ЛИТЕРАТУРА

1. Голенков В. В.— Вестн. Белорусского ун-та. Сер. 1, физ., мат. и мех., 1983, № 1, с. 29.
2. Голенков В. В., Сидоренко В. П. Графовый код ГК1: принципы построения.— Рукопись деп. в ВИНИТИ, № 3033-80. Деп. от 14.07.80.
3. Голенков В. В. Графовая модель баз данных.— Рукопись деп. в ВИНИТИ, № 3697-81. Деп. от 23.07.81.
4. Голенков В. В. Язык семантических сетей.— Рукопись деп. в ВИНИТИ, № 3216-81. Деп. от 01.07.81.
5. Семантический код в линейном и нелинейном представлении.— Минск, 1980, с. 40.
6. Кибернетический сборник, новая серия.— М., 1979, вып. 16, с. 171.
7. Новиков П. С. Элементы математической логики, 2-е изд.— М., 1973.
8. Гильберт Д., Бернайс П. Основания математики: Логические исчисления и формализация арифметики.— М., 1979.
9. Мальцев А. И. Алгебраические системы.— М., 1970.
10. Голенков В. В., Астрейко А. П. Представление математических текстов в виде графовых грамматик, ч. 1.— Рукопись деп. в ВИНИТИ, № 3032-80. Деп. от 14.07.80.
11. Голенков В. В., Астрейко А. П. Представление математических текстов в виде графовых грамматик, ч. 2.— Рукопись деп. в ВИНИТИ, № 3032-80. Деп. от 14.07.80.

Поступила в редакцию 24.03.81. *Кафедра ЭММ*

УДК 681.142.01

А. А. КОЛЯДА

УМНОЖЕНИЕ ЧИСЕЛ РАЗНЫХ ЗНАКОВ В ЯДЕРНО-МОДУЛЯРНОМ КОДЕ

С целью упрощения модулярной арифметики в [1] введены ядерно-модулярные системы счисления (ЯМСС), представляющие собой некоторую модификацию нормированных систем в остатках [2]. Отличительной особенностью ЯМСС является простота выполнения немодульных операций таких, как определение знака числа, вычисление основной позиционной характеристики ядерно-модульного кода (поправки Амербаева), формирование признака переполнения и др. [1, 3].

Настоящая работа посвящена операциям умножения чисел разных знаков (целых чисел и дробей), представленных в ЯМСС, и формирования признака мультипликативного переполнения. Предлагаемые методы выполнения указанных операций основаны на подходе, применяемом в [3], где рассмотрен случай неотрицательных операндов.

Ниже используются терминология и обозначения работы [3].

В ЯМСС целое число $A' \in D_n' = \left[-\frac{P^{(n)}}{2}, \frac{P^{(n)}}{2}\right)$ представляется ядерно-модулярным кодом числа $A = |A'|_{P^{(n)}} \in D_n = [0, \ P^{(n)})$, т. е. $A' \div (\alpha_{1,n-1}, \ldots, \alpha_{n-1,n-1}, \bar{\rho}_r(A))$, где $\bar{\rho}_n(A) = |\rho_n(A)|_{p_n}$, $\rho_n(A)$ — нормированное ядро числа $A \in D_n$ [4], определяемое соотношением

$$A = \sum_{i=1}^{n-1} P_{i,\,n-1} \cdot \alpha_{i,\,n-1} + \rho_n(A) \cdot P^{(n-1)}. \tag{1}$$

Из (1) можно получить [1, 4] следующие две формулы:

$$\rho_n(A) = \left| \alpha_{n,\,n} - \sum_{i=1}^{n-1} \frac{\alpha_{i,\,n-1}}{p_i} \right|_{p_n} \quad (2), \qquad \rho_n(A) = \bar{\rho}_n(A) - p_n \cdot \tau(A), \tag{3}$$

