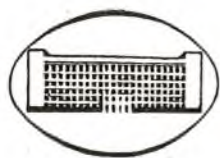


ISSN 0321-0367



ВЕСТНИК

Белорусского государственного
университета имени В. И. Ленина

СЕРИЯ I

ФИЗИКА

МАТЕМАТИКА

МЕХАНИКА

1
—
1983

СОДЕРЖАНИЕ

ФИЗИКА

Макаров А. П. Теорема отсчетов для интегрального преобразования Рэлея	3
Николаеня А. З., Буйко Л. Д., Шулаков В. А., Руденкова В. А. Исследование температурных полей полупроводниковых приборов методом голографической интерферометрии	6
Бобрович В. П., Григорьева В. И., Подгорная Л. М., Саржевский А. М., Сениук М. А., Сицко Г. Н., Снагощенко Л. П. Поляризационные спектры флуоресценции оксазолных производных стильбена	10
Ханох Б. Ю. Оптические свойства тетраэдрического зеркального отражателя с одной цилиндрической отражающей поверхностью	13
Красноголовый Б. Н. Синтез управляющих сигналов для электромагнитных разверток	18
Личко Г. П. Об уменьшении угловых дискретов восстановления диаграмм направленности антенн по измерениям в ближней зоне	21
Лугаков П. Ф., Лукашевич Т. А., Филиппов И. М., Шуша В. В. Области скопления дефектов и их параметры в кремнии, облученном электронами различных энергий	24
Голенков В. В. Архитектура систем переработки дискретной информации, построенных на базе многопроцессорных графовых автоматов	29

МАТЕМАТИКА И МЕХАНИКА

Калитин Б. С. К устойчивости существенно нелинейных систем	33
Кирилица В. П. Об одной задаче стохастического программирования с линейными решающими правилами	35
Дробушевич Г. А., Комаровский И. В. Об одной модели задачи совместной обработки файлов	37
Гляков П. В. Алгоритм задачи о разбиении и его исследование на ЭВМ	40
Булгаков Н. Г. К теории второго метода Ляпунова для систем с дискретным временем	45
Данг Динь Тяу. Исследование сильной неустойчивости нулевого решения бесконечных систем дифференциальных уравнений с помощью обобщенных характеристических d -чисел	48

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

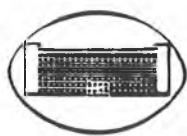
Гурачевский В. Л., Цыбулька А. Г. Простой точечный дисплей для спектротрических экспериментов на линии с мини-ЭВМ	52
Изох В. В., Курило В. С., Телегин В. Д. Измерение волновой матрицы перехода	53
Граков В. Е., Майга А. С. Влияние продольного магнитного поля на эрозию электродов в электрической вакуумной дуге	54
Калитин Б. С. Стабилизация без скольжения линейных систем с переменной структурой	56
Корзун Н. И. О некоторых одношаговых нелинейных устойчивых методах третьего порядка точности численного интегрирования дифференциальных уравнений	57
Кастрица О. А. Об экстремальных отклонениях решений при ограниченных возмущениях линейной системы	58
Шишкин Н. Я., Жарский И. М., Гоголинский В. И., Зятьков И. П. Структура и колебательные характеристики диоксидибромидов молибдена и вольфрама	60
Барышевский В. Г., Кутень С. А., Рапопорт В. И. Квадрупольный момент мюония и сверхтонкая структура уровней мюония в кристаллах	64
Петряев А. Е. О математических моделях в проектировании систем «антенна — обтекатель»	65
Жизнь для науки (К 80-летию со дня рождения Антона Никифоровича Севченко)	67

РЕЦЕНЗИИ

Исаченко А. Н. В. А. Емеличев, М. М. Ковалев, М. К. Кравцов. Многогранники, графы, оптимизация (комбинаторная теория многогранников)	70
Аннотации депонированных статей	71

НАШИ ЮБИЛЯРЫ

Анатолий Иванович Комяк (К 50-летию со дня рождения)	76
--	----



ВЕСТНИК

*Белорусского государственного
университета имени В. И. Ленина*

НАУЧНО-ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

Издается с 1969 года
один раз в четыре месяца

СЕРИЯ I

ФИЗИКА

МАТЕМАТИКА

МЕХАНИКА

№ 1
ЯНВАРЬ

Главная редакционная коллегия журнала:

М. Д. ТИВО (*главный редактор*),
П. Н. БАРАНОВСКИЙ (*ответственный секретарь*), В. С. ГРИ-
ГОРЬЕВ, И. И. ЖБАНКОВА, В. Г. ИВАШИН, В. Г. РУДЬ
(*зам. главного редактора*), А. М. САРЖЕВСКИЙ, А. Е. СУП-
РУН, И. Г. ТИЩЕНКО

Редакционная коллегия серии:

А. М. САРЖЕВСКИЙ (*ответственный редактор*),
Ю. С. БОГДАНОВ (*зам. ответственного редактора*), В. И. БЕ-
ДЕРНИКОВ, Е. С. ВОРОПАЙ, Э. И. ЗВЕРОВИЧ, Е. И. ИВА-
НОВ, Л. И. КОМАРОВ, А. И. КОМЯК, Н. А. ЛЕПЕШИН-
СКИЙ, И. А. ПРУСОВ, В. Ф. СТЕЛЬМАХ, Б. Ю. ХАНОХ
(*ответственный секретарь*), А. Ф. ЧЕРНЯВСКИЙ, С. С. ШУШ-
КЕВИЧ

ВЕСТНИК БЕЛОРУССКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА
имени В. И. ЛЕНИНА

Серия 1, физ., мат. и мех., 1983, № 1

Редактор *И. П. Стрельченя*
Младший редактор *Г. М. Добыш*
Технический редактор и корректор *Г. И. Хмарун*
Художественный редактор *С. В. Баленок*

Сдано в набор 06.12.82. Подписано в печать 24.01.83. АТ 16511. Формат
70×108^{1/16}. Высокая печать. Усл. печ. л. 7,0. Уч.-изд. л. 6,86. Тираж
950 экз. Заказ 1243.

Издательство Белорусского государственного университета имени
В. И. Ленина, 220048, Минск, проспект Машерова, 11.
Адрес редакции: 220080, Минск, Университетский городок, телефон
20-65-42.

Ордена Трудового Красного Знамени типография издательства ЦК КП
Белоруссии, 220041. Минск, Ленинский пр., 79.

УДК 535.421

А. П. МАКАРОВ

ТЕОРЕМА ОТСЧЕТОВ ДЛЯ ИНТЕГРАЛЬНОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ РЭЛЕЯ

В работах [1—3] подробно обсуждаются свойства интегральных преобразований, наиболее употребительных в скалярной теории дифракции, и формулируются теоремы отсчетов, в которых функции отсчетов определяются видом ядер интегральных преобразований. Однако для преобразования Рэлея не приводятся конкретных выражений функций отсчетов. В предлагаемой статье дан вывод теоремы отсчетов на основании свойств ядра интегрального преобразования Рэлея, находится вид функций отсчетов и кратко обсуждаются условия применимости полученных выражений.

Теорема отсчетов для плоскопараллельного поля. Решение скалярного волнового уравнения Гельмгольца для плоскопараллельного поля при граничных условиях Рэлея дается следующим интегральным преобразованием [3]:

$$U(x, z) = \int_{-\infty}^{+\infty} V(f, z_0) H(f, z - z_0) e^{i2\pi f x} df, \quad (1)$$

где

$$V(f, z_0) = \int_{-\infty}^{+\infty} U(x, z_0) e^{-i2\pi f x} dx, \quad (2)$$

$$H(f, z) = \begin{cases} e^{iz\sqrt{k^2 - (2\pi f)^2}}, & |f| \leq \frac{k}{2\pi} \\ e^{-z\sqrt{(2\pi f)^2 - k^2}}, & |f| > \frac{k}{2\pi} \end{cases} \quad (3)$$

f — пространственная частота; $k = \frac{2\pi}{\lambda}$; λ — длина волны излучения и $z > z_0$, а $U(x, z_0)$ представляет собой граничное условие на прямой $z = z_0$. Выражение (1) является интегральным преобразованием Рэлея с ядром $H(f, z - z_0)$, называемым также передаточной функцией свободного пространства для плоскопараллельного поля. Обозначив через $V(f, z)$ Фурье-спектр функции $U(x, z)$, получим для него следующее алгебраическое уравнение:

$$V(f, z) = V(f, z_0) H(f, z - z_0). \quad (4)$$

Если функция $V(f, z_0)$ обращается в нуль за пределами сегмента $[-f_1, f_1]$, то $V(f, z)$ также обращается в нуль за пределами этого сегмента и наоборот. Рассмотрим поведение функции $H(f, z - z_0)$ для $|f| > \frac{k}{2\pi}$. Для этого введем величину $|\Delta f|$, равную модулю разности про-

странственной частоты f и $f_0 = \pm \frac{k}{2\pi}$, для которой величина функции H уменьшается от 1 в точках $\pm \frac{k}{2\pi}$ до 0,001 ($\approx e^{-7}$). Введя безразмерную величину $\delta = \frac{|\Delta f|}{|f_0|}$, получаем

$$\delta = \sqrt{1 + \frac{49}{k^2(z-z_0)^2}} - 1. \quad (5)$$

Из (5) следует, что величина $|\Delta f|$, определяющая скорость убывания функции H , зависит от произведения $k(z-z_0)$. Выбрав указанную величину достаточно большой, будем приближенно считать, что функция $H(f, z-z_0)$ обращается в нуль за пределами сегмента $\left[-\frac{k}{2\pi}, \frac{k}{2\pi}\right]$. Тогда из (4) следует, что $V(f, z)$ за пределами указанного отрезка обращается в нуль, и можно считать, что $V(f, z_0)$ также обращается в нуль вне этого отрезка. Разложим функцию $V(f, z_0)$ на сегменте $\left[-\frac{k}{2\pi}, \frac{k}{2\pi}\right]$ в ряд Фурье:

$$V(f, z_0) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} c_m e^{-j2\pi f \left(\frac{m\pi}{k}\right)}, \quad (6)$$

где

$$c_m = \frac{\pi}{k} \int_{-k/2\pi}^{k/2\pi} V(f, z_0) e^{j2\pi f \left(\frac{m\pi}{k}\right)} df = \frac{\pi}{k} U\left(\frac{m\lambda}{2}, z_0\right). \quad (7)$$

Подставляя (6) и (7) в (4) и проводя обратное преобразование Фурье, получаем

$$U(x, z) = \frac{\pi}{k} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} U\left(\frac{m\lambda}{2}, z_0\right) S_m(x, z-z_0), \quad (8)$$

где функция отсчетов $S_m(x, z-z_0)$ задается выражением

$$S_m(x, z) = \int_{-k/2\pi}^{k/2\pi} e^{jz\sqrt{k^2-(2\pi f)^2}} e^{j2\pi f \left(x - \frac{m\lambda}{2}\right)} df.$$

Представим функцию $S_m(x, z)$ в виде $S_m(x, z) = R_m(x, z) + jT_m(x, z)$, где

$$R_m(x, z) = \int_{-k/2\pi}^{k/2\pi} \cos\{z\sqrt{k^2-(2\pi f)^2}\} e^{j2\pi f \left(x - \frac{m\lambda}{2}\right)} df, \quad (9)$$

$$T_m(x, z) = \int_{-k/2\pi}^{k/2\pi} \sin\{z\sqrt{k^2-(2\pi f)^2}\} e^{j2\pi f \left(x - \frac{m\lambda}{2}\right)} df. \quad (10)$$

Выражая в (9) и (10) $\cos$ и $\sin$ через функции Бесселя и используя интегралы Сонина и Пуассона [4, 5], можно найти явный вид функций R_m и T_m :

$$R_m(x, z) = \frac{k}{\sqrt{2}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\Gamma(n+1/2)} \left[\frac{(kz)^2}{2}\right]^n \frac{J_{n+1/2}\left[k\left(x - \frac{m\lambda}{2}\right)\right]}{\left[k\left(x - \frac{m\lambda}{2}\right)\right]^{n+1/2}},$$

$$T_m(x, z) = \frac{kz}{2} \cdot \frac{J_1\left[k\sqrt{\left(x - \frac{m\lambda}{2}\right)^2 + z^2}\right]}{\sqrt{\left(x - \frac{m\lambda}{2}\right)^2 + z^2}},$$

где $J_\nu(x)$ — функция Бесселя первого рода порядка ν , а $\Gamma(x)$ — Гамма-функция Эйлера [6]. Таким образом, доказана

Теорема. Для достаточно большой величины произведения $k(z-z_0)$ решение скалярного волнового уравнения Гельмгольца для плоскопараллельного поля приближенно может быть представлено с помощью отсчетов функции $U(x, z_0)$, отстоящих друг от друга на расстоянии $\frac{\lambda}{2}$.

Теорема отсчетов для поля в трехмерном пространстве. Обобщая (1) — (4) для уравнения Гельмгольца в трехмерном пространстве, приходим к следующим выражениям для интегрального преобразования Рэлея [3]:

$$U(x, y, z) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} V(f_x, f_y, z_0) H(f_x, f_y, z - z_0) e^{j2\pi(f_x x + f_y y)} df_x df_y,$$

$$V(f_x, f_y, z_0) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} U(x, y, z_0) e^{-j2\pi(f_x x + f_y y)} dx dy,$$

$$H(f_x, f_y, z) = \begin{cases} e^{jz \sqrt{k^2 - (2\pi f_x)^2 - (2\pi f_y)^2}}, & f_x^2 + f_y^2 \leq \left(\frac{k}{2\pi}\right)^2 \\ e^{-z \sqrt{(2\pi f_x)^2 + (2\pi f_y)^2 - k^2}}, & f_x^2 + f_y^2 > \left(\frac{k}{2\pi}\right)^2. \end{cases}$$

Вводя радиальную пространственную частоту $f_r = \sqrt{f_x^2 + f_y^2}$ и рассматривая поведение функции H для $f_r > \frac{k}{2\pi}$, можно получить выражение для δ_r , совпадающее с (5). Продолжая рассуждения в указанном порядке и считая, что спектр Фурье граничного условия $U(x, y, z_0)$ не обладает симметрией, разложим его в двумерный ряд Фурье в квадрате $-\frac{k}{2\pi} \leq f_x \leq \frac{k}{2\pi}$, $-\frac{k}{2\pi} \leq f_y \leq \frac{k}{2\pi}$. Затем, отыскивая выражение для $U(x, y, z)$, получим двумерную теорему отсчетов

$$U(x, y, z) = \frac{\pi^2}{k^2} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} U\left(\frac{m\lambda}{2}, \frac{n\lambda}{2}, z_0\right) S_{mn}(x, y, z - z_0). \quad (11)$$

Воспользовавшись при вычислении функции S_{mn} тем, что $H(f_x, f_y, z - z_0)$ обращается в нуль за пределами круга $f_x^2 + f_y^2 = \left(\frac{k}{2\pi}\right)^2$, можно получить для действительной и мнимой частей функции отсчетов соответственно следующие выражения:

$$R_{mn}(x, y, z) = \frac{k}{2\sqrt{\pi}} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^i}{\Gamma(i+1/2)} \left[\frac{(kz)^2}{2} \right]^i \times \\ \times \frac{J_{i+1} \left[k \sqrt{\left(x - \frac{m\lambda}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{n\lambda}{2}\right)^2} \right]}{\left[k \sqrt{\left(x - \frac{m\lambda}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{n\lambda}{2}\right)^2} \right]^{i+1}}, \quad (12)$$

$$T_{mn}(x, y, z) = \left(\frac{k}{2}\right)^{3/2} \frac{z}{\sqrt{\pi}} \frac{J_{3/2} \left[k \sqrt{\left(x - \frac{m\lambda}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{n\lambda}{2}\right)^2 + z^2} \right]}{\left[\sqrt{\left(x - \frac{m\lambda}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{n\lambda}{2}\right)^2 + z^2} \right]^{3/2}}. \quad (13)$$

Равенство (11) является аналитическим выражением следующей теоремы.

Теорема. Для достаточно большой величины произведения $k(z-z_0)$ решение уравнения Гельмгольца может быть представлено при-

ближенно с помощью отсчетов функции $U(x, y, z_0)$, находящихся в узлах квадратной сетки со стороной $\frac{\lambda}{2}$.

Из (12), (13) видно, что функция отсчетов обладает круговой симметрией. Это можно объяснить тем, что отсчет представляет собой светящуюся точку, характер излучения которой меняется вместе с параметром z .

При выводе теорем отсчетов не давались конкретные оценки величины $|\Delta f|$, зависящей от произведения $k(z-z_0)$ и определяющей применимость (8) и (11). Величина $|\Delta f|$ определяется условиями измерения поля в определенном диапазоне частот. Используя (5), можно показать, например, что в радиодиапазоне при $z-z_0 > 10\lambda$ величина $|\Delta f|$ будет иметь порядок 10^{-2} и, следовательно, полученные теоремы могут быть применены для расчета поля.

ЛИТЕРАТУРА

1. Kojima K. e. a.— Jap. J. Appl. Phys., 1975, v. 14, № 11, p. 1799.
2. Kojima K. e. a.— Jap. J. Appl. Phys., 1976, v. 15, № 11, p. 2181.
3. Kojima K.— Jap. J. Appl. Phys., 1977, v. 16, № 5, p. 817.
4. Сонин Н. Я. Исследования о цилиндрических функциях и специальных полиномах.— М., 1954.
5. Корнев Б. Г. Введение в теорию бесселевых функций.— М., 1971.
6. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров.— М., 1974.

Поступила в редакцию
26.03.80.

