интеграла в (2), заменив его нулем, приходим к следующему неявному методу второго порядка точности:

$$\hat{y}_i=y_i+\tau\rho_i f_i,\ i=1,\ 2,\ \ldots,\ m, \tag{7}$$

где $y_i\approx u_i$, $\hat{y}_i\approx\hat{u}_i$, $f_i=f_i(t,\ y_1,\ \ldots,\ y_m)$, $\lambda_i=(\hat{f}_i-f_i)/(\hat{y}_i-y_i)$, $\hat{f}_i=f_i(t+\tau,\ \hat{y}_1,\ \ldots,\ \hat{y}_m)$. Подобным же образом на основании (3) строится метод

$$\hat{y}_i=y_i+\tau\rho_i^*\hat{f}_i,\ i=1,\ 2,\ \ldots,\ m. \tag{8}$$

Методы (7), (8) являются естественным развитием нелинейных методов (10), (12), из [1], точных на уравнениях вида (4).

Пренебрегая, подобно случаю метода (7), интегральным членом в (2), можно построить и примеры явных методов второго порядка точности. Дальнейшего повышения порядка точности методов можно достигать как на пути более полного выделения на каждом шаге точно обращаемой части дифференциального оператора, так и через более точную аппроксимацию интегральных членов в (2) или (3). Иногда бывает целесообразным использовать и комбинацию равенств (2), (3). Примеры подобных методов мы здесь приводить не станем, отметим лишь, что при аппроксимации интегралов в (2), (3), естественно, подобно [2], воспользоваться принципом последовательного повышения порядка точности как в варианте постоянной весовой функции, так и для экспоненциальных весов, характерных для интегралов из (2) и (3).

В заключение заметим, что основная идея рассматриваемого подхода к построению методов численного решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка, основанного на пошаговом выделении и точном обращении главной части дифференциального оператора с последующей аппроксимацией остаточного члена, может быть перенесена на случай уравнений высших порядков, а также использована при построении нелинейных методов численного решения граничных задач для обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений с частными производными.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бобков В. В.— Вестн. Белорусского ун-та. Сер. 1, физ., мат. и мех., 1981, № 3, с. 61.
2. Бобков В. В.— Изв. АН БССР. Сер. физ.-матем. наук, 1967, № 4, с. 27.

Поступила в редакцию 27.05.82.

Кафедра вычислительной математики

УДК 621.396.67.01

А. Е. ПЕТРЯЕВ

НЕКОТОРЫЕ РЕГУЛЯРИЗАТОРЫ В СИНТЕЗЕ СИСТЕМ «АНТЕННА — ОБТЕКАТЕЛЬ»

Задачи синтеза для систем АО относятся к широкому классу задач синтеза в электродинамике — выбора систем источников и отражающих или прозрачных тел, для которых дифрагированное поле обладает требуемыми свойствами [1]. Конкретную систему АО будем задавать множеством математических моделей различного уровня $\mu=(\hat{x},\ g_h)$, $h=1,\ ..\ M\}$, где $\hat{x}=(\hat{s},\ p)$ — характеристика системы; g_h — оператор излучения, построенный на основе метода h решения прямой задачи об излучении системы. Состояние изолированной системы АО в рамках любой модели из μ задается вектором $\hat{x}$, который состоит из вектора возбуждения системы источников и конструктивного вектора обтекателя $\vec{p}=(\mathrm{Re}\ \varepsilon_j,\ \mathrm{Im}\ \varepsilon_j,\ d_j;\ j=1\ ..\ Q)$.

Функционирование объекта проектирования, которое фиксируется при включении его в некоторую измерительную систему, будем характеризовать вектор-функцией $\hat{z} = (f_1(\hat{x}) \, .. \, f_k(\hat{x}) \, .. \, f_N(\hat{x}))$ — сверххарактеристикой системы АО. Компоненты $\hat{z}$ — показатели поля излучения и показатели эксплуатационного характера — являются действительными функционалами в пространствах векторов возбуждения и конструктивных векторов и задаются вне зависимости от типа системы АО так, что множество возможных $\hat{z}$ образует линейное пространство Z — фундаментальную структуру при решении любых задач синтеза. Проектное задание формулируется как требование принадлежности сверххарактеристики некоторому множеству $\Delta_z \subset Z$. Задача синтеза заключается в построении соответствующего множества характеристик $\Delta_x = \{x \in X : \hat{z}(\hat{x}) \in \Delta_z \subset Z\}$. Отображение $B: Z \to X$, с помощью которого строится «проект», должно быть определено для любого проектного задания и для любых направленных семейств проектных заданий Δ_z^{ω} из сходимости $\Delta_z^{\omega} \to \Delta_z$ в топологии пространства Z следует сходимость множеств проектных решений $B(\Delta_z^{\omega}) \to B(\Delta_z^{\omega})$ в топологии X.

