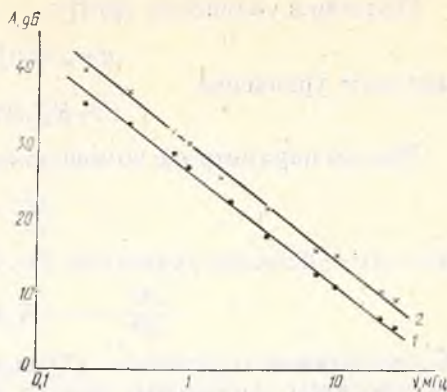


строены графики распределения амплитуд колебаний по частоте (см. рисунок).

Графики распределения, построенные в логарифмическом масштабе по обеим осям, имеют вид спадающих прямых линий, которые могут быть представлены в аналитическом виде с помощью эмпирической формулы $A(v) = 42 + 64(i_g/B) - (13,6 + i_g) \lg v$, где $A(v)$ — относительная интенсивность, дБ; v — частота, МГц; i_g и B — ток дуги, А, и индукция продольного магнитного поля, Тл, соответственно. Эмпирическая формула хорошо описывает экспериментальные закономерности спектров высокочастотных колебаний напряжения горения Cd-дуги в следующих диапазонах частот, токов дуги и значений индукции продольного магнитного поля: $0,1 \text{ МГц} \leq v \leq 25 \text{ МГц}$; $1 \text{ А} \leq i_g \leq 10 \text{ А}$; $B \leq 0,115 \text{ Тл}$.

Общий характер высокочастотного спектра хорошо согласуется с данными работы [2]. По мере продвижения в область больших частот амплитуда колебаний быстро убывает (почти на 4 порядка величины). Увеличение тока дуги наиболее влияет на высокочастотную часть спектра: доля колебаний самых высоких частот уменьшается, в результате наклон графика $A(v)$ увеличивается. Продольное магнитное поле увеличивает амплитуды колебаний дугового напряжения по всему частотному спектру в одинаковом отношении, причем его влияние оказывается наиболее сильным при малых токах дуги.



Зависимость относительной амплитуды A от частоты v в спектре высокочастотных колебаний напряжения горения Cd-дуги ($i_g = 1,6 \text{ А}$):

1 — без внешнего магнитного поля ($B = 0$)
2 — с продольным магнитным полем ($B = 0,1 \text{ Тл}$)

ЛИТЕРАТУРА

1. Граков В. Е., Майга А. С. — Вестн. Белорусского ун-та. Сер. 1, физ. мат. и мех., 1981, № 1, с. 27.
2. Skolnik M. I., Puckett H. R. — J. Appl. Phys., 1955, v. 26, № 1, p. 74.

Поступила в редакцию
02.02.82.

Кафедра физической оптики

УДК 517.925

А. А. САМОДУРОВ

ОБ ИНТЕГРИРУЕМОСТИ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ АБЕЛЯ В ПАРАМЕТРИЧЕСКОМ ВИДЕ

Рассмотрим дифференциальное уравнение Абеля второго рода [1]

$$(y + b(x))y' = a_0(x)y^2 + a_1(x)y + a_2(x), \quad (1)$$

где $a_0(x) \neq 0$. Замена $y + b(x) = 1/u$ приводит уравнение (1) к виду

$$u' = f_3(x)u^3 + f_2(x)u^2 + f_1(x)u. \quad (2)$$

Пусть $f_2(x)$, $f_3(x)$ такие рациональные функции комплексного аргумента x , что функции $K_3(x) = f_3(x) \exp(2 \int f_1(x) dx)$, $K_2(x) = f_2(x) \exp(\int f_1(x) dx)$ также являются рациональными. Ниже будут получены достаточные условия наличия решений уравнения (2) вида

$$x = \Phi(p, C), \quad u = \Psi(p, C), \quad (3)$$

где p — комплексный параметр, а функции $\Phi(p, C)$ и $\Psi(p, C)$ не имеют критических подвижных особых точек.

Полагая в уравнении (2) [1]

$$u = z \exp \left(\int f_1(x) dx \right), \quad (4)$$

получаем уравнение

$$z' = K_3(x) z^3 + K_2(x) z^2. \quad (5)$$

Введем параметр p с помощью соотношения

$$\frac{dp}{dx} = z(x), \quad (6)$$

где $z(x)$ — решение уравнения (5). Уравнение (5) примет вид

$$-\frac{d^2x}{dp^2} = -K_3(x) - K_2(x) \frac{dx}{dp}. \quad (7)$$

Из автономности уравнения (7) видно, что в его общее решение одна из произвольных постоянных входит аддитивно. Пусть $x = F(p + C_1, C_2)$ — общее решение уравнения (7). Заменив $p + C_1$ на новое p , будем записывать его в виде $x = F(p, C)$. Тогда общее решение уравнения (2) запишется в виде

$$x = F(p, C), \quad u = \frac{\exp \left(\int f_1(F(p, C)) F'_p(p, C) dp \right)}{F'_p(p, C)}. \quad (8)$$

Укажем все те случаи, когда параметрическое представление (8) решений уравнения (2) не имеет критических подвижных особых точек. Для этого заметим, что 2 из 50 канонических уравнений без критических подвижных особых точек имеют вид (7) [2]. Это уравнения

$$\frac{d^2x}{dp^2} = (-3x + q) \frac{dx}{dp} - x^3 + qx^2, \quad \frac{d^2x}{dp^2} = -x \frac{dx}{dp} + x^3 + qx, \quad (9)$$

где q — постоянная (уравнения (9) выбирались с учетом условия $f_3(x) \not\equiv 0$).