НИИ ПФП

УДК 620.19 : 778.4.621.382.002

А. З. НИКОЛАЕНЯ, Л. Д. БУЙКО,
В. А. ШУЛАКОВ, В. А. РУДЕНКОВА

ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕМПЕРАТУРНЫХ ПОЛЕЙ ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ ПРИБОРОВ МЕТОДОМ ГОЛОГРАФИЧЕСКОЙ ИНТЕРФЕРОМЕТРИИ

В проектировании изделий электронной техники, а также при их эксплуатации возникает необходимость изучения температурных полей в окружающем пространстве исследуемых приборов. Решение этой проблемы осуществляется в основном оптическими интерференционными методами [1], которые позволяют проводить не только визуализацию и качественную оценку температурного поля, но и в некоторых случаях количественные измерения. К таким методам в полной мере может быть отнесена и голографическая интерферометрия, имеющая ряд преимуществ по сравнению с обычными оптическими методами. Для повышения точности изучения тепловых характеристик вместо функционирующей интегральной схемы (ИС) обычно используют тест-структуру аналогичного ей технологического исполнения [2].

В данной работе методом голографической интерферометрии исследовались тепловые поля специальной тест-структуры, содержащей четыре диода с последовательно параллельным включением, попарно размещенных между тремя 300-омными резисторами. Технологическое исполнение тест-структуры произведено по базовому технологическому маршруту биполярных ИС с толщиной эпитаксиальной пленки 3 мкм. Посадка кристаллов в металлокерамический корпус осуществлена с помощью эвтектики золото — кремний, а разварка — алюминиевой проволокой $\varnothing 40$ мкм. Исследования проводились на голографической установке УИГ-2М по оптической схеме (рис. 1), обеспечивающей получение интерферограмм фазовых объектов методом двойных экспозиций и в режиме реального времени.

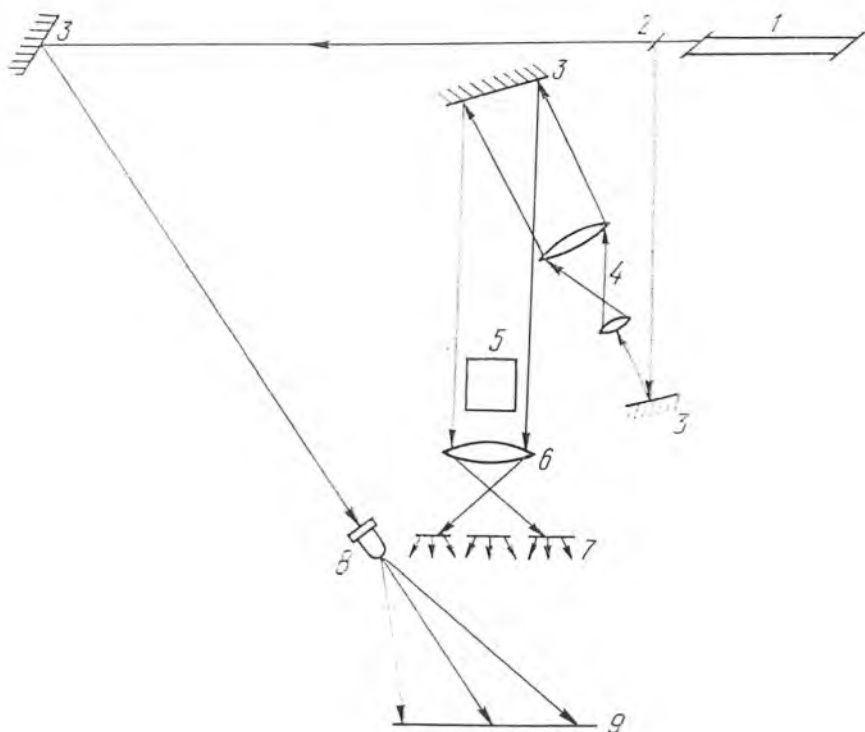


Рис. 1. Оптическая схема получения голограмм фазовых объектов:

1 — He-Ne лазер; 2 — полупрозрачное зеркало; 3 — поворотные зеркала; 4 — коллиматор; 5 — фазовый объект; 6 — длиннофокусная линза; 7 — матовое стекло; 8 — микрообъектив; 9 — фотопластинка (голограмма)

Максимальное количество интерференционных полос $S_{\max}$, которое можно получить при работе в полосах бесконечной ширины ($\lambda = 0,6328$ мкм, среда — воздух), оценивается по выражению [3]

$$S_{\max} = 1,24275 \frac{lH}{T_{\infty}}, \quad (1)$$

где l — длина объекта в направлении предметного пучка, м; H — давление окружающей среды, н/м²; T_{∞} — температура окружающей среды, К. Согласно (1), при исследовании объектов микроэлектроники размерами ~ 5 — 10 мм, могут быть получены интерферограммы с небольшим количеством интерференционных полос (рис. 2, а) из-за слабой температурной зависимости показателя преломления воздуха. Анализ выражения (1) показывает, что чувствительность температурных измерений может быть расширена путем выбора оптимальных величин давления и температуры окружающей среды, длины волны применяемого излучения или заполнением измерительного пространства жидкостью, характеризующейся другими оптическими свойствами.

С учетом изложенного, а также конструктивных особенностей изделий электронной техники (ИЭТ), в качестве рабочей среды в исследованиях был выбран этиленгликоль, прозрачный для $\lambda = 0,6328$ мкм, с достаточно сильной температурной зависимостью показателя преломления $\left(\frac{dn}{dt} = 2,6 \cdot 10^{-4} \text{ град}^{-1}\right)$, химически не активный по отношению к материалам, используемым в микроэлектронике, хороший диэлектрик ($\epsilon = 37,7$), легко-растворимый в воде [4].

В процессе первой экспозиции записывался предметный пучок, проходящий через пространство, окружающее ненагретый образец. Затем без изменения геометрии оптической схемы формирования голограммы,

образец нагревался путем подачи на него определенной электрической нагрузки и осуществлялась вторая экспозиция.

На рис. 2(б, в, г) представлены фотографии интерферограмм температурных полей тестового кристалла в этиленгликоле, которые соответствуют нагреву прибора при различной величине электрической нагрузки (P). Интерференционные полосы на интерферограммах характеризуют форму изотермических линий, а их плотность — температурные градиенты. Знание количества полос и их плотности дает возможность проведения расчетов для количественной оценки температурных полей.

Для вывода математических выражений расчета температуры по голографическим интерферограммам температурных полей были использованы формулы: Лоренц-Лорентца [5]

$$\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \cdot \frac{1}{\rho} = \text{const}, \quad (2)$$

где n — показатель преломления; ρ — плотность вещества;
выражение для температурной зависимости плотности [6]

$$\rho = \frac{\rho_0}{1 + \beta t}, \quad (3)$$

где β — термический коэффициент объемного расширения;

$$n_\infty - n_i = \frac{S\lambda}{l}, \quad (4)$$

где n_∞ — показатель преломления окружающей среды; n_i — показатель преломления, соответствующий i -ой интерференционной полосе; S — количество интерференционных полос от гомогенной области до i -ой интерференционной полосы.

Используя (3) и (2), получаем выражение

$$(1 + \beta t_i) \frac{n_i^2 - 1}{n_i^2 + 2} = (1 + \beta t_\infty) \frac{n_\infty^2 - 1}{n_\infty^2 + 2}, \quad (5)$$

которое совместно с уравнением (4) после некоторых преобразований может быть представлено следующим образом:

$$t_i = \frac{1}{\beta} \left[\frac{\left(1 - \frac{3}{n_\infty^2 + 2}\right)(1 + \beta t_\infty)}{1 - \frac{3}{\left(n_\infty - \frac{S\lambda}{l}\right)^2 + 2}} - 1 \right]. \quad (6)$$

Из (6) видно, что значения температуры могут быть определены для каждой интерференционной полосы, начиная от области гомогенного фона до последней, видимой над поверхностью объекта. Однако следует отметить, что температуру поверхности объекта невозможно определить подобным образом, так как истинное местоположение примыкающей к поверхности объекта интерференционной полосы нечеткое в силу дифракционных эффектов. С другой стороны, известно [6], что в граничном тепловом слое жидкости распределение температуры определяется ее теплопроводностью.

Согласно [1], градиент температуры вблизи поверхности объекта, т. е. внутри граничного теплового слоя, сохраняется постоянным и в силу непрерывности теплового потока может быть принят равным градиенту температуры для двух последних видимых интерференционных полос. Выражение, связывающее коэффициент теплоотдачи нагретого твердого тела α и теплопроводность K окружающей его жидкости будет [6]:

$$\alpha = \frac{K}{\Delta t} |\text{grad } t|, \quad (7)$$

где Δt — разность температур поверхности твердого тела и жидкости; $|\text{grad } t|$ — модуль градиента температуры жидкости на границе с твердым телом.

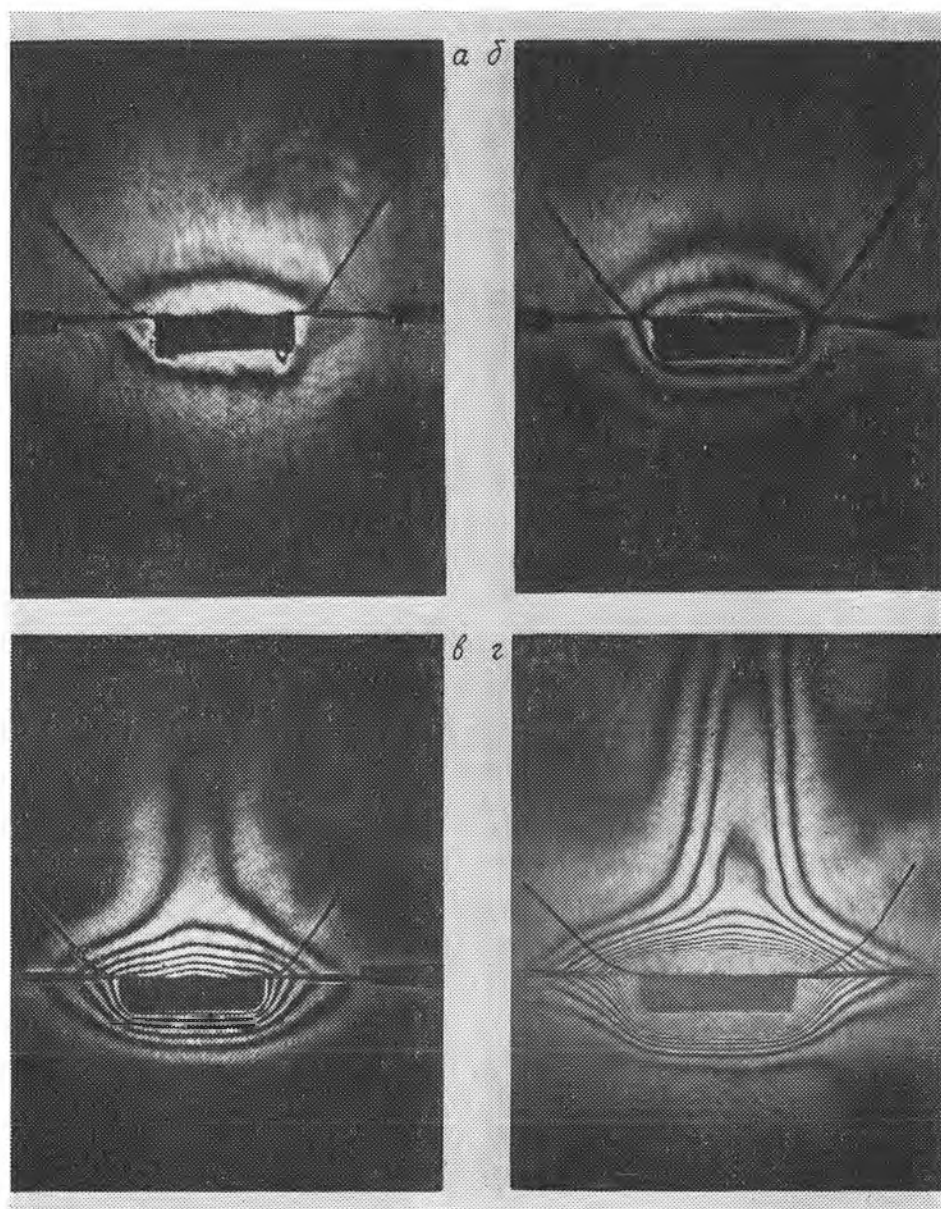


Рис. 2. Интерферограммы температурных полей тестового кристалла в металлокерамическом корпусе на воздухе при нагрузке $P=0,5$ Вт (а) и помещенного в этиленгликоль при нагрузке $P=0,1$ Вт (б); $P=0,25$ Вт (в); $P=0,5$ Вт (г)

Входящая в (7) величина коэффициента теплоотдачи α зависит от конкретных условий и должна определяться экспериментально. Таким образом, с учетом выражения (7) температура поверхности объекта определяется суммой:

$$t_{06} = t_i + \Delta t. \quad (8)$$

В соответствии с предложенной методикой рассчитана температура поверхности корпуса исследуемого тестового кристалла ($t_{06} = 35.6^\circ\text{C}$) при подаче на него электрической нагрузки $P=0,5$ Вт. Измерения проводились в этиленгликоле в области, где отсутствует конвекционный факел. Коэффициент теплопроводности воздуха ($K_{\text{в}} = 0,025$ Вт/м·град) на порядок меньше коэффициента теплопроводности этиленгликоля ($K_{\text{э}} = 0,257$ Вт/м·град), поэтому температура прибора на воздухе при той же электрической нагрузке будет больше. Это утверждение проверено экспериментально для обеих сред с помощью микротермистора. Проведен-

ные экспериментальные исследования в диапазоне $t=20-100^{\circ}\text{C}$ показали, что значения температур исследуемых приборов на воздухе примерно на $10,2^{\circ}\text{C}$ выше, чем в этиленгликоле. Таким образом, температура поверхности корпуса тест-структуры в воздухе с учетом поправки $t_{об}=45,8^{\circ}\text{C}$. Достоверность полученного значения проверена измерениями с помощью термoinдикатора плавления с $t_{пл}=45^{\circ}\text{C}$. С учетом погрешности измерений ($\pm 2^{\circ}\text{C}$) можно говорить о хорошем соответствии результатов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Хауф В., Григуль У. Оптические методы в теплопередаче.— М., 1973.
2. Bolvin R.— Электроника, 1974, № 22, с. 50.
3. Pavelek M., Liška M., Boček V., Ramík Z.— Jemna mechanika a optika, 1976(162), № 6.
4. Краткий справочник по химии / Под ред. О. Д. Куриленко.— Киев, 1965.
5. Ландсберг Г. С. Оптика.— М., 1976, с. 558.
6. Яворский Б. М., Детлаф А. А. Справочник по физике.— М., 1973.

Поступила в редакцию
20.05.80.

Кафедра радиотехники и физической электроники

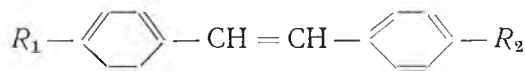
УДК 535.37

В. П. БОБРОВИЧ, В. И. ГРИГОРЬЕВА, Л. М. ПОДГОРНАЯ,
А. М. САРЖЕВСКИЙ, М. А. СЕНЮК,
Г. Н. СИЦКО, Л. П. СНАГОЩЕНКО

ПОЛЯРИЗАЦИОННЫЕ СПЕКТРЫ ФЛУОРЕСЦЕНЦИИ ОКСАЗОЛЬНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ СТИЛЬБЕНА

Широкое применение производных стильбена в качестве оптических отбеливателей, активаторов жидких и пластмассовых сцинтилляторов, а также в квантовой электронике [1—3] обуславливает необходимость систематического исследования спектральных, люминесцентных и поляризационных характеристик этих соединений.

В данной работе исследуются поляризационные спектры флуоресценции оксазольных производных стильбена, общая структурная формула которых имеет вид:



Заместители R_1 и R_2 представлены в табл. 1.

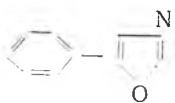
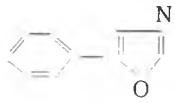
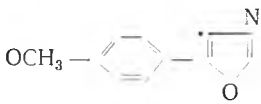
Для исследования поляризационных спектров флуоресценции производных стильбена была использована установка, описанная ранее [4]. Относительная погрешность измерений не превышала 3 % при значениях степени поляризации флуоресценции, близких к предельным, и 10 % при $P=0,1$.

Спектры поглощения оксазольных производных стильбена в ближней ультрафиолетовой области состоят из трех широких полос. Длинноволновая полоса поглощения (А-полоса) обусловлена возбуждением π -электронной системы молекулы в целом. Введение в молекулу фенильного и оксазольного колец приводит к появлению новой полосы поглощения (R-полоса), максимум которой расположен в области 290 нм. Коротковолновая В-полоса вызвана возбуждением π -электронов бензольных колец.