где $\tau(A)$ — поправка Амербаева, принимающая лишь два значения 0 или 1, если только $p_n \geqslant n-2$. Подставляя (3) в (1), находим

$$A = \sum_{i=1}^{n-1} P_{i,\,n-1} \cdot \alpha_{i,\,n-1} + \bar{\rho}_n(A) \cdot P^{(n-1)} - \tau(A) \cdot P^{(n)}. \tag{4}$$

Легко проверить, что для $A' \in D'_n$ справедливо представление

$$A' = \left| A + \frac{P^{(n)}}{2} \right|_{P^{(n)}} - \frac{P^{(n)}}{2}. \qquad (5)$$

Так как ядерно-модулярный код числа $\left| A + \frac{P^{(n)}}{2} \right|_{P^{(n)}}$ имеет вид $\left(\alpha_{1,\, n-1}, \ \ldots, \ \alpha_{n-1,\, n-1}, \ \left| \bar{\rho}_n(A) + \frac{p_n}{2} \right|_{p_n}\right)$ (см. формулу (2)), то из (4) и (5) получим

$$A' = \sum_{i=1}^{n-1} P_{i,\, n-1} \cdot \alpha_{i,\, n-1} + I_{n-1}(A') \cdot P^{(n-1)}, \qquad (6)$$

где

$$I_{n-1}(A') = \left| \bar{\rho}_n(A) + \frac{p_n}{2} \right|_{p_n} - \frac{p_n}{2} - p_n \cdot \tau\left(\left| A + \frac{P^{(n)}}{2} \right|_{P^{(n)}} \right). \qquad (7)$$

Соотношения (6) и (7) показывают, что любое число $A' \in D'_n$ сравнительно легко может быть преобразовано из ядерно-модулярного кода в код так называемых позиционно-модулярных систем счисления (ПМСС) (обобщенных систем остаточных классов [5]). Благодаря этому для умножения чисел в ЯМСС применимы методы, разработанные для ПМСС [5, 6].

Из формулы (7) и последующего изложения видно, что ключевую роль при реализации указанного подхода к выполнению рассматриваемых операций в ЯМСС играет устройство формирования позиционных характеристик ядерно-модулярного кода [1], которое по входному коду $(\alpha_{1,\, n-1}, \ \ldots, \ \alpha_{n-1,\, n-1}, \ \bar{\rho}_n(A))$ числа $A' \in D'_n$ определяет поправку $\tau(A)$ и знак числа A', определяемый как $S(A') = \left[\frac{2\,|A'|_{P^{(n)}}}{P^{(n)}} \right] = \left[\frac{2A}{P^{(n)}} \right]$.

Итак, пусть требуется перемножить два числа A' и B' из D_n, ядерно-модулярные коды которых суть $(\alpha_{1,\, n-1}, \ldots, \alpha_{n-1,\, n-1}, \ \bar{\rho}_n(A))$, и $(\beta_{1,\, n-1}, \ \ldots, \ \beta_{n-1,\, n-1}, \ \bar{\rho}_n(B))$ соответственно $(A = |A'|_{P^{(n)}}, \ B = |B'|_{P^{(n)}}$, а также сформировать признак переполнения

$$\Pi = \begin{cases} 0, & \text{если } C' \in D_n \\ 1, & \text{если } C' \notin D_n, \end{cases} \qquad (8)$$

где $C' = A' \cdot B'$.

Обозначим через $(\gamma_{1,\, n-1}, \ \ldots, \ \gamma_{n-1,\, n-1}, \ \bar{\rho}_n(C))$ ядерно-модулярный код числа $C = |C'|_{P^{(n)}}$. Очевидно, $\gamma_{i,\, n-1} = |P_{i,\, n-1} \cdot \alpha_{i,\, n-1} \cdot \beta_{i,\, n-1}|_{p_i}$ $(i = 1, 2, \ldots, n-1)$, а для нахождения $\bar{\rho}_n(C)$ достаточно воспользоваться формулой (4), что дает

$$\bar{\rho}_n(C) = \left| P^{(n)} \left(\sum_{j=1}^{n-1} \left| \frac{\alpha_{j,\, n-1}}{p_j} \right|_{p_n} + \bar{\rho}_n(A) \right) \cdot \left(\sum_{j=1}^{n-1} \left| \frac{\beta_{j,\, n-1}}{p_j} \right|_{p_n} + \bar{\rho}_n(B) - \right.\right.$$

$$\left.\left. - \sum_{j=1}^{n-1} \left| \frac{\gamma_{j,\, n-1}}{p_j} \right|_{p_n} \right|_{p_n}. \qquad (9)$$

