

ВНУТРЕННИЙ ЯЗЫК СИСТЕМ ПЕРЕРАБОТКИ ДИСКРЕТНОЙ ИНФОРМАЦИИ, ПОСТРОЕННЫХ НА БАЗЕ МНОГОПРОЦЕССОРНЫХ ГРАФОВЫХ АВТОМАТОВ

Данная работа является продолжением работы [1] и посвящена исследованию языка логики семантических сетей, который рассматривается нами как основа внутреннего языка ОВСПСС. В качестве способа представления данных (способа представления семантических сетей) в памяти ОВСПСС предложен графовый код [2—5]. Семантические сети, представленные в графовом коде, названы ГК-графами. Язык логики семантических сетей представляет собой способ введения логических связей и кванторов в семантическую сеть [6] или, иными словами, способ записи логических формул в виде семантических сетей. Способ записи формул языка исчисления предикатов в памяти ОВСПСС, т. е. в виде ГК-графов, назовем языком исчисления ГК-графов (ЯИГК).

Язык исчисления ГК-графов рассмотрим как способ сведения логических связей и кванторов к метаязыку. Введем модифицированный язык исчисления предикатов (МЯИП), являющийся некоторым расширением классического языка исчисления предикатов и отличающийся от последнего следующим:

1) в алфавит символов МЯИП вводятся символы вхождения предикатов в конкретные атомарные формулы P_i^j , где P_i — предикатный символ; j — внутрискобочная часть атомарной формулы;

2) компонентами атомарных формул МЯИП могут быть не только предметные и предикатные символы, но и символы вхождения предикатов;

3) некоторые группы компонентов атомарных формул могут заключаться в круглые скобки, что будет означать отсутствие упорядоченности между элементами этой группы.

Указанное расширение классического языка исчисления предикатов предпринято для того, чтобы иметь возможность описывать не только алгебраические модели, но и некоторое их обобщение, названное нами квазиграфами [3].

Утверждение 1. Любая формула МЯИП представима в виде конъюнкции атомарных формул МЯИП.

Доказательство проведем путем рассмотрения способа преобразования произвольной формулы МЯИП в конъюнкцию его атомарных формул. Основная сложность при этом заключается в выборе удобных метаязыковых предикатов, к которым должны сводиться логические связи и кванторы.

Разложим произвольную формулу МЯИП (Φ_i) на простые множители [7]:

$$\Phi_i = \Phi_{i11} \wedge \dots \wedge \Phi_{i1k} \wedge \Phi_{i21} \wedge \dots \wedge \Phi_{i2l} \wedge \Phi_{i31} \wedge \dots \wedge \Phi_{i3m} \wedge \Phi_{i41} \wedge \dots \wedge \Phi_{i4n} \wedge \Phi_{i51} \wedge \dots \wedge \Phi_{i5p},$$

где Φ_{i1j} — атомарные формулы; Φ_{i2j} — V-формулы или $\exists V$ -формулы; Φ_{i3j} — $\exists$ -формулы, кроме $\exists V$ -формул; Φ_{i4j} — $\neg$ -формулы; Φ_{i5j} — V-формулы или $\rightarrow$ -формулы.

Формуле Φ_i поставим в соответствие атомарную формулу Φ'_i с метаязыковым предикатом P_Φ , которая отражает структуру разложения формулы Φ_i на простые множители: $\Phi'_i = P_\Phi(x_{\Phi 1}, x_{\Phi 2}, x_{\Phi 3}, x_{\Phi 4}, x_{\Phi 5})$. Компоненты этой атомарной формулы имеют следующий смысл.

Первый компонент ($x_{\Phi 1}$) — знак конъюнкции всех атомарных формул, являющихся членами разложения преобразуемой формулы Φ_i на простые множители. Первый компонент связывается с обозначаемой им

конъюнкцией атомарных формул при помощи бинарного предиката $P_\exists$ (множество-элемент): $P_\exists(x_{\Phi_1}, \Phi_{i11}, \dots, \Phi_{i1h})$. Это выражение представляет собой сокращенную запись множества атомарных формул с предикатом $P_\exists$, связывающих x_{Φ_1} с вхождениями предикатов и компонентами атомарных формул $\Phi_{i11} \div \Phi_{i1h}$. Семантически x_{Φ_1} можно интерпретировать как знак множества фиксированных в рамках Φ_i предметных переменных и переменных вхождений предикатов. Если Φ_i является теорией, то в x_{Φ_1} включаются все предметные и предикатные константы. Атомарные формулы с метапредикатом P_Φ , имеющие только один первый компонент, будем называть вырожденными P_Φ -формулами.