Поляризационные спектры флуоресценции 2-(стильбенил-4)-5-фенилоксазола (соединение V) и 2-(стильбенил-4)-5-(4'-метоксифенилоксадиазола) (соединение VI) в бутиловом спирте при температуре -130°C приведены на рисунке. Степень поляризации флуоресценции по полосе испускания практически постоянна, немного повышается лишь на местах колебательных максимумов. Такой ход поляризационного спектра сви-

Таблица 1

Структурные формулы заместителей R_1 и R_2

Соединения	R_1	R_2
I		$N(CH_3)_2$
II		
III		CH_3
IV		
V		
VI		

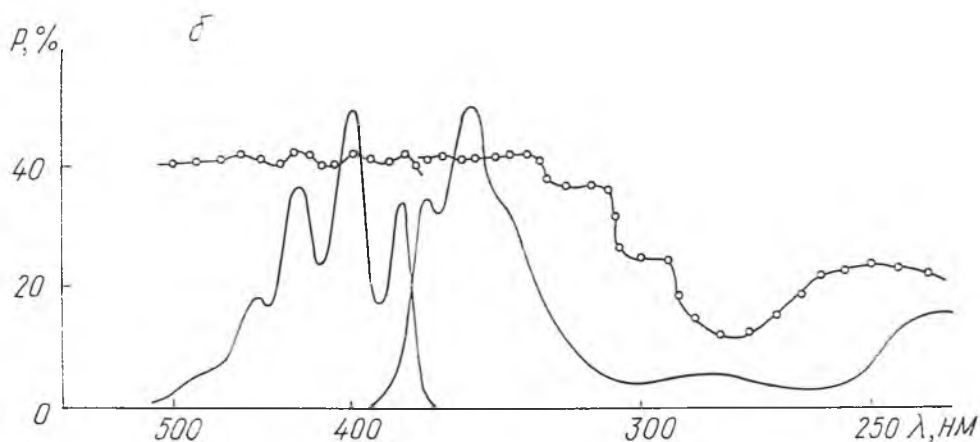
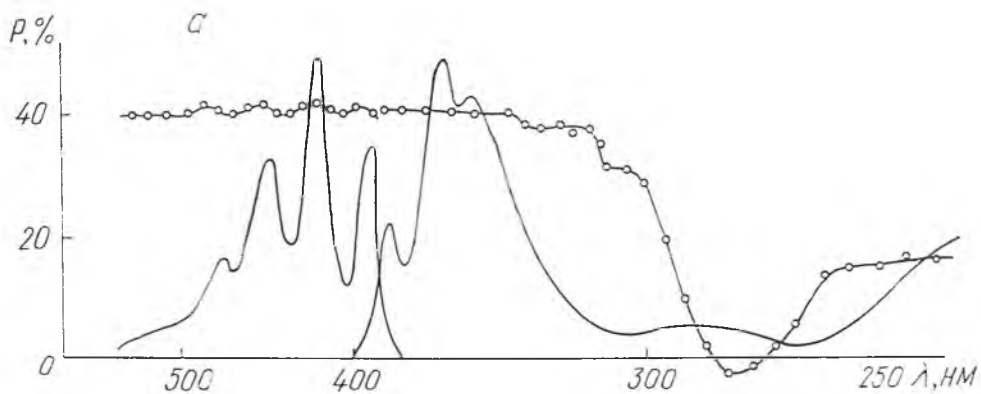
детельствует о принадлежности полосы испускания одному электронному переходу.

Степень поляризации флуоресценции в области А-полосы поглощения соединений V и VI в стеклообразном растворе бутилового спирта близка к предельному значению, характерному для молекул, поглощение и испускание которых моделируется линейными осцилляторами (41 и 42 % соответственно). Столь же высокие значения степени поляризации флуоресценции в области длинноволновой полосы поглощения наблюдаются и для других оксазольных производных стильбена (табл. 2). Следовательно, дипольный момент электронного перехода, ответственного за длинноволновую полосу поглощения, параллелен моменту электронного перехода, ответственного за флуоресценцию.

Таблица 2

Степень поляризации флуоресценции оксазольных производных стильбена для различных полос поглощения

Полосы поглощения	Соединения						
	I	II	III	IV	V	VI	Стильбен
A	44	44	44	43	41	42	45
A'	41	39	41	41	39	37	43
A''	28	—	27	27	32	26	23
R	24	3	2	3	—3	12	—
B	18	22	14	24	13	22	12



Поляризационные спектры флуоресценции 2-(стильбенил-4)-5-фенилоксазола (а) и 2-(стильбенил-4)-5-(4'-метоксифенилоксадиазола) (б) в бутиловом спирте при -130°C

Известно, что степень поляризации флуоресценции по спектру поглощения имеет высокие положительные, близкие к 50 %, значения, если за полосу поглощения ответствен линейный, полностью анизотропный осциллятор, параллельный осциллятору испускания, и значения, близкие к -33 %, если линейный осциллятор поглощения перпендикулярен к осциллятору испускания. Отнесение осцилляторов к полосам поглощения, в области которых степень поляризации флуоресценции принимает промежуточные значения от -33 до 50 %, неоднозначно. Так, например, невысокие положительные значения степени поляризации флуоресценции в области *R* и *B*-полос поглощения стильбена (см. табл. 2) можно описать как линейным, полностью анизотропным осциллятором, ориентированным под некоторым углом к осциллятору испускания, так и плоским осциллятором с преимущественным поглощением света вдоль одной из осей.

Появление *R*-полосы оксазольных производных стильбена обусловлено поглощением арильных группировок. Вследствие этого степень поляризации в области данной полосы должна зависеть от вводимых в молекулу арильных звеньев. Так как за полосы поглощения соединений II—V ответственны одинаковые арильные группировки (фенильное и оксазольное кольца), следует ожидать, что степень поляризации данных соединений в области *R*-полосы будет иметь близкие значения. Действительно, значения *P* для данных соединений расположены в интервале от -3 % до 3 % (табл. 2). Замена в молекуле оксазольной группы на оксадиазольную приводит к увеличению степени поляризации от 3 до 12 %.

Исследования электронной структуры стильбена с помощью кванто-

во-механических расчетов методом Парра-Паризера — Попла [5—7] предсказали существование нескольких скрытых электронных переходов в коротковолновой области A -полосы [8]. Экспериментально наличие данных переходов обнаружено в работе [4]. Так как добавление к молекулярной цепи различных структурных групп может вызвать хотя бы частичное снятие запрета по симметрии на электронные переходы в высокочастотной области длинноволновой полосы и увеличить их долю вклада в спектры, следует ожидать более отчетливого проявления данных переходов в поляризационных спектрах.

В поляризационных спектрах флуоресценции оксазольных производных стильбена в коротковолновой части A -полосы поглощения отчетливо регистрируются два участка (обозначим их A' и A''), в области которых значения степени поляризации флуоресценции постоянны. Степень поляризации в области A' -полосы лишь на несколько процентов ниже значения P в длинноволновой части A -полосы поглощения. Для всех исследованных оксазольных производных стильбена значения степени поляризации в области A'' -полосы примерно одинаковы (см. табл. 2).

В спектрах поглощения оксазольных производных стильбена колебательная структура выражена значительно слабее, чем в спектре стильбена. Тем не менее, в поляризационном спектре флуоресценции по поглощению области A' и A'' выражены более четко. Ступенчатый ход поляризационного спектра в коротковолновой части A -полосы, по-видимому, нельзя связать с колебаниями молекул. Объяснить падение степени поляризации флуоресценции в коротковолновой части A -полосы можно, предположив, что в ее формировании, как и у стильбена, участвуют два скрытых электронных перехода.

ЛИТЕРАТУРА

1. Красовицкий Б. М., Кутуля Л. А., Афанасиадис Л. Ш., Шевченко Л. Е., Егорова Н. П. — ЖПС, 1978, т. 29, № 2, с. 272.
2. Красовицкий Б. М., Кутуля Л. А., Шевченко А. Е., Афанасиадис Л. Ш., Егорова Н. П., Шворина А. Л. — ХГС, 1977, № 5, с. 656.
3. Лазеры на красителях / Под ред. Шефера Ф. П. — М., 1976.
4. Бобровиц В. П., Саржевский А. М., Сенюк М. А. — ЖПС, 1979, т. 30, № 6, с. 1022.
5. Pariser R. — J. Chem. Phys., 1956, v. 24, № 2, p. 250.
6. Perkampos N. H., Knor J. V. — Theoret. Chim. Acta, 1966, v. 6, № 1, p. 45.
7. Wettermark G., Schor R. — Theoret. Chim. Acta, 1967, v. 9, № 1, p. 57.
8. Beveridge D. L., Jaffe H. H. — J. Amer. Chem. Soc., 1965, v. 87, № 23, p. 5340.

Поступила в редакцию
21.05.80.

Кафедра общей физики

УДК 621.378; 535.31

Б. Ю. ХАНОХ

ОПТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ТЕТРАЭДРИЧЕСКОГО ЗЕРКАЛЬНОГО ОТРАЖАТЕЛЯ С ОДНОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОТРАЖАЮЩЕЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ

В [1] исследованы отражающие свойства зеркального тетраэдрического отражателя с одной цилиндрической отражающей поверхностью, образующие которой пересекают плоские взаимно ортогональные отражающие поверхности под углом 45° .

Настоящая работа посвящена исследованию оптических свойств зеркального тетраэдрического отражателя с одной цилиндрической поверхностью, образующие которой под произвольным углом пересекают две плоские отражающие поверхности, двугранный угол между этими поверхностями имеет небольшое отступление от 90° .

Пусть ось цилиндрической поверхности POQ отражателя параллельна плоскости XOY и пересекает ось Z прямоугольной системы координат

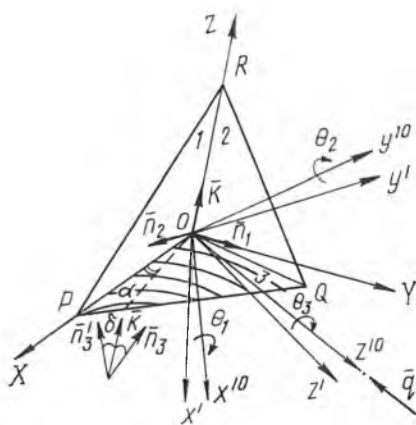


Рис. 1. Выбор систем координат для анализа отражающих свойств тетраэдрического отражателя с двумя плоскими и одной цилиндрической зеркальными отражающими поверхностями

XYZ , связанной с ребрами отражателя (рис. 1), а проекция этой оси на плоскость XOY образует с осью OX произвольный угол α . Две другие отражающие поверхности POR и ROQ — плоские и образуют двугранный угол $(90^\circ - \delta_{12})$. Угол между нормалью к цилиндрической поверхности в точке падения на нее светового луча и базисным вектором оси Z обозначим через δ . Величина этого угла зависит от кривизны отражающей цилиндрической поверхности и от координаты точки падения светового луча на эту поверхность. В системе координат XYZ векторы нормалей $\bar{n}_1$, $\bar{n}_2$, $\bar{n}_3$ и $\bar{n}_3'$ к соответствующим отражающим поверхностям 1 (POR), 2 (ROQ) и 3 (POQ) имеют следующие координаты:

$$\begin{aligned} \bar{n}_1 &= \{0, 1, 0\}, & \bar{n}_3 &= \{-\sin \delta \sin \alpha, \sin \delta \cos \alpha, \cos \delta\}, \\ \bar{n}_2 &= \{\cos \delta_{12}, -\sin \delta_{12}, 0\}, & \bar{n}_3' &= \{\sin \delta \sin \alpha, -\sin \delta \cos \alpha, \cos \delta\}. \end{aligned} \quad (1)$$

В случае $0 < \alpha < 90^\circ$ плоскость, проходящая через ось цилиндрической поверхности и ось Z , делит эту поверхность на две отражающие области с нормальными $\bar{n}_3$ и $\bar{n}_3'$. В предположении малости углов δ_{12} и δ ($\sin \delta_{12} \approx \delta_{12}$, $\sin \delta \approx \delta$, $\cos \delta_{12} \approx \cos \delta \approx 1$), матрицы отражения зеркальных поверхностей, которым соответствуют нормали $\bar{n}_1$, $\bar{n}_2$, $\bar{n}_3$, и $\bar{n}_3'$, будут иметь следующий вид [1]:

$$\begin{aligned} R_1 &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, & R_3 &= \begin{bmatrix} +1 & 0 & 2\delta \sin \alpha \\ 0 & 1 & -2\delta \cos \alpha \\ 2\delta \sin \alpha & -2\delta \cos \alpha & -1 \end{bmatrix} \\ R_2 &= \begin{bmatrix} -1 & 2\delta_{12} & 0 \\ 2\delta_{12} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, & R_3' &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2\delta \sin \alpha \\ 0 & 1 & +2\delta \cos \alpha \\ -2\delta \sin \alpha & 2\delta \cos \alpha & -1 \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (2)$$

У тетраэдрического отражателя с плоскими отражающими поверхностями, каждая из которых имеет только одну нормаль, существует шесть различных последовательностей отражения света [2]. В данном случае у тетраэдрического отражателя с одной отражающей поверхностью, например, при $0 < \alpha < 45^\circ$ есть отражающий сектор на поверхности 3 с двумя различными направлениями нормалей: $\bar{n}_3$ и $\bar{n}_3'$; поэтому в общем случае у такого отражателя будет десять различных последовательностей отражения света:

$$\begin{aligned} \bar{q}_{123} &= R_3 R_2 R_1 \bar{q} = C_{123} \bar{q}, & \bar{q}_{321} &= R_1 R_2 R_3 \bar{q} = C_{321} \bar{q}, \\ \bar{q}_{312} &= R_2 R_1 R_3 \bar{q} = C_{312} \bar{q}, & (\bar{q}_{312} &= R_2 R_1 R_3' \bar{q} = C_{312}' \bar{q}), \\ \bar{q}_{213} &= R_3 R_1 R_2 \bar{q} = C_{213} \bar{q}, & (\bar{q}_{213} &= R_3' R_1 R_2 \bar{q} = C_{213}' \bar{q}), \\ \bar{q}_{132} &= R_2 R_3 R_1 \bar{q} = C_{132} \bar{q}, & (\bar{q}_{132} &= R_2 R_3' R_1 \bar{q} = C_{132}' \bar{q}), \\ \bar{q}_{231} &= R_1 R_3 R_2 \bar{q} = C_{231} \bar{q}, & (\bar{q}_{231} &= R_1 R_3' R_2 \bar{q} = C_{231}' \bar{q}). \end{aligned} \quad (3)$$

Индексы 1, 2, 3 при векторах направлений отраженных оптических лучей и матрице C показывают последовательность отражения коллимированного пучка, падающего на отражатель в направлении единичного вектора $\bar{q}$, от поверхностей 1, 2, 3 соответственно.

При $\alpha = 0^\circ$ одноименные отраженные пучки, взятые в круглые скобки, будут отсутствовать, а при $\alpha = 45^\circ$ исчезают два одноименных отраженных пучка, не имеющих круглых скобок ($\bar{q}_{312}, \bar{q}_{213}$).

В случае $45^\circ < \alpha < 90^\circ$ также имеются десять различных последовательностей отражения падающего светового пучка:

$$\begin{aligned} (\bar{q}_{123} = R_3 R_2 R_1 \bar{q} = C_{123} \bar{q}), \quad \bar{q}_{123} = R_3' R_2 R_1 \bar{q} = C_{123}' \bar{q}, \\ (\bar{q}_{321} = R_1 R_2 R_3 \bar{q} = C_{321} \bar{q}), \quad \bar{q}_{321} = R_1 R_2 R_3' \bar{q} = C_{321}' \bar{q}, \\ \bar{q}_{312} = R_2 R_1 R_3' \bar{q} = C_{312}' \bar{q}, \quad \bar{q}_{213} = R_3' R_1 R_2 \bar{q} = C_{213}' \bar{q}, \\ (\bar{q}_{132} = R_2 R_3 R_1 \bar{q} = C_{132} \bar{q}), \quad \bar{q}_{132} = R_2 R_3' R_1 \bar{q} = C_{132}' \bar{q}, \\ (\bar{q}_{231} = R_1 R_3 R_2 \bar{q} = C_{231} \bar{q}), \quad \bar{q}_{231} = R_1 R_3' R_2 \bar{q} = C_{231}' \bar{q}. \end{aligned} \quad (4)$$

При $\alpha = 90^\circ$ пучки, взятые в круглые скобки в (4), будут отсутствовать.

И, наконец, в случае $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ отражение света от цилиндрической поверхности описывается через нормаль $\bar{n}_3$; поэтому в таком отражателе имеются только следующие шесть различных последовательностей отражения:

$$\begin{aligned} \bar{q}_{123} = R_3' R_2 R_1 \bar{q} = C_{123}' \bar{q}, \quad \bar{q}_{321} = R_1 R_2 R_3' \bar{q} = C_{321}' \bar{q}, \\ \bar{q}_{312} = R_2 R_1 R_3' \bar{q} = C_{312}' \bar{q}, \quad \bar{q}_{213} = R_3' R_1 R_2 \bar{q} = C_{213}' \bar{q}, \\ \bar{q}_{132} = R_2 R_3' R_1 \bar{q} = C_{132}' \bar{q}, \quad \bar{q}_{231} = R_1 R_3' R_2 \bar{q} = C_{231}' \bar{q}. \end{aligned} \quad (5)$$

Таким образом, отражающее действие тетраэдрического зеркального отражателя с одной цилиндрической поверхностью описывается матрицами C_{ikl} и C_{ikl}' ($i, k, l = 1, 2, 3$), равными произведению матриц отражения (2), взятых в различной комбинации. Расчеты показывают, что $C_{123} = C_{312}' = D_1$, $C_{321} = C_{213}' = D_2$, $C_{132} = D_5$, $C_{231} = D_6$, $C_{213} = C_{321}' = D_3$, $C_{312} = C_{123}' = D_4$, $C_{231} = D_7$, $C_{132} = D_8$, так что фактически имеются восемь различных отраженных пучков.