При отсутствии переполнения код $(\gamma_{1,n-1}, \ \ldots, \ \gamma_{n-1,n-1}, \ \bar{\rho}(C))$, определяемый полученными соотношениями, является искомым.

Перейдем к вопросу формирования признака мультипликативного переполнения. Представим C' в виде

$$C' = \sum_{i=1}^{n-1} P_{i,\, n-1} \cdot \gamma_{i,\, n-1} + \bar{\rho}_n(C) \cdot P^{(n-1)} + G_n(C') \cdot P^{(n)}, \qquad (10)$$

где $G_n(C)$ — некоторое целое число, называемое ядерным интервальным индексом числа C'. Вычитая и добавляя в правой части (10) величину $\tau(C\cdot P^{(n)})$, в соответствии с формулой (4), будем иметь $C'=C+$ $+(\tau(C)+G_n(C'))\cdot P^{(n)}$. Разделив последнее соотношение на $P^{(n)}/2$ и взяв затем от обеих частей антье, получим

$$M_{C'}=\left[\frac{2C'}{P_{(n)}}\right]=S(C')+2(\tau(C)+G_n(C')), \tag{11}$$

где $S(C')=\left[\frac{2C}{P^{(n)}}\right]$ — знак числа C'. Очевидно, (9) эквивалентно соотношению $\Pi=\begin{cases}0, \text{ если } M_{C'}=-1 \text{ или } M_{C'}=0\\ 1, \text{ если } M_{C'}\neq-1 \text{ и } M_{C'}\neq 0.\end{cases}$ Следовательно, задача формирования признака мультипликативного переполнения свелась фактически к вычислению величины $M_{C'}$. Представляя число C' в виде

$$C'=\sum_{i=1}^{n=1}P_{i,\,n-1}\cdot\gamma_{i,\,n-1}+I_{n-1}(C')\cdot P^{n-1}, \tag{12}$$

где $I_{n-1}(C')$ — некоторое целое число, называемое ранговым интервальным индексом числа C', и, сравнивая (12) с (10), заключаем, что $I_{n-1}(C')=\bar{\rho}_n(C)+p_n\cdot G_n(C')$. Находя отсюда $G_n(C')$ и подставляя в (11), получаем

$$M_{C'}=S(C')+2\left(\tau(C')+\frac{1}{p_n}(I_{n-1}(C')-\bar{\rho}_n(C))\right). \tag{13}$$

Для вычисления $I_{n-1}(C')$ достаточно представить исходные операнды A' и B' в виде (6), предварительно определив их ранговые интервальные индексы $I_{n-1}(A')$ и $I_{n-1}(B')$ по формуле (7) и применить затем формулы, разработанные для ПМСС [5, 6].

С целью выбора оснований модулярной системы счисления (МСС), необходимой для реализации (13), оценим величину $M_{C'}$. Из (11) имеем $-P^{(n)}/2<M_{C'}\leqslant P^{(n)}/2$. Следовательно, мощность диапазона искомой МСС должна быть больше, чем $P^{(n)}$. В качестве модулей этой системы выберем $p_1, p_2, \ldots, p_{n-1}, p_{n+1}$, где $p_{n+1}>p_n$ и $(p_{n+1}, p_i)=1$ $(i=1, 2, \ldots$ $\ldots, n-1)$. Используя (13) и соотношения для $I_{n-1}(C')$, приводимые в (5), (6), запишем расчетные соотношения для модулярного кода числа $M_{C'}$ в следующем окончательном виде:

$$\mu_{i,\,n-1}=|M_{C'}\cdot P_{i,\,n-1}^{-1}|_{p_i}=\Bigg|2\Bigg(P_{i,\,n-1}\cdot\alpha_{i,\,n-1}\Bigg(\sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{n-1}\Bigg|P_{i,\,n}^{-1}\frac{\beta_{j,\,n-1}}{p_j}\Bigg|_{p_i}+\Bigg|P_{i,\,n}^{-1}\Bigg(\Bigg|\bar{\rho}_n(B)+$$

$$+\frac{p_n}{2}\Bigg|_{p_n}-\frac{p_n}{2}\Bigg)\Bigg|_{p_i}\Bigg)+P_{i,\,n-1}\cdot\beta_{i,\,n-1}\Bigg(\sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{n-1}\Bigg|P_{i,\,n}^{-1}\frac{\alpha_{j,\,n-1}}{p_j}\Bigg|_{p_i}+\Bigg|P_{i,\,n}^{-1}\Bigg(\Bigg|\bar{\rho}_n(A)+\frac{p_n}{2}\Bigg|_{p_n}-$$

$$-\frac{p_n}{2}\Bigg)\Bigg|_{p_i}\Bigg)-\sum_{\substack{j=1\\ j\neq i}}^{n-1}\Bigg|P_{i,\,n}^{-1}\frac{\gamma_{j,\,n-1}}{p_j}\Bigg|_{p_i}+\Bigg|P_{j,\,n}^{-1}\Bigg[\frac{P_{i,\,n-1}\cdot\alpha_{i,\,n-1}\cdot\beta_{i,\,n-1}}{P_i}\Bigg]\Bigg|_{p_i}-$$

$$-|P_{i,\,n}^{-1}\cdot\bar{\rho}_n(C)|_{p_i}-\alpha_{i,\,n-1}\tau\Bigg(\Bigg|B+\frac{P^{(n)}}{2}\Bigg|_{P^{(n)}}\Bigg)-\beta_{i,\,n-1}\cdot\tau\Bigg(\Bigg|A+\frac{P^{(n)}}{2}\Bigg|_{P^{(n)}}\Bigg)+$$

$$+|P_{i,\,n}^{-1}\cdot\tau(C)|_{p_i}\Bigg)+|P_{i,\,n}^{-1}\cdot S(C')|_{p_i}\Bigg|_{p_i},\quad i=1, 2, \ldots, n-1. \tag{14}$$

$$\mu_{n+1}=|M_{C'}|_{p_{n+1}}=\Bigg|2\Bigg(P^{(n)}\Bigg(\sum_{j=1}^{n-1}\Bigg|\frac{\alpha_{j,\,n-1}}{p_jp_n}\Bigg|_{p_{n+1}}+\Bigg|\frac{1}{p_n}\Bigg(\Bigg|\bar{\rho}_n(A)+\frac{p_n}{2}\Bigg|_{p_n}-\frac{p_n}{2}\Bigg|_{p_{n+1}}-$$

$$-\tau\Bigg(\Bigg|A+\frac{P^n}{2}\Bigg|_{P^{(n)}}\Bigg)\Bigg(\sum_{j=1}^{n-1}\Bigg|\frac{\beta_{j,\,n-1}}{p_jp_n}\Bigg|_{p_{n+1}}+\Bigg|\frac{1}{p_n}\Bigg(\Bigg|\bar{\rho}_n(B)+\frac{p_n}{2}\Bigg|_{p_n}-\frac{p_n}{2}\Bigg)\Bigg|_{p_{n+1}}-$$

$$-\tau\Bigg(\Bigg|B+\frac{P^{(n)}}{2}\Bigg|_{P^{(n)}}\Bigg)\Bigg)-\sum_{j=1}^{n}\Bigg|\frac{\gamma_{j,\,n-1}}{p_jp_n}\Bigg|_{p_{n+1}}-\Bigg|\frac{\bar{\rho}_nC}{p_n}\Bigg|_{p_{n+1}}+\tau(C)\Bigg)+S(C')\Bigg|_{p_{n+1}}, \tag{15}$$

где $\bar{\rho}_n(C)$ вычисляется по формуле (9).