$\vee$ — формулы (Φ_{i2j}) разложения формулы Φ_i на простые множители представим в виде $\Phi_{i2j} = \Phi_{i2j1} \vee \dots \vee \Phi_{i2jn}$, где $\Phi_{i2j1} \div \Phi_{i2jn}$ не являются $\vee$ -формулами. Каждой формуле Φ_{i2j} поставим в соответствие атомарную формулу с симметричным метапредикатом $P_\vee$. Компонентами такой атомарной $P_\vee$ -формулы являются вхождения предикатов в P_Φ -формулы, соответствующие формулам $\Phi_{i2j1} \div \Phi_{i2jn}$. Второй компонент (x_{Φ_2}) P_Φ -формулы Φ_i есть знак множества вхождений предикатов в атомарные $P_\vee$ -формулы, соответствующие всем $\vee$ -формулам (Φ_{i2j}) , являющимися простыми множителями формулы Φ_i . Предметный символ x_{Φ_2} связывается с элементами обозначаемого им множества атомарными формулами с предикатом $P_\exists$.

Если формула Φ_{i2j} является $\exists \vee$ -формулой $\Phi_{i2j} = \exists x_1 \dots x_n (\Phi_{i2j1} \vee \dots \vee \Phi_{i2jn})$, то формуле Φ_{i2j} также ставится в соответствие атомарная формула с метапредикатом $P_\vee$, компонентами которой являются вхождения предикатов в P_Φ -формулы, соответствующие формулам $\Phi_{i2j1} \div \Phi_{i2jn}$. При этом вхождение предиката в указанную $P_\vee$ -формулу также включается во множество x_{Φ_2} .

$\exists$ -формулы (Φ_{i3j}) разложения формулы Φ_i на простые множители имеют вид $\Phi_{i3j} = \exists x_1 \dots x_n \Phi_{i3j}$, где Φ_{i3j} не является $\exists$ -формулой. Третий компонент (x_{Φ_3}) атомарной P_Φ -формулы Φ_i есть знак множества вхождений предикатов в $P_\exists$ -формулы, соответствующие формулам Φ_{i3j} . Предметный символ x_{Φ_3} связывается $P_\exists$ -формулами со всеми элементами обозначаемого им множества.

$\neg$ — формулы (Φ_{i4j}) разложения формулы Φ_i на простые множители имеют вид $\Phi_{i4j} = \neg \Phi_{i4j}$ или $\Phi_{i4j} = \neg \exists x_1 \dots x_n \Phi_{i4j}$, где Φ_{i4j} и Φ_{i4j} не являются $\exists$ -формулами. Четвертый компонент атомарной P_Φ -формулы Φ_i есть знак множества вхождений предикатов в P_Φ -формулы, соответствующие формулам Φ_{i4j} или Φ_{i4j} . Предметный символ x_{Φ_4} связывается $P_\exists$ -формулами со всеми элементами обозначаемого им множества.

$\forall$ -формулы (Φ_{i5j}) разложения формулы Φ_i на простые множители представим в виде: $\Phi_{i5j} = \forall x_1 \dots x_n (\Phi_{i5j1}(x_1, \dots, x_n) \rightarrow \exists y_1 \dots y_m \Phi_{i5j2}(x_1, \dots, x_n, y_1, \dots, y_m))$, где Φ_{i5j2} не является $\exists$ -формулой и импликацией формул, а Φ_{i5j1} не является $\forall$ -формулой и импликацией формул [8, 9]. Каждой формуле Φ_{i5j1} поставим в соответствие атомарную формулу с бинарным асимметричным метапредикатом $P_{\rightarrow}$. Первым компонентом такой атомарной $P_{\rightarrow}$ -формулы является вхождение предиката в P_Φ -формулу, соответствующую формуле Φ_{i5j1} . Вторым компонентом этой $P_{\rightarrow}$ -формулы является вхождение предиката в P_Φ -формулу, соответствующую формуле Φ_{i5j2} . Пятый компонент (x_{Φ_5}) атомарной P_Φ -формулы Φ_i задается как знак множества вхождений предикатов в атомарные $P_{\rightarrow}$ — формулы, соответствующие всем $\forall$ -формулам (Φ_{i5j}) , являющимися простыми множителями формулы Φ_i . Предметный символ x_{Φ_5} связывается с элементами обозначаемого им множества атомарными формулами с предикатом $P_\exists$.