Введем новую прямоугольную систему координат $x'y'z'$ (см. рис. 1), расположенную так, чтобы ось z' совпадала с направлением, образующим равные углы с осями OX , OY и OZ , а ось y' была перпендикулярна к оси Z . Матрица перехода из системы координат XYZ в $x'y'z'$ имеет следующий вид:

$$B = \begin{bmatrix} \sqrt{6}/6 & \sqrt{6}/6 & -\sqrt{6}/3 \\ -\sqrt{2}/2 & \sqrt{2}/2 & 0 \\ \sqrt{3}/3 & \sqrt{3}/3 & \sqrt{3}/3 \end{bmatrix}, \quad (6)$$

а выражения для векторов направлений отраженных пучков в новой системе координат $x'y'z'$ будут равны:

$$\bar{q}_n' = B D_n B^{-1} \bar{q}' = M_n \bar{q}', \quad (7)$$

где $n = 1, 2, \dots, 8$; B^{-1} — матрица, обратная матрице B ; $\bar{q}'$ — единичный вектор направления падающего коллимированного пучка световых лучей в системе координат $x'y'z'$.

В частном случае при нормальном падении (в направлении, параллельном оптической оси отражателя) коллимированного светового пучка на отражатель ($\bar{q}' = 0, 0, -1$) угловые координаты направления распространения отраженных пучков выразятся в следующем виде:

$$\begin{aligned} \bar{q}_{1,2}' &= \left\{ \mp 2\delta \sin(\alpha - 45^\circ), \mp \frac{\sqrt{6}}{3} [2\delta_{12} - \sqrt{2}\delta \cos(\alpha - 45^\circ)], 1 \right\}, \\ \bar{q}_{3,4}' &= \left\{ \mp 2\delta \sin(\alpha - 45^\circ), \pm \frac{\sqrt{6}}{3} [2\delta_{12} + \sqrt{2}\delta \cos(\alpha - 45^\circ)], 1 \right\}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bar{q}'_{5,6} &= \left\{ \mp 2\delta \cos(\alpha - 45^\circ), \mp \frac{\sqrt{6}}{3} [2\delta_{12} - \sqrt{2}\delta \sin(\alpha - 45^\circ)], 1 \right\} \\ \bar{q}'_{7,8} &= \left\{ \mp 2\delta \cos(\alpha - 45^\circ), \pm \frac{\sqrt{6}}{3} [2\delta_{12} + \sqrt{2}\delta \sin(\alpha - 45^\circ)], 1 \right\}\end{aligned}\quad (8)$$

Верхние знаки в (8) соответствуют первому индексу при векторах $\bar{q}'$, а нижние — второму индексу при $\bar{q}'$.

На рис. 2 для углов α , равных 0° ; 45° ; 90° ; 135° и 180° , и $\delta_{12} > 0$ схематически показаны картины сечений отраженных пучков плоскостью, параллельной плоскости $x'Oy'$.

При нормальном освещении тетраэдрического зеркального отражателя с одной цилиндрической отражающей поверхностью и «дефектным» двугранным углом между плоскими гранями коллимированным световым пучком формируются два ($\alpha = 0^\circ$; 90° ; 180°), либо три ($0^\circ < \alpha < 180^\circ$) расходящихся пучка ленточной формы, распространяющихся в направлении, противоположном падающему пучку; причем угловое положение сечений ленточных пучков зависит от ориентации цилиндрической поверхности отражателя.

Рассмотрим далее, какие изменения произойдут в картине отраженных пучков при косом падении коллимированного светового пучка на отражатель.

Введем неподвижную прямоугольную систему координат $x^{10}y^{10}z^{10}$, где проанализируем характер изменений в картине отраженных пучков при поворотах отражателя, т. е. при его произвольной ориентации. Положим, что в исходном состоянии оси неподвижной системы координат совпадают с соответствующими осями подвижной системы координат $x'y'z'$, жестко связанной с отражателем. Взаимную ориентацию подвижной системы координат относительно неподвижной можно описать тремя углами поворота Θ_1 , Θ_2 и Θ_3 (углы Эйлера) подвижной системы координат вокруг трех взаимно перпендикулярных осей Ox^{10} , Oy^{10} , Oz^{10} неподвиж-

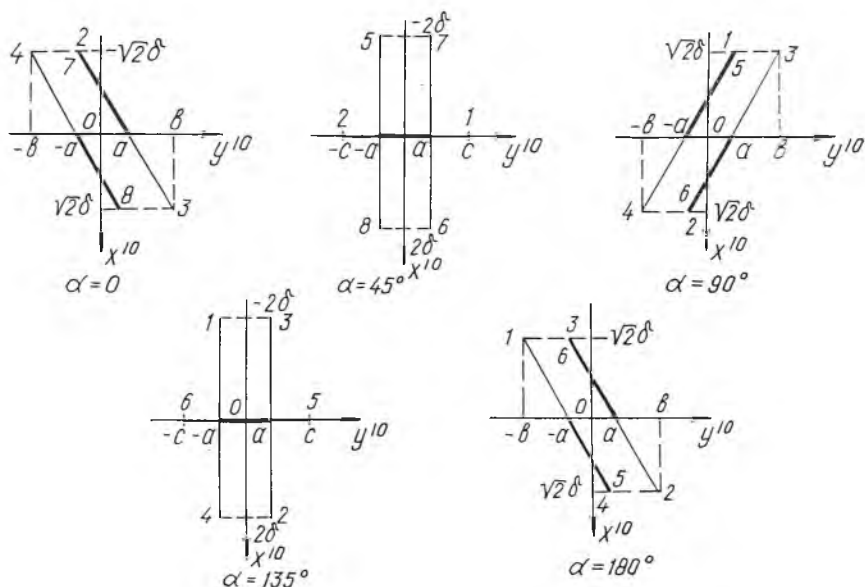


Рис. 2. Картина сечения отраженных пучков в плоскости анализа при различных углах α между проекцией оси цилиндрической поверхности на плоскость XOY и осью X в случае $\delta_{12} > 0$: $a = \frac{2\sqrt{6}}{3} \delta_{12}$, $b = \frac{\sqrt{6}}{3} (2\delta_{12} + \delta)$, $c =$

$$= \frac{2\sqrt{3}}{3} (\delta - \sqrt{2}\delta_{12})$$

ной системы координат (см. рис. 1). Тогда матрица перехода из системы координат $x^{10}y^{10}z^{10}$ в $x'y'z'$ имеет следующий вид:

$$T = \begin{bmatrix} C_2 C_3 & S_1 S_2 C_3 - C_1 S_3 & C_1 S_2 C_3 + S_1 S_3 \\ C_2 S_3 & S_1 S_2 S_3 + C_1 C_3 & C_1 S_2 S_3 - S_1 C_3 \\ -S_2 & S_1 C_2 & C_1 C_2 \end{bmatrix}, \quad (9)$$

где C_1, C_2, C_3 есть $\cos \Theta_1, \cos \Theta_2, \cos \Theta_3$, а S_1, S_2, S_3 — $\sin \Theta_1, \sin \Theta_2, \sin \Theta_3$ соответственно.

Применив правило перехода из подвижной системы координат в неподвижную в (7) [3], получим следующее соотношение для нахождения координат направления отраженных пучков в неподвижной системе координат:

$$\bar{q}_n^{10} = T^{-1} M_n T \bar{q}^{10}, \quad (10)$$

где T^{-1} — матрица, обратная матрице T .

Поставив далее в (10) явные выражения матриц для избранного направления падения коллимированного светового пучка $\{\bar{q}^{10} = 0, 0, -1\}$, получим координаты отраженных пучков $\bar{q}_n^{10}$ при произвольной ориентации отражателя в следующем виде:

$$\begin{aligned} \bar{q}_{1,2}^{10} &= \left\{ \mp \frac{2\sqrt{3}}{3} [(\delta_{12} + \sqrt{2}\delta \cos(\alpha - 45^\circ)) S_1 C_2 - C_1 \cos^{-1} \psi [(\sqrt{2}\delta_{12} - \right. \\ &\quad \left. - \delta \cos(\alpha - 45^\circ)) \cdot \sin(\psi - \theta_3) - \sqrt{3}\delta \sin(\alpha - 45^\circ) \cos(\psi - \theta_3)]], \right. \\ &\quad \left. \mp \frac{2\sqrt{3}}{3} [(\delta_{12} + \sqrt{2}\delta \cos(\alpha - 45^\circ)) S_2 + C_2 [(\sqrt{2}\delta_{12} - \delta \cos(\alpha - 45^\circ)) C_3 - \right. \\ &\quad \left. - \sqrt{3}\delta \sin(\alpha - 45^\circ) S_3]], 1 \right\}; \\ \bar{q}_{3,4}^{10} &= \left\{ \pm \frac{2\sqrt{3}}{3} [(\delta_{12} - \sqrt{2}\delta \cos(\alpha - 45^\circ)) S_1 C_2 - C_1 \cos^{-1} \psi [(\sqrt{2}\delta_{12} + \right. \\ &\quad \left. + \delta \cos(\alpha - 45^\circ)) \cdot \sin(\psi - \theta_3) + \sqrt{3}\delta \sin(\alpha - 45^\circ) \cos(\psi - \theta_3)]], \right. \\ &\quad \left. \pm \frac{2\sqrt{3}}{3} [(\delta_{12} - \sqrt{2}\delta \cos(\alpha - 45^\circ)) S_2 + C_2 [(\sqrt{2}\delta_{12} + \delta \cos(\alpha - 45^\circ)) C_3 + \right. \\ &\quad \left. + \sqrt{3}\delta \sin(\alpha - 45^\circ) S_3]], 1 \right\}; \\ \bar{q}_{5,6}^{10} &= \left\{ \mp \frac{2\sqrt{3}}{3} [(\delta_{12} + \sqrt{2}\delta \sin(\alpha - 45^\circ)) S_1 C_2 - C_1 \cos^{-1} \psi [(\sqrt{2}\delta_{12} - \right. \\ &\quad \left. - \delta \sin(\alpha - 45^\circ)) \cdot \sin(\psi - \theta_3) - \sqrt{3}\delta \cos(\alpha - 45^\circ) \cos(\psi - \theta_3)]], \right. \\ &\quad \left. \mp \frac{2\sqrt{3}}{3} [(\delta_{12} + \sqrt{2}\delta \sin(\alpha - 45^\circ)) S_2 + C_2 [(\sqrt{2}\delta_{12} - \delta \sin(\alpha - 45^\circ)) C_3 - \right. \\ &\quad \left. - \sqrt{3}\delta \cos(\alpha - 45^\circ) S_3]], 1 \right\}; \\ \bar{q}_{7,8}^{10} &= \left\{ \pm \frac{2\sqrt{3}}{3} [(\delta_{12} - \sqrt{2}\delta \sin(\alpha - 45^\circ)) S_1 C_2 - C_1 \cos^{-1} \psi [(\sqrt{2}\delta_{12} + \right. \\ &\quad \left. + \delta \sin(\alpha - 45^\circ)) \cdot \sin(\psi - \theta_3) + \sqrt{3}\delta \cos(\alpha - 45^\circ) \cos(\psi - \theta_3)]], \right. \\ &\quad \left. \pm \frac{2\sqrt{3}}{3} [(\delta_{12} - \sqrt{2}\delta \sin(\alpha - 45^\circ)) S_2 + C_2 [(\sqrt{2}\delta_{12} + \delta \sin(\alpha - 45^\circ)) C_3 + \right. \\ &\quad \left. + \sqrt{3}\delta \cos(\alpha - 45^\circ) S_3]], 1 \right\}, \quad (11) \end{aligned}$$

где $\psi = \arctg(S_2 \operatorname{tg} \Theta_1)$.

Из (11) следует, что при косом падении коллимированного светового пучка на отражатель изменяется не только угловое положение сечений отраженных ленточных пучков, но и их размер.

Полученные соотношения позволяют количественно оценивать неко-

торые параметры пучков, отраженных зеркальным тетраэдрическим отражателем с одной цилиндрической поверхностью при произвольной ориентации отражателя и любом положении цилиндрической поверхности.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бондаренко И. Д., Ханов Б. Ю. — ОМП, 1975, № 12, с. 21.
2. Тудоровский А. И. — Труды ГОИ, 1941, т. 14, вып. 112—120, с. 137.
3. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. — М., 1973.

Поступила в редакцию
12.06.80.

Кафедра электрофизики

УДК 621.396.963.8

Б. Н. КРАСНОГОЛОВЫЙ

СИНТЕЗ УПРАВЛЯЮЩИХ СИГНАЛОВ ДЛЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ РАЗВЕРТОК

До сих пор предполагалось, что ОС является идеальной индуктивностью, и управляющий ток представляет собой ток через катушку индуктивности, создающий отклонение луча [1]. В эквивалентную схему реальной ОС (рис. 1), кроме индуктивности L , входят омическое сопротивление R_k , распределенная емкость C и параллельное сопротивление R , включением которого учитываются потери на вихревые токи (в катушках с ферромагнитным сердечником) или потери в специально поставленном шунтирующем сопротивлении.

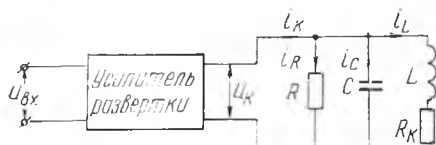


Рис. 1. Эквивалентная схема включения отклоняющей системы

Теперь уже род управляющего сигнала (напряжение или ток) и его форма будут зависеть не только от параметров ОС, но и от типа усилителя развертки, нагруженного на отклоняющую систему.

Если усилитель развертки обладает низким выходным сопротивлением (близок к генератору напряжения), форма управляющего напряжения u_k определяется как

$$u_k = u_L + u_{R_k} = L \frac{di_L}{dt} + i_L R_k. \quad (1)$$

Подставляя в (1) в соответствии с выражением (13) из [1] $i_L = At / \sqrt{1+Bt^2}$ для линейной развертки, получаем

$$u_k = AL(1+Bt^2)^{-3/2} + AR_k t(1+Bt^2)^{-1/2}. \quad (2)$$

Управляющее напряжение без учета дисторсии, как известно, имеет вид [2, 3]

$$u'_k = kL + kR_k t. \quad (3)$$

Сравнивая выражения (2) и (3), легко заметить, что в напряжении u_k обе составляющие оказались зависимыми от времени. Кроме того, начальный перепад напряжения $u_k(0) = AL = k_2 L / (NR_0)$, т. е. уменьшился в NR_0 раз.

При подключении ОС к усилителю развертки с высоким выходным сопротивлением (генератору тока) для управляющего тока i_k , повторяющего форму входного напряжения $u_{вх}$, получим

$$i_k = i_L + i_C + i_R, \quad (4)$$

где $i_L = At(1+Bt^2)^{-1/2}$; $i_C = C \frac{du_k}{dt} = \delta(t) + A\{R_k C[(1+Bt^2)^{-1/2} - Bt^2(1+Bt^2)^{-3/2}] - 3BCLt(1+Bt^2)^{-5/2}\}$; $i_R = \frac{u_k}{R} = \frac{AL}{R}(1+Bt^2)^{-3/2} + \frac{AR_k}{R}t(1+Bt^2)^{-1/2}$.

Суммируя отдельные составляющие, для i_k получим

$$i_k = \delta(t) + A \{ [CR_k + (R_k/R + 1)t] (1 + Bt^2)^{-1/2} + (L/R - BCR_k t^2) (1 + Bt^2)^{-3/2} - 3BCLt (1 + Bt^2)^{-5/2} \}. \quad (5)$$

Выражение для управляющего тока без учета дисторсии имеет вид [2, 3]

$$i_k^* = \delta(t) + kCR_k + kt. \quad (6)$$

Сравнивая (5) и (6), замечаем, что в рассматриваемом случае $i_k(0) = A(CR_k + L/R)$, если не принимать во внимание дельта-импульс $\delta(t)$, а при $t > 0$ форма i_k за счет дисторсии существенно отличается от линейной.

Графики зависимостей $u_k(t)$ и $i_k(t)$, соответствующие выражениям (2) и (5), приведены на рис. 2.

При более детальном рассмотрении выражения (2) в кривой $u_k(t)$ обнаруживаются две экстремальные точки (рис. 3). В результате исследования уравнения (2) на экстремум получаем $t_{\max(\min)} = 3/2 \cdot L/R_k (\pm) (\pm) \sqrt{(3/2 \cdot L/R_k)^2 - 1/B}$, а значения $U_{k,\max(\min)}$ легко находятся при подстановке в (2) $t_{\max}$ и $t_{\min}$. Так как $B = k_2^2 (1/R_0^2 - 1/R_3^2) = (D_{\text{раб}}/(2t_p))^2 \times (1/R_0^2 - 1/R_3^2)$, то положения $t_{\max(\min)}$ и значения $U_{k,\max(\min)}$ зависят от длительности развертки t_p .

Что касается максимума, то с увеличением t_p точка $t_{\max}$ сдвигается «вправо» при одновременном уменьшении $U_{k,\max}$. Если выполняется условие $\sqrt{(3/2 \cdot L/R_k)^2 - 1/B} < 3/2 \cdot L/R_k - t_p$, то $t_{\max} > t_p$ и точка максимума выходит за пределы t_p , т. е. кривая $u_k(t)$ принимает вид, показанный на рис. 2, а. Как нетрудно показать, условию $t_{\max} > t_p$ соответствует выполнение неравенства $t_p > (3L/R_k)/(1 + 4/(D_{\text{раб}}^2(1/R_0^2 - 1/R_3^2)))$.

Приведенный синтез u_k и i_k выполнен на основании общего выражения для отклонения луча (5) в работе [1] в предположении, что $l_1 + l_2 \approx R_3$, $l_2 \approx R_0$, т. е. поверхность экрана считалась почти плоской.