Помимо уравнений (9), к интересующему нас типу принадлежат те канонические уравнения, которые заменой в уравнении (7)

$$x = \frac{\alpha_1(p)w + \beta_1(p)}{\alpha_2(p)w + \beta_2(p)}, \quad (\alpha_1\beta_2 - \alpha_2\beta_1 \neq 0) \quad (10)$$

приводятся к одному из канонических уравнений без критических подвижных особых точек. Производя в (7) замену (10), получаем уравнение

$$w'' = \frac{-2\alpha_1\alpha_2}{\alpha_2\beta_2 - \alpha_2\beta_1} w'^2 + P(p, w, w'), \quad (11)$$

где $P(p, w, w')$ — линейная функция относительно w' , коэффициенты которой — полиномы относительно $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2, \alpha'_1, \alpha'_2, \beta'_1, \beta'_2, w, K_2(x)$ и $K_3(x)$.

Во всех канонических уравнениях коэффициент при w'^2 либо нулевой, либо имеет полюс относительно w . Первому случаю соответствуют уравнения (9). Из вида уравнения (11) следует, что второй случай невозможен.

Подвижные особые точки решений уравнений (9) — не критические полюсы, $\exp \left(\int f_1(x) dx \right) = K_2(x)/f_2(x)$ — рациональная функция x , поэтому второе из соотношений (9) не содержит подвижных критических особых точек.

Из приведенных рассуждений следует

Теорема. Для того, чтобы уравнение (2) с рациональными $K_2(x)$ и $K_3(x)$ имело общее решение вида (3), где $\Phi(p, C)$ и $\Psi(p, C)$ не имеют критических подвижных особых точек, достаточно, чтобы с помощью преобразований (4), (6), (10) оно преобразовывалось в одно из уравнений (9).

Из теоремы следует, в частности, что уравнения $u' = (3x - q) \exp(-2 \int f(x) dx) u^3 + (x^3 - qx^2) \exp(-\int f(x) dx) u^2 + f(x) u$, $u' = -(qx + x^3) \exp(-2 \int f(x) dx) u^3 + x \exp(-\int f(x) dx) u^2 + f(x) u$, где $f(x)$ — произвольная аналитическая функция, интегрируются в квадратурах.

ЛИТЕРАТУРА

1. Камке Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям.— М., 1971.
2. Айнс Э. Л. Обыкновенные дифференциальные уравнения.— Харьков, 1939.

Поступила в редакцию
18.12.80.

Кафедра дифференциальных уравнений

УДК 519.1

А. Н. ИСАЧЕНКО

ОБ ОДНОМ КРИТЕРИИ ДЛЯ МАТРОИДОВ

Критерии для определения, является ли пара (S, E) матроидом, могут базироваться на различных понятиях: независимых множеств, функций ранга, базиса, стягивающих множеств, функций обхвата, замыкания, поверхностей, гиперплоскостей [1, 2]. В настоящей заметке дается критерий, использующий понятие двойственных систем независимости и «жадного» решения.

Пусть E — непустое конечное множество.

Лемма. Непустая совокупность β подмножеств множества E является семейством базисов матроида на E тогда и только тогда, когда выполняется следующее условие: (*) если $B_1, B_2 \in \beta$, то для любого $x \in B_1 \setminus B_2$ существует $y \in B_2 \setminus B_1$ такое, что $(B_2 \setminus y) \cup x \in \beta$.

Справедливость леммы вытекает из эквивалентности условия (*) и аксиомы базисов матроида.

Предположим, что пара (S, E) является системой независимости, т. е. S — непустая совокупность подмножеств множества E , замкнутая относительно взятия подмножеств. Ясно, что система независимости однозначно определяется своими множествами максимальной мощности (базисами). Обозначим множество базисов системы независимости (S, E) через $\beta(S, E)$. Двойственной к системе независимости (S, E) назовем систему независимости (S^*, E) с множеством базисов $\beta(S^*, E) = \{E \setminus B : B \in \beta(S, E)\}$.

Пусть на множестве E задана функция $\omega : E \rightarrow R^+$. Вес множества $G \subseteq E$ определим как $\omega(G) = \sum_{e \in G} \omega(e)$. Рассмотрим пару экстремальных задач:

А) найти $G' \in \beta(S, E)$ такое, что $\omega(G) \leq \omega(G') \forall G \in \beta(S, E)$;
В) найти $G^* \in \beta(S^*, E)$ такое, что $\omega(G) \geq \omega(G^*) \forall G \in \beta(S^*, E)$.
Простой алгоритм («жадный» алгоритм) для решения задач А, В, предложенный в [2, 3], состоит в следующем: 1) $G_0 = \emptyset$; 2) Пусть $|E| = n$. Упорядочиваем для задачи А элементы множества E по убыванию, а для задачи В по возрастанию функции ω $e_1, e_2, \dots, e_n$; 3) $G_{i+1} = \begin{cases} G_i \cup e_{i+1}, & \text{если } G_i \cup e_{i+1} \in S, \\ G_i & \text{в противном случае;} \end{cases}$ 4) если $i+1 < n$ повторяем 3). Множество G_n называем «жадным» решением.

Пусть G_A — «жадное» решение задачи А, G_B — «жадное» решение задачи В. Известно [2], что решение G_A совпадает с точным тогда и только тогда, когда пара (S, E) является матроидом. Следовательно, если (S, E) — матроид, то для любой функции $\omega : E \rightarrow R^+$

$$\omega(G_A) = \omega(E) - \omega(G_B). \quad (1)$$

Покажем, что справедливо и обратное.

Теорема 1. Пусть (S, E) — система независимости. Если для любой функции $\omega : E \rightarrow R^+$ имеет место равенство (1), то (S, E) — матроид.

Доказательство. Пусть $B_1, B_2 \in \beta(S, E)$ и $x \in B_1 \setminus B_2$. Определим функцию ω следующим образом.