Для МЯИП справедливо

Утверждение 2. Любой квазиграф может быть закодирован конъюнкцией атомарных формул МЯИП [3]. При этом вершины квазиграфа соответствуют предметным символам, метки связок квазиграфа — пре-

дикатным символам, связи квазиграфа — символам вхождений предикатов в атомарные формулы.

Для графового кода справедливо

Утверждение 3. Любая семантическая сеть (в общем случае представляющая собой квазиграф) может быть преобразована в семантическую сеть, являющуюся текстом графового кода [3].

Из утверждений 1—3 следует

Утверждение 4. Любая формула МЯИП представима в виде эквивалентного ГК-графа.

В работах [10, 11] нами рассмотрено использование языка исчисления ГК-графов в качестве языка записи математических текстов.

Сравнительный анализ языка исчисления ГК-графов показывает его эффективность, обусловленную, во-первых, близостью его текстов к семантическому описанию предметных областей (например, к семантическому представлению математических текстов) и, во-вторых, развитостью средств самоописания, которые выражаются, в частности, в том, что формула языка исчисления ГК-графов представляет собой некоторую систему четырех метаотношений ($P_\exists$, P_Φ , $P_\vee$, $P_\rightarrow$), заданную на некотором множестве других формул этого языка.

Проиллюстрируем предложенный способ записи логических формул на ряде простых примеров.

Пример 1. Точка A инцидентна прямой B . $P_{\text{тчк}}(x_A) \wedge P_{\text{прям}}(x_B) \wedge P_{\text{инц}}(x_A, x_B)$. В результате введения метапредикатов получим $P_\Phi(x_{\text{Г.БЗ}}) \wedge P_\exists(x_{\text{Г.БЗ}}, P_{\text{тчк}}, P_{\text{прям}}, P_{\text{инц}}, P_{\text{тчк}}(x_A), P_{\text{прям}}(x_B), P_{\text{инц}}(x_A, x_B))$. В результате сведения предикатов к предикату $P_\exists$ получим

$$P_\exists(P_\Phi, P_\Phi^{x_{\text{Г.БЗ}}}) \wedge P_\exists(P_\Phi^{x_{\text{Г.БЗ}}}, P_\exists^{M_{\text{БЗ}}, x_{\text{Г.БЗ}}}) \wedge P_\exists(M_{\text{БЗ}}, x_{\text{Г.БЗ}}) \wedge P_\exists(x_{\text{Г.БЗ}}, P_{\text{тчк}}, P_{\text{прям}}, P_{\text{инц}}, P_\exists(P_{\text{тчк}}, x_A), P_\exists(P_{\text{прям}}, x_B), P_\exists(P_{\text{инц}}, P_{\text{инц}}^{x_A, x_B}), P_\exists(P_{\text{инц}}^{x_A, x_B}, x_A, x_B)).$$

Примечание 1. В последней формуле все предикатные символы (кроме $P_\exists$) и все символы вхождений предикатов (кроме $P_\exists^i$) интерпретируются как предметные символы.

Примечание 2. $M_{\text{БЗ}}$ — знак множества первых компонентов всевозможных P_Φ -формул.

