают дебаевский радиус, имеет место амбиполярная диффузия, причем коэффициент амбиполярной диффузии связан с коэффициентами диффузии электронов D_e и ионов D_+ соотношением

$$D_a = \frac{2D_e D_+}{D_e + D_+}. \tag{3}$$

В отсутствие магнитного поля коэффициент диффузии для электронов гораздо больше, чем для ионов, в результате коэффициент амбиполярной диффузии оказывается равным удвоенному коэффициенту диффузии ионов.

Формула (3) сохраняет силу и при наличии магнитного поля, где, однако, ионы диффундируют поперек поля гораздо быстрее электронов. В этом случае

$$D_{a\perp} \approx 2D_{e\perp}. \tag{4}$$

На поперечную диффузию в реальных условиях обычно накладываются турбулентные движения, связанные с неустойчивостью плазмы.