Отметим, что реальное проектное задание заключается в требованиях на неполный $\hat{z}$, т. е. Δ_z принадлежит некоторому подпространству Z. Поэтому необходима классификация проектных заданий в зависимости от типов функционалов f_k, которая заключается в формулировке корректных постановок задач синтеза по требованиям на различные неполные сверххарактеристики.

Рассмотрим корректные постановки задач синтеза для системы АО по требованиям на квадратичные функционалы-компоненты $\hat{z}$, используя идею многопараметрических регуляризаторов [2]. Пусть имеется задача проектирования по неполной сверххарактеристике, например, сформулированы требования к $1, \ldots, L$ компонентам N-ного вектора $\hat{z}$: Определить

$$\Delta_x = \{\hat{x} \in J \otimes P : \hat{z}(\hat{x}) \in \Delta_z = (\gamma_k \leqslant f_k(\hat{x}) \leqslant \beta_k)\}. \quad k = 1, \ \ldots \ L \qquad (1)$$

Ищем какой-либо один элемент $\hat{x}$ из Δ_x, формулируя специальную вариационную задачу R — регуляризатор.

Пусть все f_k описывают требования к полю излучения системы АО. В этом случае, в зависимости от типов формируемых f_k, необходимо из сверххарактеристики выбрать некоторый дополнительный элемент $f_{0\nu}(\hat{x})$, определяющий требования эксплуатационного характера и использовать его для конструирования регуляризатора в качестве стабилизирующего функционала. Корректность задачи достигается тем, что система функциональных неравенств (1) решается не во всем $J \otimes P$, а на компактном множестве $\Gamma_a \subset J \otimes P$

$$\Gamma_a = \{\hat{x} \in J \otimes P : f_{0\nu}(\hat{x}) \leqslant a, \ a > 0\}.$$

Если f_k являются квадратичными в J, то регуляризатор на основе метода Лагранжа можно записать в виде

$$R_1 : \inf \left\{ \sum_k f_{ku}(\hat{s}, \vec{p}) + f_{0\nu}(\hat{s}, \vec{p}) \right\}, \quad u \in S; \quad \hat{j} \in \dot{J}, \quad \vec{p} = \vec{p}_0$$

$$R_2 : \inf \left\{ \sum_k f_{ku}(\hat{s}) + f_{1\nu}(\hat{s}, \vec{\mathrm{P}}) \right\} \quad u \in S; \quad \hat{s} \in \dot{J}, \quad \vec{p} \in D \subset E^{3Q}$$

$$R_3 = \inf \left\{ \sum_k f_{k\vec{p}}(\hat{s}) + f_{2\nu}(\hat{s}) \right\} \quad \vec{u} \in \vec{p}; \quad \hat{s} \in \dot{J}, \quad \vec{p} \in D \subset E^{3Q}.$$

Задачи R_1 — R_3 решаются в пространстве векторов возбуждения. R_1 — наиболее общий вид вариационной задачи уравнения Эйлера, которой есть операторный аналог уравнений Фредгольма II рода и для фиксированного $\bar{u}$ имеющий единственное решение. R_2 — это фактически задача синтеза подсистемы (A) по ее показателям — формируемым функционалам, «взаимодействие» со второй подсистемой (O) учитывается надлежащим выбором $f_{1\nu}(\vec{s}, \vec{p})$.

Другими словами, классификация элементов $\vec{s}$ с одинаковыми значениями f_k производится по какому-либо критерию взаимодействия подсистем, например, показателям, которые существенно определяются вектором $\vec{p}$. R_3 — это регуляризатор оптимального согласования $\vec{s}$ и $\vec{p}$ по критериям, выраженным в (1). Здесь конструктивный вектор $\vec{p}$ является параметром метода решения — параметром управления регуляризатором: $\hat{s}=\vec{s}(\vec{p}), \vec{p}\in D\subset E^{3Q}$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Свешников А. Г., Ильинский А. С.— Докл. АН СССР, 1972, т. 204, № 5, с. 1010.
2. Чекин А. В.— Докл. АН СССР, 1980, т. 252, № 4, с. 807.

Поступила в редакцию
05.01.82.

Кафедра радиофизики