Пример 2. Существует тройка точек, инцидентных некоторой прямой.

$$\exists x_{\text{т1}}, x_{\text{т2}}, x_{\text{т3}}, x_{\text{п1}} (P_{\text{тчк}}(x_{\text{т1}}) \wedge P_{\text{тчк}}(x_{\text{т2}}) \wedge P_{\text{тчк}}(x_{\text{т3}}) \wedge P_{\text{прям}}(x_{\text{п1}}) \wedge P_{\text{инц}}(x_{\text{т1}}, x_{\text{п1}}) \wedge P_{\text{инц}}(x_{\text{т2}}, x_{\text{п1}}) \wedge P_{\text{инц}}(x_{\text{т3}}, x_{\text{п1}})).$$

После сведения квантора существования к метапредикатам получим

$$P_\Phi(x_{\text{Г.БЗ}}, x_{\text{Г.Э}}) \wedge P_\exists(x_{\text{Г.БЗ}}, P_{\text{тчк}}, P_{\text{прям}}, P_{\text{инц}}) \wedge P_\exists(x_{\text{Г.Э}}, P_\Phi^{x_{\text{Г.Э1.БЗ}}}) \wedge P_\Phi(x_{\text{Г.Э1.БЗ}}) \wedge P_\exists(x_{\text{Г.Э1.БЗ}}, P_{\text{тчк}}(x_{\text{т1}}), P_{\text{тчк}}(x_{\text{т2}}), P_{\text{тчк}}(x_{\text{т3}}), P_{\text{прям}}(x_{\text{п1}}), P_{\text{инц}}(x_{\text{т1}}, x_{\text{п1}}), P_{\text{инц}}(x_{\text{т2}}, x_{\text{п1}}), P_{\text{инц}}(x_{\text{т3}}, x_{\text{п1}})).$$

После сведения всех предикатов к предикату $P_\exists$ получим

$$P_\exists(P_\Phi, P_\Phi^{x_{\text{Г.БЗ}}, x_{\text{Г.Э}}}) \wedge P_\exists(P_\Phi^{x_{\text{Г.БЗ}}, x_{\text{Г.Э}}}, P_\exists^{M_{\text{БЗ}}, x_{\text{Г.БЗ}}}, P_\exists^{M_{\text{Э}}, x_{\text{Г.Э}}}) \wedge P_\exists(M_{\text{БЗ}}, x_{\text{Г.БЗ}}) \wedge P_\exists(x_{\text{Г.БЗ}}, P_{\text{тчк}}, P_{\text{прям}}, P_{\text{инц}}) \wedge P_\exists(M_{\text{Э}}, x_{\text{Г.Э}}) \wedge P_\exists(x_{\text{Г.Э}}, P_\Phi^{x_{\text{Г.Э1.БЗ}}}) \wedge P_\exists(P_\Phi, P_\Phi^{x_{\text{Г.Э1.БЗ}}}) \wedge P_\exists(P_\Phi^{x_{\text{Г.Э1.БЗ}}}, P_\exists^{M_{\text{БЗ}}, x_{\text{Г.Э1.БЗ}}}) \wedge P_\exists(M_{\text{БЗ}}, x_{\text{Г.Э1.БЗ}}) \wedge P_\exists(x_{\text{Г.Э1.БЗ}}, P_\exists(P_{\text{тчк}}, x_{\text{т1}}), P_\exists(P_{\text{тчк}}, x_{\text{т2}}), P_\exists(P_{\text{тчк}}, x_{\text{т3}}), P_\exists(P_{\text{прям}}, x_{\text{п1}}), P_\exists(P_{\text{инц}}, (P_{\text{инц}}^{x_{\text{т1}}, x_{\text{п1}}}) \wedge P_\exists(P_{\text{инц}}^{x_{\text{т1}}, x_{\text{п1}}}, x_{\text{т1}}, x_{\text{п1}}) \wedge P_\exists(P_{\text{инц}}, P_{\text{инц}}^{x_{\text{т2}}, x_{\text{п1}}}) \wedge P_\exists(P_{\text{инц}}^{x_{\text{т2}}, x_{\text{п1}}}, x_{\text{т2}}, x_{\text{п1}}) \wedge P_\exists(P_{\text{инц}}, P_{\text{инц}}^{x_{\text{т3}}, x_{\text{п1}}}) \wedge P_\exists(P_{\text{инц}}^{x_{\text{т3}}, x_{\text{п1}}}, x_{\text{т3}}, x_{\text{п1}})).$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Голенков В. В.— Вестн. Белорусского ун-та. Сер. 1, физ., мат. и мех., 1983, № 1, с. 29.
2. Голенков В. В., Сидоренко В. П. Графовый код ГК1: принципы построения.— Рукопись деп. в ВИНТИ, № 3033-80. Деп. от 14.07.80.
3. Голенков В. В. Графовая модель баз данных.— Рукопись деп. в ВИНТИ, № 3697-81. Деп. от 23.07.81.
4. Голенков В. В. Язык семантических сетей.— Рукопись деп. в ВИНТИ, № 3216-81. Деп. от 01.07.81.
5. Семантический код в линейном и нелинейном представлении.— Минск, 1980, с. 40.
6. Кибернетический сборник, новая серия.— М., 1979, вып. 16, с. 171.
7. Новиков П. С. Элементы математической логики, 2-е изд.— М., 1973.
8. Гильберт Д., Бернайс П. Основания математики: Логические исчисления и формализация арифметики.— М., 1979.
9. Мальцев А. И. Алгебраические системы.— М., 1970.
10. Голенков В. В., Астрейко А. П. Представление математических текстов в виде графовых грамматик, ч. 1.— Рукопись деп. в ВИНТИ, № 3032-80. Деп. от 14.07.80.
11. Голенков В. В., Астрейко А. П. Представление математических текстов в виде графовых грамматик, ч. 2.— Рукопись деп. в ВИНТИ, № 3032-80. Деп. от 14.07.80.