Для снятия этого ограничения преобразуем выражение (5) из [1], подставив в него $l_2 = x/\text{tg } \alpha$. В результате получим квадратное уравнение, решением которого будет отклонение

$$x = R_3 [\sqrt{1 - (1 - R_0/R_3)^2 \sin^2 \alpha} - (1 - R_0/R_3) \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}] \sin \alpha. \quad (7)$$

Произведя замену $\sin \alpha = Ni$ и решив полученное уравнение относительно i , в результате громоздких преобразований, которые здесь опущены, получим

$$i = \frac{1}{N} \sqrt{\frac{[(1 - R_0/R_3)^2 + 1] + 2(1 - R_0/R_3) \sqrt{1 - x^2/R_3^2}}{(2 - R_0/R_3)^2 R_0^2 + 4(1 - R_0/R_3)^2 x^2}} \cdot x, \quad (8)$$

Если в формулу (8) подставить $x = k_2 t$, то для линейной развертки будем иметь

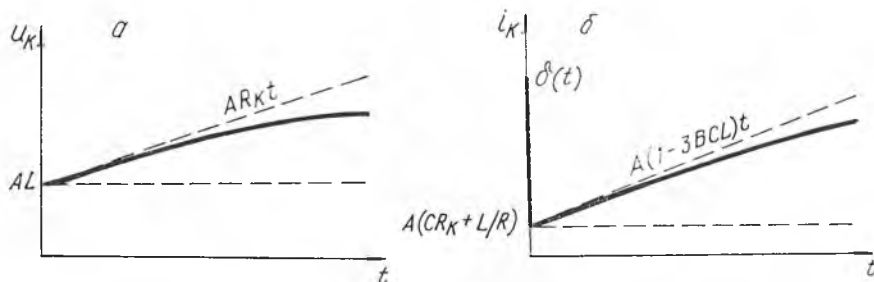


Рис. 2. Временные диаграммы управляющих сигналов для линейной развертки:
а — управляющее напряжение $u_k(t)$; б — управляющий ток $i_k(t)$

$$i = \sqrt{\frac{a + b \sqrt{1 - ct^2}}{1 + gt^2}} \cdot t, \quad (9)$$

$$\text{где } a = \left[\frac{k_2}{NR_0(2 - R_0/R_3)} \right]^2 [(1 - R_0/R_3)^2 + 1];$$

$$b = 2 \left[\frac{k_2}{NR_0(2 - R_0/R_3)} \right]^2 (1 - R_0/R_3);$$

$$c = \left(\frac{k_3}{R_3} \right)^2; \quad g = \left[\frac{2k_2(1 - R_0/R_3)}{R_0(2 - R_0/R_3)} \right]^2.$$

Выполнив преобразования, аналогичные (1), (2) и (4), для управляющих сигналов получим

$$u_k = u_L + u_{R_k} = L \sqrt{\frac{a + b \sqrt{1 - ct^2}}{1 + gt^2}} \cdot t \times \\ \times \left[\frac{bct}{2(a + b \sqrt{1 - ct^2}) \sqrt{1 - ct^2}} - \frac{gt}{1 + gt^2} + \frac{1}{t} \right] + \\ + \sqrt{\frac{a + b \sqrt{1 - ct^2}}{1 + gt^2}} \cdot t \cdot R_k; \quad (10)$$

$$i_k = i_L + i_R + i_C = \delta(t) + \sqrt{\frac{a + b \sqrt{1 - ct^2}}{1 + gt^2}} \cdot t + \\ + \frac{1}{R} \sqrt{\frac{a + b \sqrt{1 - ct^2}}{1 + gt^2}} \cdot t \left[- \frac{bcLt}{2(a + b \sqrt{1 - ct^2}) \sqrt{1 - ct^2}} - \right. \\ \left. - \frac{gLt}{1 + gt^2} + \frac{L}{t} + R_k \right] + c \sqrt{\frac{a + b \sqrt{1 - ct^2}}{1 + gt^2}} \cdot t \times \\ \times \left[- \frac{bcLt}{2(a + b \sqrt{1 - ct^2}) \sqrt{1 - ct^2}} - L \frac{gt}{1 + gt^2} + \frac{L}{t} + R_k \right] \times \\ \times \left\{ - \frac{bct}{2(a + b \sqrt{1 - ct^2}) \sqrt{1 - ct^2}} - \frac{gt}{1 + gt^2} + \frac{1}{t} + \right. \\ \left. + \frac{1}{- \frac{bcLt}{2(a + b \sqrt{1 - ct^2}) \sqrt{1 - ct^2}} - \frac{gLt}{1 + gt^2} + \frac{L}{t} + R_k} \times \right. \\ \left. \times \left[\frac{bcLt}{2(a + b \sqrt{1 - ct^2}) \sqrt{1 - ct^2}} \left(\frac{bct}{(a + b \sqrt{1 - ct^2}) \sqrt{1 - ct^2}} + \frac{ct}{1 - ct^2} + \right. \right. \right. \\ \left. \left. \left. + \frac{1}{t} \right) - \frac{gLt}{1 + gt^2} \left(\frac{1}{t} - \frac{2gt}{1 + gt^2} \right) - \frac{L}{t^2} \right] \right\}. \quad (11)$$

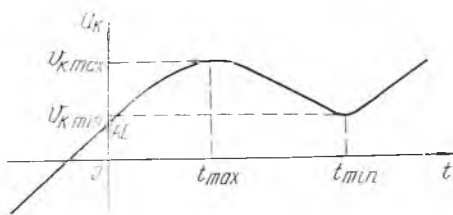


Рис. 3. К исследованию зависимости $u_k(t)$ на экстремум

Исследование зависимости $u_h(t)$ на экстремум и уточнение выражений для x , u_h и i_h выполнены студентом С. В. Труханом.

Сложность выражений (10) и (11) не позволяет легко оценить характер зависимостей $u_h(t)$ и $i_h(t)$ аналитически, но общие закономерности, установленные выше, сохраняются (в том числе и наличие экстремумов в зависимости $u_h(t)$).

Расчеты по уточненным формулам дают несколько меньшие значения ошибки отклонения γ , причем различие в величинах γ , рассчитанных по упрощенной и более точной формулам, уменьшается по мере приближения поверхности экрана ЭЛТ к плоскости.

Для трубки 45ЛМ1В, например, ошибка отклонения γ , рассчитанная для $\alpha_{\max}$ с помощью приближенного выражения (8) из [1], составила 8,5 %, а с использованием более точного выражения (7) оказалась рав-

ной 5,5 %, т. е. уменьшилась в 1,6 раза. Для кинескопа 23ЛК9Б с более плоским экраном в первом случае $\gamma=28\%$, а во втором — 23,5 %, т. е. уменьшение γ произошло всего в 1,2 раза.

Следовательно, упрощенными формулами для x , u_k и i_k можно пользоваться только применительно к кинескопам, у которых $R_0/R_9 \ll 1$. Для индикаторных ЭЛТ расчеты нужно производить по уточненным выражениям, используя ЭВМ.

Синтез управляющих сигналов с учетом дисторсии и параметров ОС может быть выполнен и для специальных электромагнитных разверток подобно тому, как это сделано применительно к линейной развертке. Общая схема метода представляется следующей.

1. Для заданного закона перемещения луча $x(t)$ (типа электромагнитной развертки) при выбранной ЭЛТ оцениваются искажения развертки за счет дисторсии: определяется ошибка отклонения $\gamma = (x - x')/x$ как функция угла отклонения, причем отклонение рассчитывается по приближенной (8) из [1] или уточненной (7) формуле. Если в формулу (8), или в более точное выражение (7) при $\sin \alpha = Ni$, подставить $i \sim x(t)$, можно получить зависимость ошибок отклонения от времени аналогично (11) из [1] для линейной развертки.

2. Если искажения окажутся неприемлемыми, по формулам (12) из [1] или (8) находится форма отклоняющего тока $i(t)$ для коррекции дисторсии при заданном отклонении $x(t)$.

3. Определяются управляющие сигналы $u_k(t)$ и $i_k(t)$ по формулам (1) и (4) при подстановке в них $i_L = i(t)$.

4. При необходимости вводится аппроксимация управляющих сигналов и дается оценка получающимся при этом искажениям.

5. Разрабатываются способы формирования управляющих и входных сигналов, т. е. схемы генераторов напряжения развертки специальной формы и усилителей тока развертки.

ЛИТЕРАТУРА

1. Красногоровый Б. Н. — Вестн. Белорусского ун-та. Сер. 1, физ., мат. и мех., 1982, № 3, с. 12.
2. Расчет элементов импульсных радиотехнических устройств / Под ред. Ю. М. Казаринова. — М., 1963.
3. Красногоровый Б. Н. Проектирование и расчет элементов индикаторных устройств. — Минск, 1971.

Поступила в редакцию
26.06.89.

Кафедра ЭММ

УДК 621.396

Г. П. ЛИЧКО

ОБ УМЕНЬШЕНИИ УГЛОВЫХ ДИСКРЕТОВ ВОССТАНОВЛЕНИЯ ДИАГРАММ НАПРАВЛЕННОСТИ АНТЕНН ПО ИЗМЕРЕНИЯМ В БЛИЖНЕЙ ЗОНЕ

Одним из алгоритмов восстановления диаграмм направленности (ДН) антенн с помощью ЭВМ по измерениям амплитудно-фазового распределения (АФР) поля в ближней зоне на плоскости является дискретное преобразование Фурье (ДПФ), вычисляемое с применением алгоритма быстрого преобразования Фурье (БПФ). При использовании ДПФ угловые дискреты $\Delta\theta$ и $\Delta\varphi$ восстановления ДН, однозначно связанные с пространственными частотами U , V , зависят от длин M , N входного массива F , полученного при фиксированных шагах дискретизации АФР. Во многих случаях большая величина угловых дискретов восстановления ДН затрудняет как определение параметров ДН остронаправленных антенн, например, направление максимума ДН, ширину главного лепестка по половинной мощности, так и графический вывод ДН с автомати-

ческим определением параметров ДН. Возникает задача получения дополнительных точек в пространственном спектре АФР.

Пусть необходимо увеличить разрешение в $Q_1 \cdot Q_2$ раз по пространственным частотам U, V в заданной полосе частот, обеспечивая тем самым уменьшение $\Delta\theta$ и $\Delta\varphi$. Известны алгоритмы увеличения разрешения пространственных частот путем осуществления ДПФ дополненной нулями до длины $Q_1 \cdot M \cdot Q_2 \cdot N$ матрицы F результатов измерений АФР или путем многократного осуществления ДПФ матрицы $F(m, n)$, умноженной на фазовые множители

$$e^{j \left(\frac{2\pi}{MQ_1} mq_1 + \frac{2\pi}{NQ_2} nq_2 \right)} \quad \begin{matrix} q_1 = 0, 1, 2, \dots, Q_1 - 1 \\ q_2 = 0, 1, 2, \dots, Q_2 - 1 \end{matrix}$$

Эти алгоритмы приводят соответственно или к выполнению БПФ матрицы длиной $Q_1 \cdot M \cdot Q_2 \cdot N$ или к выполнению $Q_1 \cdot Q_2$ раз БПФ матрицы длиной $M \cdot N$.

При обработке больших массивов результатов измерений АФР, находящихся во внешнем запоминающем устройстве (ВЗУ) ЭВМ и превосходящих по объему емкость оперативной памяти ЭВМ применение указанных алгоритмов неэффективно из-за малого быстродействия, обусловленного многократным обменом информацией с ВЗУ.

Приведем более эффективные алгоритмы увеличения разрешения пространственных частот при обработке больших массивов результатов измерений АФР.

Эффективность этих алгоритмов обеспечивается за счет уменьшения области пространственных частот, в которой производится увеличение разрешения, и уменьшения обмена информацией с ВЗУ. Суть первого алгоритма, упомянутого в [1], в следующем.

Двумерное БПФ вводится посредством последовательного осуществления одномерных БПФ над строками и столбцами исходной матрицы. Следовательно, осуществляя одномерные БПФ над строками матрицы F , дополненными необходимым числом нулевых отсчетов для получения заданного разрешения по пространственной частоте U , и записывая в ВЗУ лишь интересующие области пространственных частот по U , имеем возможность изменять разрешение и по другой пространственной частоте V . Для этого предлагается протранспонировать записанную в ВЗУ матрицу с использованием алгоритма быстрого транспонирования, представленного в [2]. Осуществляя одномерное БПФ полученных строк с их дополнением нулями до длины, обеспечивающей необходимое разрешение по V , имеем решение исходной задачи. Для данного алгоритма при $L \cdot I$ точках с увеличенным разрешением требуется I одномерных БПФ длиной $Q_1 \cdot M$, L одномерных БПФ длиной $Q_2 \cdot N$ и одно транспонирование матрицы длиной $I \cdot N$. Следовательно, этот алгоритм эффективнее известных алгоритмов. В случае, если память ЭВМ не позволяет производить одномерные БПФ большой длины, например, для мини-ЭВМ, представляется эффективным следующий алгоритм. Запишем двумерное ДПФ в виде

$$f(i, l) = \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} F(m, n) \cdot W_1^{im} \cdot W_2^{ln}. \quad (1)$$

Используя подстановку в (1) выражений $im = \frac{m^2 + i^2 - (i-m)^2}{2}$, $ln = \frac{n^2 + l^2 - (l-n)^2}{2}$ после преобразований имеем

$$f(i, l) = W_1^{\frac{i^2}{2}} \cdot W_2^{\frac{l^2}{2}} \cdot \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} g(m, n) \cdot R(i-m, l-n), \quad (2)$$

где

$$g(m, n) = F(m, n) \cdot W_1^{-\frac{m^2}{2}} \cdot W_2^{-\frac{n^2}{2}} \quad (3), \quad R(m, n) = W_1^{-\frac{m^2}{2}} \cdot W_2^{-\frac{n^2}{2}}. \quad (4)$$

Представляя W_1, W_2 в виде $W_1 = e^{j \frac{2\pi}{M_1}}$, $W_2 = e^{j \frac{2\pi}{N_1}}$ и умножая АФР на множители $e^{jU_1 \cdot m}$, $e^{jV_1 \cdot n}$, где U_1 и V_1 — пространственные частоты, определяющие начало области с увеличенным разрешением, $M_1 > M$, $N_1 > N$ — числа, определяющие необходимый дискрет по пространственным частотам, будем иметь возможность получить произвольное разрешение в заданной области пространственных частот с помощью соотношений (2) — (4). Так как $R(m, n)$, определяемое (4), представляет собой двумерный массив неограниченной длины, для вычисления (2) необходимо применение секционированной свертки. Осуществляя ее с использованием алгоритма БПФ и применяя для вычисления (3), (4) рекуррентные соотношения, получим, что для приведенного алгоритма необходимо двукратное БПФ больших массивов длиной $2M \times 2N$ при $L \leq M+1$, $I \leq N+1$, осуществление которых возможно при памяти, достаточной для запоминания лишь двух строк с использованием алгоритма, представленного в [2].

Координаты максимума ДН

Массив	m	n	$\theta_{\max}$, град.	$\varphi_{\max}$, град.
128 * 128	1	6	11,39	18,43
256 * 256	1	10	9,16	11,30
512 * 512	1	20	9,03	5,71
1024 * 1024	0	39	8,76	0
2048 * 2048	0	65	7,29	0

Для иллюстрации эффективности представленных алгоритмов приведем решение практической задачи. Ставилась задача определения направления максимума ДН и вывода области главного лепестка с увеличенным разрешением остронаправленной антенной решетки с максимумом излучения, смещенным относительно перпендикуляра к плоскости измерений АФР. Массив результатов измерений АФР длиной 128×128 отсчетов записан на магнитном диске.

В таблице представлены координаты m, n в номерах отсчетов максимума ДН и соответствующие угловые координаты $\varphi_{\max}$ в дальней зоне, полученные при последовательном увеличении значений Q_1, Q_2 , иллюстрирующие необходимость увеличения разрешения пространственных частот в большое число раз для определения координат максимума ДН. Полное решение поставленной задачи для $Q_1=16, Q_2=16$, при $L=128, I=128$ осуществлено для ЭВМ ЕС-1022 за 17 мин с использованием первого алгоритма и 18 мин с помощью второго алгоритма.

Таким образом, приводимые алгоритмы обладают большим быстродействием при обработке больших массивов результатов измерений АФР, а увеличение разрешения пространственных частот позволило существенно уточнить направление максимума ДН.

Следовательно, в данной работе приведены два алгоритма увеличения разрешения пространственных частот, пригодные для применения в случае обработки больших массивов результатов измерений АФР, эффективность которых показана на экспериментальных данных.

ЛИТЕРАТУРА

1. Joy E. B., Leach W. M., Rodrique G. P., Paris D. T. — IEEE Trans. Antennas and Propagation, 1978, v. AP-26, № 3, p. 379.
2. Eklund J. O. — IEEE Trans. Computers, 1972, v. c-22, № 7, p. 801.

П. Ф. ЛУГАКОВ, Т. А. ЛУКАШЕВИЧ,
И. М. ФИЛИППОВ, В. В. ШУША

ОБЛАСТИ СКОПЛЕНИЙ ДЕФЕКТОВ И ИХ ПАРАМЕТРЫ В КРЕМНИИ, ОБЛУЧЕННОМ ЭЛЕКТРОНАМИ РАЗЛИЧНЫХ ЭНЕРГИИ

При облучении кристаллов кремния электронами с энергией $E_e > 10$ МэВ возможно образование сложных структурных нарушений (областей скопления дефектов — ОСД или так называемых разупорядоченных областей) [1]. Однако параметры таких областей и зависимость их от энергии бомбардирующих электронов до сего времени окончательно не установлены. В связи с этим в данной работе проводились комплексные исследования рекомбинации, удаления и рассеяния носителей заряда в кремнии n -типа, облученном электронами с E_e от 2,5 до 1200 МэВ. С учетом данных эксперимента выполнены расчеты эффективностей введения точечных радиационных дефектов (РД) и ОСД, оценены параметры последних при облучении кремния электронами различных энергий.