В заключение остановимся кратко на операции умножения в ЯМСС двух дробей $\frac{2A'}{P^{(n)}}$ и $\frac{2B'}{P^{(n)}}$, где A' и B' из D'_n. Эта операция состоит в округлении произведения $\frac{2A}{P^{(n)}} \cdot \frac{2B}{P^{(n)}}$, например, до величины $\frac{2}{P^n} \times \left[\frac{2C'}{P^n}\right]$, где $C' = A' \cdot B'$. Так как $\left[\frac{2C'}{P^{(n)}}\right] = M_{C'}$ (см. формулу (11)), то задача сводится к вычислению ядерно-модулярного кода $\mu_{1,n-1}, \ldots, \mu_{n-1,n-1}, \bar{\rho}_n(M_{C'})$ числа $M_{C'}$. Первые n-1 цифр этого кода определяются по формуле (14), а для вычисления $\bar{\rho}_n(M_{C'})$ можно воспользоваться следующим соотношением: $\rho_n(M_{C'}) = \left|\left|\frac{\mu_{n+1}}{P_{n-1}} - \sum_{i=1}^{n-1} \frac{\mu_{i,n-1}}{p_i}\right|_{p_{n+1}}\right|_{p_n}$, где μ_{n+1} — вычет, определяемый по формуле (15), при этом модуль должен удовлетворять условию $p_{n+1} \geqslant p_n + n - 2$ [3].

Проверка показывает, что в рамках предлагаемых методов при соответствующей структуре арифметического устройства [7] умножение двух целых чисел вместе с анализом на переполнение может быть выполнено за $7+]\log_2 n[$ модульных операций, а умножение двух дробей — за $9+2]\log_2 n[$ модульных операций.

ЛИТЕРАТУРА

1. Коляда А. А. Алгоритмы формирования позиционных характеристик ядерно-модулярного кода: Математическое обеспечение АСПР.— Минск, 1981.
2. Амербаев В. М. Теоретические основы машинной арифметики.— Алма-Ата, 1976.
3. Коляда А. А., Кравцов В. К., Смирнов Н. А.— Автоматика и вычислительная техника, 1981, № 3.
4. Коляда А. А.— Кибернетика, 1981, № 3.
5. Коляда А. А.— Вестн. Белорусского ун-та. Сер. 1, физ., мат. и мех., 1981, № 1, с. 6.
6. Коляда А. А.— Вестн. Белорусского ун-та. Сер. 1, мат., физ., мех., 1976, № 3, с. 3.
7. Коляда А. А.— Вестн. Белорусского ун-та. Сер. 1, 1981, № 1, с. 19.

Поступила в редакцию 13.04.81.

НИИ ПФП

УДК 01.04 : 621.378

С. А. ЗЕНЧЕНКО

ЛАЗЕР НА АЛЮМО-ИТТРИЕВОМ ГРАНАТЕ С НЕОДИМОМ С ПОЛЯРИЗОВАННЫМ ВЫХОДОМ

Модуляция лазерного излучения наиболее эффективно осуществляется с помощью внутрирезонаторных устройств, которые требуют в основном линейной поляризации излучения. Наведенное двулучепреломление в кристаллах активных элементов, вызываемое термическими напряжениями, приводит к сильному уменьшению выходной мощности лазеров при использовании внутрирезонаторных поляризаторов [1—3]. При больших уровнях накачки активного элемента мощность поляризованного излучения на выходе лазера составляет 20—30 % мощности неполяризованного излучения [2, 3]. Предложены различные схемы компенсации наведенного двулучепреломления, связанные с применением дополнительных пассивных и активных элементов [4—6] или специальных внутрирезонаторных элементов [7]. Однако в указанных работах не приводятся данные по степени поляризации выходного излучения и зависимости выходной мощности поляризованного излучения от накачки.

Целью настоящей работы было исследование энергетических и поляризационных характеристик АИГ: Nd лазера непрерывного действия с