Поступила в редакцию
24.03.81.

Кафедра ЭММ

УДК 681.142.01

А. А. КОЛЯДА

УМНОЖЕНИЕ ЧИСЕЛ РАЗНЫХ ЗНАКОВ В ЯДЕРНО-МОДУЛЯРНОМ КОДЕ

С целью упрощения модулярной арифметики в [1] введены ядерно-модулярные системы счисления (ЯМСС), представляющие собой некоторую модификацию нормированных систем в остатках [2]. Отличительной особенностью ЯМСС является простота выполнения немодульных операций таких, как определение знака числа, вычисление основной позиционной характеристики ядерно-модульного кода (поправки Амербаева), формирование признака переполнения и др. [1, 3].

Настоящая работа посвящена операциям умножения чисел разных знаков (целых чисел и дробей), представленных в ЯМСС, и формирования признака мультипликативного переполнения. Предлагаемые методы выполнения указанных операций основаны на подходе, применяемом в [3], где рассмотрен случай неотрицательных операндов.

Ниже используются терминология и обозначения работы [3].

В ЯМСС целое число $A' \in D_n^* = \left[-\frac{P^{(n)}}{2}, \frac{P^{(n)}}{2} \right)$ представляется ядерно-модулярным кодом числа $A = |A'|_{P^{(n)}} \in D_n = [0, P^{(n)})$, т. е. $A' \div \div (\alpha_{1,n-1}, \dots, \alpha_{n-1,n-1}, \bar{\rho}_r(A))$, где $\bar{\rho}_n(A) = |\rho_n(A)|_{P^n}$, $\rho_n(A)$ — нормированное ядро числа $A \in D_n$ [4], определяемое соотношением

$$A = \sum_{i=1}^{n-1} P_{i,n-1} \cdot \alpha_{i,n-1} + \rho_n(A) \cdot P^{(n-1)}. \quad (1)$$

Из (1) можно получить [1, 4] следующие две формулы:

$$\rho_n(A) = \left| \alpha_{n,n} - \sum_{i=1}^{n-1} \frac{\alpha_{i,n-1}}{P_i} \right|_{P_n} \quad (2), \quad \rho_n(A) = \bar{\rho}_n(A) - p_n \cdot \tau(A), \quad (3)$$

где $\tau(A)$ — поправка Амербаева, принимающая лишь два значения 0 или 1, если только $p_n \geq n-2$. Подставляя (3) в (1), находим

$$A = \sum_{i=1}^{n-1} P_{i,n-1} \cdot \alpha_{i,n-1} + \bar{\rho}_n(A) \cdot P^{(n-1)} - \tau(A) \cdot P^{(n)}. \quad (4)$$