Для эксперимента использовались кристаллы, выращенные методом зонной плавки в вакууме (зонные) или вытягиванием из расплава по методу Чохральского (тянутые) с исходным удельным сопротивлением $\rho = (2 \div 140)$ Ом·см. Образцы облучались при $t \approx 50^\circ\text{C}$ электронами с энергией $E_e = 2,5; 3,8; 10; 30; 100; 600; 1200$ МэВ. Экспериментальные результаты получены из измерений температурных зависимостей концентрации (n), холловской подвижности (μ_H) и времени жизни носителей заряда (τ), а также инжекционных зависимостей τ . Использовалась стандартная методика холловских измерений на постоянном токе, причем измерения проводились в темноте или при наличии дополнительной собственной подсветки. При $T = 80$ К изучались также процессы релаксации избыточного тока после выключения подсветки. Время жизни не-

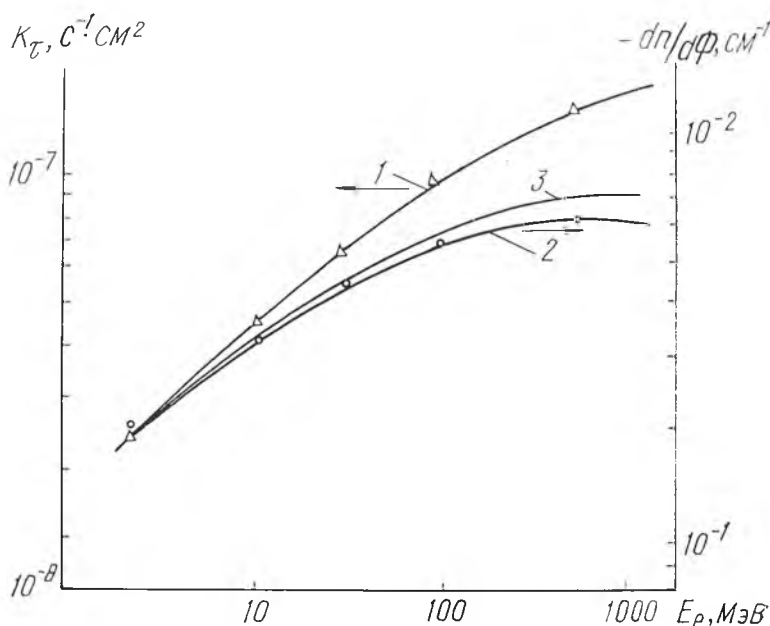


Рис. 1. Энергетические зависимости K_τ (1) и НСУН (2) в зонном n -Si ($\rho = 100$ Ом·см); расчетная зависимость числа смещенных атомов (η_s), нормированная к энергии 2,5 МэВ (3)

равновесных носителей заряда измерялось фазовым методом. Уровень возбуждения изменялся в интервале от 10^{-4} до 10^0 с помощью постоянной собственной подсветки. Для сравнения идентичные образцы облучались таким образом, чтобы степеней компенсации в них после воздействия электронами разных энергий была примерно одинаковой.

На рис. 1 приведены энергетические зависимости коэффициента K_t радиационного изменения τ и начальной скорости (НСУН) удаления носителей заряда $\left(-\frac{dn}{d\Phi}\right)$ в зонном n -Si. Здесь же (кривая 3) дана

теоретически рассчитанная зависимость числа смещенных атомов (η_s) от энергии бомбардирующих электронов. Возрастание энергии электронов приводит к повышению концентрации рекомбинационных центров, а тем самым и K_t , как это наблюдается на опыте (кривая 1). Однако, если сравнить ход кривых 1 и 3, оказывается, что при $E_e > 10$ МэВ K_t увеличивается быстрее образующихся при облучении смещений. Такое несогласие расчета с экспериментом можно объяснить вкладом в рекомбинационный процесс вводимых облучением ОСД [2]. Действительно, дефекты, локализованные в ОСД и окруженные потенциальным барьером ψ для основных носителей заряда, имеют значительно большие величины сечений захвата неосновных носителей по сравнению с равномерно распределенными в объеме кристалла дефектами [3]. В этом случае K_t определяется не только концентрацией центров рекомбинации, но и их пространственным распределением. При одинаковом числе произведенных облучением смещений K_t будет тем больше, чем выше эффективность введения ОСД. При $E_e > 10$ МэВ не совпадают также энергетические зависимости НСУН и η_s . Как следует из результатов эксперимента (кривая 2) с ростом E_e НСУН увеличивается слабее, чем η_s . По нашему мнению, это связано с тем, что электроны с $E_e > 10$ МэВ создают ОСД, причем часть дефектов входит в состав нейтральной (не удаляющей носители) части ядра ОСД [4]. По этой причине число РД, удаляющих носители, будет несколько меньшим по сравнению с количеством производимых облучением смещений.

Образование ОСД при $E_e > 10$ МэВ приводит к наблюдаемой на опыте (рис. 2) повышенной (по отношению к облучению идентичных образцов гамма квантами Co^{60} и электронами с $E_e = 2,5$ МэВ) чувствительности времени жизни неравновесных носителей заряда к уровню возбуждения $x \equiv \frac{\Delta n}{n_0}$ ($\Delta n = n - n_0$, n — неравновесная, а n_0 — равновесная концентрация электронов проводимости). Как видно, с увеличением E_e чувствительность τ к уровню возбуждения возрастает, и зависимость $\tau(x)$ смещается в область низких значений x . Действительно, $\frac{\tau}{\tau_0} = \frac{1 + bx}{1 + x}$ [5]. При рекомбинации носителей через уровень РД в верхней половине запрещенной зоны $b = \left(1 + \frac{\sigma_p}{\sigma_n}\right) \frac{n_0}{n_0 + n_1}$. Здесь σ_p и σ_n — сечения захвата дырок и электронов на уровень РД, а $n_1 = N_c \exp\left(-\frac{\Delta E}{kT}\right)$, где N_c — эффективная плотность свободных состояний в зоне проводимости и ΔE — энергетический уровень центра рекомбинации. Если центры рекомбинации вхо-

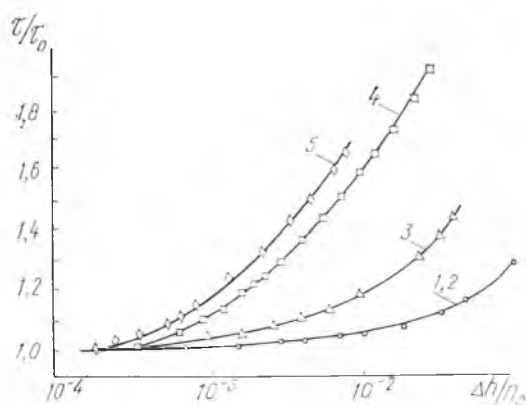


Рис. 2. Инжекционные зависимости τ в тянутом n -Si ($\rho = 100$ Ом·см). Облучения: γ -кванты Co^{60} (1); электроны E_e , МэВ: 2,5 (2); 10 (3); 100 (4); 1200 (5)

образованию ОСД при $E_e > 10$ МэВ приводит к наблюдаемой на опыте (рис. 2) повышенной (по отношению к облучению идентичных образцов гамма квантами Co^{60} и электронами с $E_e = 2,5$ МэВ) чувствительности времени жизни неравновесных носителей заряда к уровню возбуждения $x \equiv \frac{\Delta n}{n_0}$ ($\Delta n = n - n_0$, n — неравновесная, а n_0 — равновесная концентрация электронов проводимости). Как видно, с увеличением E_e чувствительность τ к уровню возбуждения возрастает, и зависимость $\tau(x)$ смещается в область низких значений x . Действительно, $\frac{\tau}{\tau_0} = \frac{1 + bx}{1 + x}$ [5]. При рекомбинации носителей через уровень РД в верхней половине запрещенной зоны $b = \left(1 + \frac{\sigma_p}{\sigma_n}\right) \frac{n_0}{n_0 + n_1}$. Здесь σ_p и σ_n — сечения захвата дырок и электронов на уровень РД, а $n_1 = N_c \exp\left(-\frac{\Delta E}{kT}\right)$, где N_c — эффективная плотность свободных состояний в зоне проводимости и ΔE — энергетический уровень центра рекомбинации. Если центры рекомбинации вхо-

дят в ОСД, то $b^* = \left(1 + \frac{\sigma_p^*}{\sigma_n^*}\right) \frac{n_0}{n_0 + n_1^*}$, где $\frac{\sigma_p^*}{\sigma_n^*} = \frac{\alpha_p \sigma_p}{\alpha_n \sigma_n} = \frac{\sigma_p}{\sigma_n} \exp\left(\frac{2\psi}{kT}\right)$

асимметрия эффективных сечений захвата носителей на уровни входящих в состав ОСД центров рекомбинации, $n_1^* = n_1 \alpha_n^{-1}$, а $\alpha_n^{-1} = \alpha_p = \exp\left(\frac{\psi}{kT}\right)$.

Поэтому наличие окружающего ОСД потенциального барьера ψ приводит к увеличению асимметрии эффективных сечений захвата носителей, в силу чего чувствительность τ к уровню возбуждения будет более высокой, чем в том случае, когда при облучении вводятся только равномерно распределенные ($\psi=0$) в объеме кристалла точечные РД (облучение гамма-квантами Co^{60} и электронами 2,5 МэВ). В результате этого, как показывают эксперимент и расчет, коэффициент K_τ снижается по мере увеличения уровня инжекции, причем более сильно в кристаллах, содержащих ОСД. В табл. 1 приведены коэффициенты $\xi(x) = \frac{K_\tau(x)}{K_\tau(0)}$ для различных видов облучений.

Таблица 1

Значения коэффициентов ξ при различных видах облучения и уровнях возбуждения x ($T = 300$ К) в n -кремнии ($\rho \approx 10$ Ом·см)

Вид облучения	x					
	10^{-4}	10^{-3}	10^{-2}	10^{-1}	10^0	10^1
Электроны $E_e < 10$ МэВ, γ -кванты Co^{60}	1	1	1	0,7	0,4	0,5
Электроны $E_e \sim 30-50$ МэВ	1	1	0,7	0,4	0,2	0,3
Электроны $E_e \geq 100$ МэВ, нейтроны реактора	1	0,7	0,4	0,2	0,1	0,2

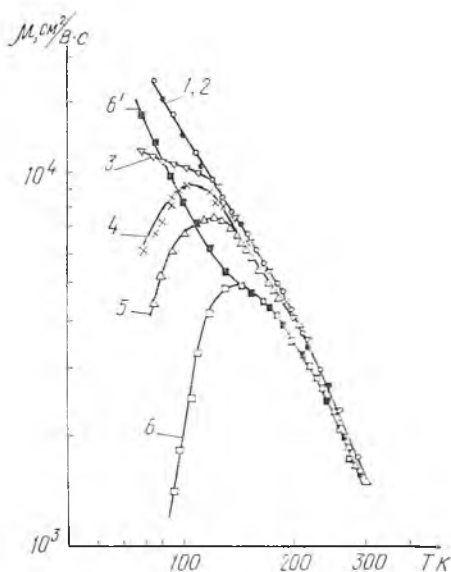


Рис. 3. Температурные зависимости холловской подвижности в тянутом n -Si ($\rho = 15$ Ом·см). Облучение электронами E_e , МэВ: 3,8 (2); 10 (3); 30 (4); 100 (5); 600 (6, 6'); с подсветкой (6'); до облучения (1)

Холловская подвижность носителей заряда весьма чувствительна к присутствию в объеме сложных структурных нарушений. Если области пространственного заряда (ОПЗ) таких РД перекрыты, то в интервале относительно низких температур обычно есть участок аномально быстрого изменения μ_H с температурой [6]. Такие зависимости $\mu_H(T)$ наблюдались нами на образцах, облученных электронами с $E_e > 10$ МэВ (рис. 3). При более низких энергиях бомбардирующих электронов ($E_e = 2,5; 3,8$ МэВ) ход кривых $\mu_H(T)$ совпадает с аналогичной зависимостью для необлученных кристаллов. Некоторые отклонения наблюдаются лишь после воздействия электронами с $E_e = 10$ МэВ (кривая 3), хотя концентрация ОСД в этом случае не очень велика. Лишь облучение электронами с $E_e \geq 30$ МэВ приводит к образованию ОСД в концентрациях, достаточных для перекрытия ОПЗ. Заметим, что степень компенсации

образцов при всех энергиях электронов (2,5; 3,8; 10; 30; 100 МэВ) была примерно одинаковой. Поэтому наблюдаемые на опыте особенности в процессах рассеяния носителей заряда обусловлены присутствием ОСД в объеме кристалла, так как введение только равномерно распределенных в объеме точечных рассеивающих центров ($E_e = 2,5$ и $3,8$ МэВ) не приводит к аномальным температурным зависимостям μ_n . При подсветке образцов, содержащих ОСД, светом из области собственного поглощения исчезает участок аномально быстрого изменения μ_n с температурой (кривая b'). Это объясняется тем, что при подсветке из-за ионизации РД в ОСД и матрице кристалла возрастает концентрация свободных носителей заряда в зоне проводимости, уменьшается связанный заряд ОСД и высота потенциального барьера ψ . Все это в совокупности приводит к уменьшению объема ОПЗ (снятию перекрытия ОПЗ отдельных ОСД) и устранению блокирующего действия ОСД, что и наблюдается экспериментально. После выключения «собственной» подсветки в облученных кристаллах кремния имеют место так называемые длинновременные релаксации проводимости (ДРП), анализ которых свидетельствует о наличии потенциальных барьеров, препятствующих захвату основных носителей заряда. Хотя ДРП были также и в образцах, облученных электронами 2,5 МэВ, но кратность ДРП [7] из-за захвата областями неосновных носителей возрастает при увеличении E_e . Кривые ДРП характеризуются наличием «быстрого» и «медленного» участков релаксации. Релаксационное время жизни неравновесных носителей на «медленном» участке равно 10^3 — 10^4 с. Для кремния n -типа «эффективное» сечение захвата областями основных носителей [заряда $\sigma_n^* = (nvt)^{-1} \simeq 10^{-24}$ см², то, полагая $\sigma_n^* = \sigma_n \exp\left(-\frac{\psi}{kT}\right)$ [8] и учитывая, что $\sigma_n \simeq 10^{15}$ см² для большинства РД (А-центры, дивакансии и др.), получаем $\psi = 0,12 \pm 0,02$ эВ ($T = 78$ К). Заметим, что оцененная величина ψ характеризует ОСД через 10^3 — 10^4 с после выключения подсветки. В стационарных условиях (в темноте) величина ψ имеет, по-видимому, более высокие значения.

Таким образом, результаты комплексных исследований свидетельствуют в пользу того, что при энергии электронов $E_e \gtrsim 10$ МэВ в кремнии образуются ОСД, присутствие которых в объеме кристалла приводит к наблюдаемым на опыте специфическим особенностям в изменении n , μ , τ . Некоторые из параметров ОСД были получены на основании расчета, выполненного в предположении, что пороговые энергии образования точечных и групповых (ОСД) дефектов равны, как это следует из полученных результатов и литературных данных [2, 9], соответственно $T_d = 13$ эВ и $T_d^{\text{ОСД}} = 5$ кэВ. Считалось, что во всем интервале значений энергии бомбардирующих электронов основным механизмом их взаимодействия с атомами кремния является упругое кулоновское рассеяние. Используемые при расчетах значения сечений образования точечных (σ_d) и групповых ($\sigma_d^{\text{ОСД}}$) дефектов, а также средние энергии ($\bar{T}$ и $\bar{T}_{\text{ОСД}}$) первично выбитых атомов (ПВА) рассчитывались по формулам [10], описывающим взаимодействие электронов высоких энергий с веществом. Что касается максимальной энергии (E_m) ПВА, то она согласно [11] принималась равной $E_m = \frac{560,8}{A} (\epsilon + 2) \epsilon$, где $\epsilon = \frac{E_e}{mc^2}$. Воспользовавшись данными Линдхарда, приведенными в [1, 12], находили энергию ПВА $G(T)$, теряемую при упругих столкновениях с атомами решетки. В предположении, что $\bar{v}(T) = v(\bar{T})$ определялась каскадная функция как $\bar{v}(T) = \frac{G(T)}{2T_d}$ [11]. Полученные значения эффективностей введения точечных дефектов (η_s) и локализованных в ОСД ($\eta_s^{\text{ОСД}}$), а также рассчитанная в процентах доля $\frac{\eta_s^{\text{ОСД}}}{\eta_s}$ приведены в табл. 2. Из анализа этих данных следует, что с ростом энергии бомбардирующих электронов возрастает как скорость введения точечных РД, так и дефектов, входящих в ОСД. Как видно, при $E_e > 100$ МэВ

доля локализованных в ОСД дефектов практически достигает насыщения ($\sim 30 - 35 \%$).

Таблица 2

Параметры ПВА и эффективности введения дефектов точечных и в ОСД в кремнии, облученном электронами

E_e , МэВ	E_M , КэВ	$\bar{T}_{\text{ОСД}}$, КэВ	$G(\bar{T})$, КэВ	τ_{is} , см ⁻¹	$\tau_{is}^{\text{ОСД}}$, см ⁻¹	$\tau_{is}^{\text{ОСД}}/\tau_{is}$, %
2,5	0,7	—	—	5,8	—	—
5	2,3	—	—	8,0	—	—
8	5,5	5,2	4,2	9,6	0,019	0,09
10	8,4	6,4	4,8	10,4	0,20	1,9
30	71,2	10,5	7,3	14,4	2,2	15,4
100	772	20,4	12,7	18,8	4,8	25,3
600	27584	38,0	21,5	25,6	8,1	31,8
1200	110246	45,0	25,0	28,2	9,4	33,5

По данным табл. 2 и значениям расчетных [13] величин пробегов ионов кремния различных энергий в кремнии, были оценены (в предположении сферичности образующихся ОСД) некоторые параметры ОСД, создаваемых электронами различных энергий. В табл. 3 приведены результаты такого расчета, где $N_{\text{ОСД}}$ — полное число смещений в ОСД, r — радиус ОСД, $N_d^{\text{ОСД}}$ — плотность смещений в ОСД. Полученные результаты показывают, что при увеличении энергии электронов от 8 до 1200 МэВ увеличиваются размеры образующихся ОСД. Хотя при этом увеличивается и число входящих в ОСД дефектов, но, как видно из табл. 3, плотность дефектов в ОСД уменьшается с ростом E_e .

Таблица 3

Расчетные параметры ОСД в кремнии при облучении электронами различных энергий

E_e , МэВ	$N_{\text{ОСД}}$	r , Å	$N_d^{\text{ОСД}}$, см ⁻³
8	161,5	45,5	$4,1 \cdot 10^{23}$
10	182,7	53,9	$2,8 \cdot 10^{20}$
30	281	75,5	$1,6 \cdot 10^{20}$
100	489	135,5	$4,7 \cdot 10^{19}$
600	827	246,4	$1,3 \cdot 10^{19}$
1200	962	292,5	$9,2 \cdot 10^{18}$

В заключение заметим, что вследствие аннигиляции первичных РД в каскаде смещений и диффузии их из каскада реальные параметры ОСД в кремнии, облученном электронами различных энергий могут отличаться от рассчитанных нами. Однако полученными результатами можно воспользоваться для качественных оценок при интерпретации данных эксперимента.

ЛИТЕРАТУРА

1. Коноплева Р. Ф., Остроумов В. И. Взаимодействие заряженных частиц высоких энергий с германием и кремнием.— М., 1975.
2. Иванов Г. М., Сирота Н. Н. Радиационные дефекты в полупроводниках: Расширенные тез. докл. Всесоюз. симпозиума.— Минск, 1972, с. 56.
3. Лугаков П. Ф., Шуша В. В.— ФТП, 1979, т. 13, № 9, с. 1739.
4. Касилов В. И., Лугаков П. Ф., Маслов Н. И., Филиппов И. М.— ФТП, 1978, т. 12, № 8, с. 1636.
5. Рывкин С. М. Фотоэлектрические явления в полупроводниках.— М., 1963.
6. Шик А. Я.— ФТП, 1977, т. 10, № 9, с. 1758.
7. Шейкман М. К., Шик А. Я.— ФТП, 1976, т. 10, № 2, с. 209.
8. Коноплева Р. Ф., Юферев А. А.— ФТП, 1975, т. 9, № 3, с. 413.
9. Loferski J. J., Rappaport P.— Phys. Rev., 1958, v. 3, № 2, p. 432.
10. Kinley W. A. Mc., Feshbach H.— Phys. Rev., 1948, v. 74, № 12, p. 1759.
11. Кинчин Г. Н., Пиз Р. С.— Успехи физических наук, 1956, т. 60, № 4, с. 590.
12. Lafond J. C.— These. Doc. es. Sci., Toulouse, 1969.
13. Кумахов М. А., Комаров Ф. Ф. Энергетические потери и пробеги ионов в твердых телах.— Минск, 1979.

Поступила в редакцию
03.02.81.

НИИ ПФП

УДК 518.74

В. В. ГОЛЕНКОВ

АРХИТЕКТУРА СИСТЕМ ПЕРЕРАБОТКИ ДИСКРЕТНОЙ ИНФОРМАЦИИ, ПОСТРОЕННЫХ НА БАЗЕ МНОГОПРОЦЕССОРНЫХ ГРАФОВЫХ АВТОМАТОВ

Данная работа является продолжением работ [1, 2] и посвящена анализу одного из подходов к построению систем, ориентированных на решение информационно-логических задач, исследованию их архитектуры и принципов логической организации.

В ходе расширения областей применения ЭВМ наблюдается тенденция более быстрого роста объема неарифметических вычислений, которая проявляется в автоматизированных системах управления, системах автоматизированного проектирования, информационно-поисковых, информационно-логических, роботехнических (в очувствленных роботах), системах искусственного интеллекта. Информационно-логические задачи, которые в основном приходится решать в этих системах, характеризуются наличием обобществляемых многими программами массивов данных (баз данных) со сложной и меняющейся в ходе решения задачи структурой произвольного вида, комбинаторным характером преобразований, массовости информационно-поисковых операций.

Решение информационно-логических задач на современных ЭВМ сопряжено с большими трудностями, одним из путей преодоления которых является разработка вычислительной системы, аппаратно интерпретирующей язык информационно-логического программирования. Такая постановка вопроса требует пересмотра существующих языков информационно-логического программирования в плане их адаптации к использованию в качестве внутренних языков. Поскольку традиционные ЭВМ не приспособлены к решению информационно-логических задач, разработка внутреннего языка вычислительной системы, ориентированной на решение задач этого класса, означает по существу поиск новых, нетрадиционных принципов автоматической переработки информации.

Если говорить о неприспособленности традиционных ЭВМ к решению информационно-логических задач, можно отметить следующие причины.

Сложноструктурированные данные плохо согласуются с линейной организацией памяти, линейное представление сложных структур является громоздким, многоуровневым и неоднозначным.

Информационно-поисковые операции (операции ассоциативного доступа к нужным фрагментам перерабатываемых данных) реализуются достаточно сложно (в особенности, если необходимо организовать ассо-

циативный доступ по произвольному набору и произвольному сочетанию признаков), поскольку в памяти традиционной ЭВМ приходится оперировать не самими данными, а их линейными представлениями. Для сокращения времени доступа к нужным фрагментам перерабатываемых данных часто приходится дублировать информацию, наращивать линейное представление данных всевозможной вспомогательной информацией, что еще более усложняет процесс их переработки.

Переработка нечисловой сложноструктурированной информации сводится в традиционных ЭВМ к весьма мелким операциям. Эта особенность и практическая невозможность повысить уровень машинных операций переработки сложных структур также в известной мере обусловлена линейностью организации памяти традиционных ЭВМ. В частности, это вызвано тем, что локальному преобразованию сложной структуры в общем случае будет соответствовать нелокальное преобразование линейного представления этой структуры.

Необходимо также отметить, что разработка АСУ и интеллектуальных роботов, действующих в реальном масштабе времени, накладывает жесткие ограничения на время решения сложных информационно-логических задач, что требует глубокого распараллеливания процессов их решения, а следовательно, и пересмотра традиционной организации переработки информации более серьезного, чем при построении средств, ориентированных на решение информационно-логических задач, к которым не предъявляются высокие требования по быстродействию.

В данной работе предлагается следующий подход к построению быстродействующих нетрадиционных систем переработки информации, архитектура и организация которых ориентированы на решение информационно-логических задач.

1. Рассматриваемая система осуществляет аппаратную интерпретацию сложных структур данных и переработку их непосредственно на физическом уровне. Такой подход требует создания структурно-перестраиваемой запоминающей среды, обеспечивающей хранение и переработку графов. Такая среда характеризуется тем, что информация в ней кодируется связями между элементами запоминающей среды, а переработка информации сводится к изменению конфигурации этих связей (стирание одних связей и проведение других). Напомним, что переработка информации в памяти традиционных ЭВМ сводится к изменению состояний элементов памяти (перевод их из «единичного» состояния в «нулевое» или наоборот).

2. Система выполняет аппаратное манипулирование графовыми структурами, представляющими собой запись формальных теорий в виде семантических сетей.

3. С точки зрения архитектуры предлагаемая система — однородная вычислительная структура, являющаяся коллективом функциональных элементов, связанных между собой коммутационной структурой. Процесс переработки информации в такой вычислительной структуре рассматривается как процесс преобразования графа, вершинами которого будут функциональные элементы, а дугами — коммутируемые каналы связи между ними.

Система решения информационно-логических задач названа нами однородной программно-перестраиваемой вычислительной структурой, ориентированной на переработку семантических сетей (ОВСПСС). Структурная перестраиваемость памяти ОВСПСС обусловлена тем, что перерабатываемая в ней информация кодируется конфигурацией скомутированных каналов связи между функциональными элементами. Так как функциональные средства ОВСПСС оказываются равномерно распределенными по памяти, ее можно назвать процессоро-памятью. Необходимо отметить еще одну очень важную особенность ОВСПСС — единство структуры (структура связей между функциональными элементами) и внутреннего языка (способ представления информации в памяти).

Целесообразность рассмотренного подхода к построению систем, ориентированных на решение информационно-логических задач обусловлена следующими обстоятельствами.

1. Графовые структуры есть наиболее общий вид структур данных.

2. Результаты исследований по интеллектуальным роботам и системам искусственного интеллекта привели к пониманию того, что, во-первых, способ представления знаний в памяти системы, принципы организации памяти во многом определяют эффективность системы и, во-вторых, наиболее перспективные методы представления знаний основываются на использовании семантических сетей, которые иногда называют смысловыми графами, концептуальными графами, концептуальными моделями данных. Семантическая сеть представляет собой графовую структуру, обладающую следующей семантической особенностью: каждому понятию описываемой этой графовой структурой предметной области соответствует одна и только одна обозначающая это понятие вершина, а связи между понятиями описываемой предметной области соответствуют ребрам, дугам, гиперребрам, гипердугам рассматриваемой графовой структуры. Указанная особенность семантических сетей обуславливает их компактность, однозначность и ассоциативность, что, в свою очередь, позволяет существенно упростить переработку информации, если информацию представлять в виде семантических сетей.

3. Описание неограниченных предметных областей требует использования формальных теорий и поэтому переработку информации, описывающей эти предметные области, естественно организовать как переработку соответствующих им формальных теорий.

4. Развиваемые в настоящее время подходы к разработке параллельных вычислительных систем — это всевозможные системы взаимосвязанных процессоров, каждый из которых обычно строится по традиционным принципам. Одной из основных проблем, возникающих при разработке параллельных вычислительных систем, является проблема разбиения задачи на подзадачи по критерию минимизации объема обмениваемой информации между процессорами и обеспечения равномерной постоянной загрузки всех процессоров. Как выяснилось, не удается разработать метод разбиения задач на подзадачи, чтобы он был эффективен для любого класса задач, поэтому конкретные параллельные вычислительные системы оказываются в большинстве своем ориентированными на определенные классы задач. В отличие от этого ОВСПСС можно считать предельным случаем параллельных вычислительных систем в том смысле, что решаемая в ней задача не требует расчленения на подзадачи, решаемые ее функциональными элементами, а перерабатываемая в ней информация не требует разбиения на части, каждая из которых записывается и перерабатывается в памяти некоторого функционального элемента.

Таким образом, функциональные элементы ОВСПСС значительно проще функциональных элементов однородных вычислительных структур других типов, поскольку они должны обеспечивать только формирование команд построения новых и разрушения имеющихся каналов связи между функциональными элементами на основе «знания» структуры графа конфигурации каналов связи в некоторой своей окрестности. Кроме того, равномерное распределение функциональных средств по запоминающей среде обеспечивает максимальное распараллеливание процесса переработки информации, которая осуществляется непосредственно в самой памяти (не требуется передача информации из памяти в процессор и обратно) и параллельно возбуждаются все те зоны памяти, в которых содержатся вычисленные (готовые к переработке) операнды. Последнее означает, что ОВСПСС является машиной, управляемой потоком данных.

Аналогами предлагаемого нами подхода к организации вычислений являются алгоритмы Колмогорова и графовые автоматы, т. е. автоматы, реализующие грамматики на графах ОВСПСС, можно рассматривать

как техническую реализацию некоторого абстрактного графового автомата. О целесообразности непосредственной аппаратной интерпретации структур данных в системах переработки информации говорится в работах Я. Чу [3]. Идея использования структурно-перестраиваемых запоминающих сред в роботехнических системах была высказана В. П. Гладуном [4]. Системы переработки информации, изменяющие свою структуру при изменении условий решаемых ими задач, исследуются в работах Д. А. Поспелова [5]. В этих работах системы указанного типа названы гиоматами. Аналогичный подход к построению высокоорганизованных систем рассматривается в работах З. Л. Рабиновича [6], Н. М. Амосова и А. М. Касаткина [7].

К техническим предпосылкам построения ОВСПСС можно отнести высокий уровень современной микроэлектронной технологии и накопленный опыт разработки микропроцессоров; успехи в создании однородных микроэлектронных вычислительных структур, а также коммутационных структур (в частности, в ОВСПСС представляется возможным использование однородных регистровых коммутационных структур); опыт, накопленный по разработке устройств переработки графов и специализированных процессоров для решения задач на графах, а также по построению физических моделей нейронных сетей и использованию нейроподобных сетей для моделирования функций искусственного интеллекта и, в частности, для управления роботами; опыт, накопленный при разработке нетрадиционных ЭВМ, например, ЭВМ с аппаратной интерпретацией языков высокого уровня, ЭВМ с ассоциативной памятью, ЭВМ с распределенными функциональными средствами.

В качестве способа представления данных в памяти ОВСПСС нами предложен графовый код, тексты которого являются семантическими сетями, представленными в виде непомеченных орграфов [8]. В рамках графового кода разработан способ записи формальных логических систем, который назван нами языком исчисления текстов графового кода и опробован на записи геометрии Евклида [9]. В качестве внутреннего алгоритмического языка ОВСПСС предложено некоторое расширение языка исчисления текстов графового кода [10], названное нами языком алгоритмов на текстах графового кода.

ЛИТЕРАТУРА

1. Голенков В. В. Графовый автомат как система переработки дискретной информации.—Рукопись деп. в ВИНТИ, ч. 1, № 3233-81. Деп. от 01.07.81; ч. 2, № 3234-81. Деп. от 01.07.81.
2. Голенков В. В. Сравнительный анализ многопроцессорного графового автомата МГА1.—Рукопись деп. в ВИНТИ, № 3231-81. Деп. от 01.07.81.
3. Chu J.—Proc. IEEE Symp. on Computer Architecture, 4 th. New York, 1977.
4. Гладун В. П. Эвристический поиск в сложных средах.— Киев, 1977.
5. Поспелов Д. А., Пушкин В. Н. Мышление и автоматы.— М., 1972.
6. Рабинович З. Л.—Кибернетика, 1979, № 2.
7. Амосов Н. М., Касаткин А. М., Касаткина Л. М.—В сб.: Труды IV Международной объединенной конференции по искусственному интеллекту, т. 9.— М., 1975.
8. Голенков В. В. Графовая модель баз данных.—Рукопись деп. в ВИНТИ, № 3697-81. Деп. от 23.07.81.
9. Голенков В. В., Астрейко А. П. Представление математических текстов в виде графовых грамматик.—Рукопись деп. в ВИНТИ, 1, № 3032-80. Деп. от 14.07.80; II, № 3032-80. Деп. от 14.07.80.
10. Голенков В. В. Представление алгоритмов в памяти графового автомата.—Рукопись деп. в ВИНТИ, № 3232-81. Деп. от 01.07.81.



УДК 517.9

Б. С. КАЛИТИН

К УСТОЙЧИВОСТИ СУЩЕСТВЕННО НЕЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ

Метод функций Ляпунова [1] позволяет изучать устойчивость решений, описываемых дифференциальными уравнениями с существенно нелинейной правой частью. Дополненный идеей использования знакоопределенных функций со знакопостоянной производной по времени [2—4], метод приобрел большое практическое значение (см [5]). Наряду с этим в [6] отмечено, что для установления свойства асимптотической устойчивости и устойчивости в целом стационарных систем можно воспользоваться и знакопостоянными функциями Ляпунова. Примеры применения таких функций содержатся в [7]. К последним примыкают и предлагаемые исследования.

Пример 1. Рассмотрим систему

$$\begin{cases} \dot{x}_i = \sum_{k=m}^{\infty} P_i^{(k)}(x) + \sum_{s=\nu}^{\infty} X_i^{(s)}(x) \alpha_{is}(y), \\ \dot{y} = Y(x, y) \end{cases} \quad (1)$$

где $x = (x_1, \dots, x_p)$, $y = (y_1, \dots, y_q)$, $m \geq 1$, $\nu \geq 1$; $P_i^{(k)}$ и $X_i^{(k)}$ — однородные формы k -ой степени по компонентам вектора x , а α_{is} — аналитические функции, исчезающие при $y=0$. Предположим, что ряды в правой части (1) равномерно сходятся в достаточно малой окрестности начала координат Евклидова пространства R^{p+q} . Кроме того, пусть вектор-функция Y непрерывна, $Y(0, 0) = 0$ и в шаре $B_H = \{z \in R^{p+q} : \|z\| < H\}$, $H > 0$, принадлежащем указанной окрестности, выполнены условия существования и единственности решений системы (1).

В случае, когда Y — голоморфная в окрестности начала координат функция, к системе (1) приводятся многие системы, соответствующие тем или иным критическим случаям [9—10].

Заметим, что система (1) обладает интегральной поверхностью $x=0$. Попытаемся построить знакопостоянную функцию Ляпунова переменной x , удовлетворяющую всем требованиям теоремы 1 [6].

Рассмотрим систему в некотором смысле первого приближения для первой группы уравнений (1)

$$\dot{x}_i = P_i^{(m)}(x), \quad i = \overline{1, p}. \quad (2)$$

Предположим, что нулевое решение этой системы асимптотически устойчиво. Тогда по теореме 36 [10] с учетом [10, с. 138] существует функция Ляпунова V в виде формы $(r+1-m)$ -ой степени по переменным $x_1, \dots, x_p$, являющаяся определенно положительной функцией, производная которой, $\dot{V} = W$, вдоль решений системы (2) определенно отрицательна. Здесь r — достаточно большое натуральное число. Вычислим теперь

полную производную по времени от $V(x)$ в силу системы (1). Легко видеть, что при условии $r=v$ эта производная представима в виде $\frac{dV(x)}{dt} = W(x) + O(\|x\|^r) \alpha(y) + o(\|x\|^r)$, $\alpha(0) = 0$. Следовательно, при достаточно малых отклонениях норм $\|x\|$ и $\|y\|$ будет выполнено неравенство $dV(x)/dt$, если $x \neq 0$. Таким образом, если $r=v$, то для системы (1) существует знакоположительная функция Ляпунова, производная по времени от которой в силу этой системы является знакоотрицательной функцией в достаточно малой окрестности начала координат. Эта функция обращается в нуль на интегральной поверхности, на которой система (1) принимает вид

$$\dot{y} = Y(0, y). \quad (3)$$

Если нулевое решение системы (3) асимптотически устойчиво, то (см. [3, 10]) существует окрестность точки $y=0$, не содержащая ненулевых отрицательных полутраекторий. Поэтому условие 2) теоремы 1 [6] выполняется. Условие 3) этой теоремы заведомо выполнено, ибо в данном случае $M \setminus M_0 = \emptyset$.

Итак, пришли к следующему утверждению.

Теорема 1. Пусть для системы (2) существует определенно положительная функция Ляпунова в виде формы не выше $(v+1-m)$ -ой степени по переменным $x_1, \dots, x_p$, полная производная по времени от которой в силу этой системы — определенно отрицательная форма v -ой степени. Тогда, если нулевое решение системы (3) асимптотически устойчиво, то нулевое решение системы (1) также асимптотически устойчиво.

Следствие. Если $m=1$ и нулевое решение системы (2), (3) асимптотически устойчиво, то нулевое решение системы (1) также асимптотически устойчиво.

Действительно, в этом случае по известной теореме Ляпунова [1] форму V можно всегда выбрать квадратичной.

Пример 2. Пусть задана механическая система с голономными стационарными связями, положение которой определяется обобщенными координатами $q = (q_1, \dots, q_n)$, а движение ее описывается векторным уравнением Лагранжа второго рода $\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial T}{\partial q} = Q(q, \dot{q})$ ($\dot{q} = \frac{dq}{dt}$).

Предположим, что кинетическая энергия системы $T = \frac{1}{2} \dot{q}' E \dot{q}$, а нелинейные обобщенные силы имеют вид $Q(q, \dot{q}) = - \left[\frac{\partial \alpha(q)}{\partial \dot{q}} + h(q, \dot{q}) E \right] \dot{q} - h(q, \dot{q}) \alpha(q)$, где E — единичная матрица, $\alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_n)$. Будем считать, что вектор-функция α непрерывно дифференцируема, равна нулю при $q=0$, а h — непрерывная скалярная функция.

Итак, мы имеем следующую систему дифференциальных уравнений второго порядка: $\ddot{q} + \left[\frac{\partial \alpha(q)}{\partial \dot{q}} + h(q, \dot{q}) E \right] \dot{q} - h(q, \dot{q}) \alpha(q)$.

Теорема 2. Если выполнены условия: а) все собственные числа матрицы $-\partial \alpha(0)/\partial \dot{q}$ имеют отрицательные действительные части; в) $h(q, \dot{q}) > 0$ в достаточно малой окрестности значений $q=0, \dot{q}=0$, то невозмущенное движение $q=\dot{q}=0$ асимптотически устойчиво относительно обобщенных координат q и обобщенных скоростей $\dot{q}$.

Доказательство. Рассмотрим скалярное произведение $V(q, \dot{q}) = [\dot{q} + \alpha(q)]' [\dot{q} + \alpha(q)]$. Ясно, что $V(q, \dot{q}) \geq 0$, а производная по времени, вычисленная от V в силу уравнений движения, $\dot{V}(q, \dot{q}) = -h(q, \dot{q}) [\dot{q} + \alpha(q)]' [\dot{q} + \alpha(q)]$. В силу в) $\dot{V}(q, \dot{q}) \leq 0$, причем $M=M_0$ (см. теорему 1 [6]), поэтому выполнены условия 1) и 3) теоремы 1 [6]. Кроме того, поверхность $\dot{q} + \alpha(q) = 0$, как нетрудно проверить, интегральная, и на ней с учетом а) решение $q=0$ асимптотически устойчиво. Условие 2) теоремы 1 [6] проверяется так же, как и в теореме 1. Утверждение теоремы 2 поэтому следует из теоремы 1 [6].

ЛИТЕРАТУРА

1. Ляпунов А. М. Общая задача об устойчивости движения.— М., 1950.
2. Барбашин Е. А. и Красовский Н. Н.— Докл. АН СССР, 1952, т. 86, № 3, с. 453.
3. Красовский Н. Н. Некоторые задачи теории устойчивости движения.— М., 1959.
4. Ла-Салль Ж., Лефшец С. Исследование устойчивости прямым методом Ляпунова.— М., 1964.
5. Барбашин Е. А. Функции Ляпунова.— М., 1970.
6. Булгаков Н. Г., Калитин Б. С.— Весті АН БССР, 1978, № 3, с. 32.
7. Булгаков Н. Г., Калитин Б. С.— Весті АН БССР, 1979, № 1, с. 70.
8. Малкин И. Г. Устойчивость движения.— М., 1966.
9. Каменков Г. В.— Сб. трудов Казанского авиац. ин-та, 1939, № 9.
10. Зубов В. И. Устойчивость движения.— М., 1973.

Поступила в редакцию
24.10.80.

Кафедра МОУ

УДК 519.21

В. П. КИРЛИЦА

ОБ ОДНОЙ ЗАДАЧЕ СТОХАСТИЧЕСКОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ С ЛИНЕЙНЫМИ РЕШАЮЩИМИ ПРАВИЛАМИ

Рассмотрим следующую задачу стохастического программирования:

$$M(c'x) \rightarrow \max, \quad (1)$$

$$P \left\{ \sum_{i=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i \right\} \geq p_i, \quad i = \overline{1, m}. \quad (2)$$

Будем считать матрицу $A = \|a_{ij}\|$ детерминированной, а b и c независимыми случайными векторами. Зададим решающее правило в виде

$$x = Db, \quad (3)$$

где D — неизвестная детерминированная матрица размера $n \times m$. Найти решение задачи (1)—(3) — значит вычислить элементы d_{ij} матрицы D , при которых $M(c'x)$ достигает своего максимального значения при ограничениях (2), (3).

Подробная библиография работ по стохастическому программированию содержится в монографиях [1, 2].

В монографии [1] поставленная задача (1)—(3) решена в предположении, что составляющие вектора ограничений распределены нормально. Однако метод, предложенный в указанной монографии для решения задачи (1)—(3), не применим для других типов распределения компонент b_i вектора ограничений b .

В данной работе предлагается новый подход к решению задачи (1)—(3) в общем случае, т. е. когда компоненты b_i вектора ограничений b являются непрерывно распределенными случайными величинами.

Рассмотрим суть предлагаемого метода решения задачи (1)—(3). Преобразуем запись задачи (1)—(3) к эквивалентному детерминированному виду. Подставим (3) в выражение (1) для показателя качества решения задачи. Учитывая стохастическую независимость векторов c и b ,

$$\text{имеем } M(c'x) = M(c'Db) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n d_{ij} \bar{b}_i \bar{c}_j,$$

где $\bar{c}$ и $\bar{b}$ — математические ожидания векторов c и b . Приведем теперь условия (2) к эквивалентному детерминированному виду. Обозначим через $a_i = (a_{i1}, \dots, a_{in})$ i -ю строку матрицы A . Нетрудно видеть, что условия (2), (3) эквивалентны соотношениям

$$P \{a_i' Db - b_i \leq 0\} \geq p_i, \quad i = \overline{1, m}. \quad (4)$$

Случайная величина $a_i' Db - b_i$ является линейной комбинацией случай-

ных величин $b_i, i = \overline{1, m}$. Учитывая это нетрудно вычислить плотность распределения $p_i(x; D)$ этой случайной величины, которая зависит от элементов d_{ij} матрицы D . Если известны аналитические выражения для плотностей распределения $p_i(x; D)$, то, очевидно, вероятностные ограничения (4) эквивалентны следующим детерминированным ограничениям:

$$\int_{-\infty}^0 p_i(x; D) dx \geq p_i, i = \overline{1, m}.$$

Реализуем предлагаемый метод решения задачи для следующего простейшего типа распределения случайных величин $b_i, i = \overline{1, m}$. Предположим, что одна из компонент вектора ограничений b распределена равномерно, а остальные компоненты — детерминированные величины. Не ограничивая общности, будем считать, что величина b_1 равномерно распределена на интервале $[\alpha, \beta]$, а компоненты $b_2, \dots, b_m$ — детерминированные величины.

Введем следующие обозначения:

$$\overline{D} = \begin{bmatrix} d_{12} & \dots & d_{1m} \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ d_{n2} & \dots & d_{nm} \end{bmatrix}, d = \begin{bmatrix} d_{11} \\ d_{21} \\ \vdots \\ d_{n1} \end{bmatrix}, \overline{b} = \begin{bmatrix} b_2 \\ b_3 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix}.$$

Учитывая эти обозначения, вероятностные ограничения (4) можно записать в виде

$$P \{ b_1 (a'_1 d - 1) + a'_1 \overline{D} \overline{b} \leq 0 \} \geq p_1, \quad (5)$$

$$P \{ b_1 a'_i d + a'_i \overline{D} \overline{b} - b_i \leq 0 \} \geq p_i, i = \overline{2, m}. \quad (6)$$

Вероятностное ограничение (5) сведем к эквивалентному детерминированному ограничению. При этом важную роль играет знак выражения $a'_1 d - 1$. Если $a'_1 d - 1 = 0$, то ограничение (5) эквивалентно неравенству: $a'_1 \overline{D} \overline{b} \leq 0$. Если $a'_1 d - 1 > 0$, то соотношение (5) можно записать следующим образом: $P \left\{ b_1 \leq -\frac{a'_1 \overline{D} \overline{b}}{a'_1 d - 1} \right\} \geq p_1$. Учитывая, что b_1 распределена равномерно на интервале $[\alpha, \beta]$, последнее неравенство равносильно выполнению детерминированных неравенств

$$\begin{cases} [\alpha + p_1 (\beta - \alpha)] (a'_1 d - 1) + a'_1 \overline{D} \overline{b} \leq 0, \\ a'_1 d - 1 \geq 0. \end{cases} \quad (7)$$

Если $a'_1 d - 1 < 0$, то ограничение (5) можно записать в виде $P \left\{ b_1 < \frac{a'_1 \overline{D} \overline{b}}{1 - a'_1 d} \right\} \leq 1 - p_1$. Поскольку случайная величина b_1 распределена равномерно на интервале $[\alpha, \beta]$, то предыдущее неравенство эквивалентно неравенствам:

$$\begin{cases} [\alpha + (1 - p_1) (\beta - \alpha)] (a'_1 d - 1) + a'_1 \overline{D} \overline{b} \leq 0, \\ a'_1 d - 1 < 0. \end{cases} \quad (8)$$

Нетрудно показать, что область, определяемая неравенствами (7), (8), может быть записана в виде:

$$\begin{cases} [\alpha + p_1 (\beta - \alpha)] (a'_1 d - 1) + a'_1 \overline{D} \overline{b} \leq 0, \\ [\alpha + (1 - p_1) (\beta - \alpha)] (a'_1 d - 1) + a'_1 \overline{D} \overline{b} \leq 0. \end{cases} \quad (9)$$

Таким образом, мы показали, что стохастическое ограничение (5) эквивалентно детерминированному ограничению (9).

Аналогично рассуждая, можно показать, что стохастические ограничения (6) эквивалентны следующим детерминированным ограничениям:

$$\begin{cases} [\alpha + p_i (\beta - \alpha)] a'_i d + a'_i \overline{D} b - b_i \leq 0, \\ [\alpha + (1 - p_i) (\beta - \alpha)] a'_i d + a'_i \overline{D} b - b_i \leq 0, \quad i = \overline{2, m}. \end{cases}$$

Итак, в рассматриваемом случае, задача (1) — (3) сводится к задаче обычного линейного программирования.

Рассмотрим следующий

Пример.

$$M(x_1 + x_2) \rightarrow \min, \quad (10)$$

$$P\{2x_1 - 4x_2 \leq b_1\} \geq 0,7, \quad (11)$$

$$P\{-3x_1 + x_2 \leq 6\} \geq 0,6, \quad (12)$$

где случайная величина b_1 распределена равномерно в интервале $[-2, 2]$, а решающее правило задано в виде (3).

В соответствии с изложенной теорией, решение задачи (10) — (12) сводится к решению следующей задачи линейного программирования:

$$d_{21} + d_{22} \rightarrow \min,$$

$$\begin{cases} 0,4d_{11} - 0,8d_{21} + 3d_{12} - 6d_{22} \leq 0,2, \\ -0,4d_{11} + 0,8d_{21} + 3d_{12} - 6d_{22} \leq -0,2, \\ -0,6d_{11} + 0,2d_{21} - 9d_{12} + 3d_{22} \leq 3, \\ 0,6d_{11} - 0,2d_{21} - 9d_{12} + 3d_{22} \leq 3, \end{cases}$$

которая имеет следующее решение: $d_{11}^0 = -0,1$; $d_{12}^0 = -0,4$; $d_{21}^0 = -0,3$; $d_{22}^0 = -0,2$. Таким образом, решение задачи (10) — (12) имеет вид: $x_1^0 = -0,1 \cdot b_1 - 2,4$; $x_2^0 = -0,3 \cdot b_1 - 1,2$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Юдин Д. Б. Математические методы управления в условиях неполной информации. — М., 1974.
2. Ермаков Ю. М. Методы стохастического программирования. — М., 1976.

Поступила в редакцию
10.06.81.

Кафедра теории вероятностей и математической
статистики

УДК 681.3.06

Г. А. ДРОБУШЕВИЧ, И. В. КОМАРОВСКИЙ

ОБ ОДНОЙ МОДЕЛИ ЗАДАЧИ СОВМЕСТНОЙ ОБРАБОТКИ ФАЙЛОВ

Под задачей совместной обработки файлов будем понимать управление передвижением файлов с последовательной организацией, используемых программой. В [1] предлагаются методы проектирования программ совместной обработки n ($n \geq 2$) одинаково упорядоченных файлов с оценкой сложности проектирования $O(2^n)$. Это фактически означает, что в одном программном модуле необходимо ограничиваться двумя-тремя входными файлами, что никак не способствует эффективности (по времени и памяти) решения задач АСУП.

В настоящей работе описывается математическая модель и приводится алгоритм решения достаточно широкого класса задач, а именно — задач совместной обработки упорядоченных файлов, множество значений ключей которых образует древовидную структуру соответствия записей. Этот класс охватывает большую часть задач АСУП, которые могут быть решены с использованием методов совместной обработки файлов. При наличии алгоритма решения задач этого класса сложность проектирования программ решения таких задач уже не зависит от числа входных файлов.

1. Файл F можно представить как множество записей $\{z\}$, а каждую запись — как слово в некотором алфавите V . Мы будем рассматривать

однородные файлы и, значит, длина записи в пределах файла будет одинаковой. Запись $z \in F$ состоит из полей — непересекающихся подслов слова z ; следовательно, можем записать $z = z_1 z_2 \dots z_m$. Каждая запись в пределах файла имеет одно и то же число полей и длина i -ых полей в различных записях одинакова. Множество p_i i -ых подслов (полей) во всех записях файла называют реквизитом, а i -ое подслово некоторой записи z — значением реквизита p_i (обозначим его через $z(p_i)$). Множество реквизитов $P = \{p_1, p_2, \dots, p_m\}$ разделяют на два непустых подмножества: R — реквизитов-признаков и Q — реквизитов-оснований, $P = R \cup Q, R \cap Q = \emptyset$. Само множество R называют ключом файла F , а множество принадлежащих некоторой записи значений реквизитов-признаков из R — значением ключа.

Пусть имеется n ($n \geq 2$) входных файлов $F_i, i = \overline{1, n}$. Записи $z^i \in F_i$ и $z^j \in F_j$ назовем корреспондирующими (соответствующими), если $R_i \cap R_j \neq \emptyset$ и $(\forall p \in R_i \cap R_j)[z^i(p) = z^j(p)]$. Если $R_1 \subseteq R_2 \subseteq \dots \subseteq R_n$, то на множестве записей файлов $F_i, i = \overline{1, n}$, отношение корреспондирования определяет совокупность ориентированных деревьев, в вершинах которых находятся значения ключей файлов. Такие деревья будем называть КЗ деревьями (деревьями корреспондирующих записей).

Ниже рассматривается одна из моделей совместной обработки файлов и приводится алгоритм решения для случая, когда $R_1 \subseteq R_2 \subseteq \dots \subseteq R_n$. Отсюда уже нетрудно будет получить алгоритм решения, когда $R_1 \subseteq R_2 \subseteq \dots \subseteq R_n$.

Перейдем к описанию модели. Пусть задан конечный алфавит V . Тогда V^* — множество всех слов над V . В обозначениях слов из V^* нижний индекс будет указывать длину слова, т. е. если $\alpha_i \in V^*$, то $i = |\alpha_i|$. На V^* определим отношение $\leq^n$: для $\alpha, \beta \in V^*$ $\alpha \leq^n \beta$ тогда и только тогда, когда α — начальное подслово слова β , т. е. $\beta = \alpha \alpha'$. Ясно, что это отношение частичного порядка на V^* .

Нетрудно убедиться, что отношение $\leq^n$ удовлетворяет следующему условию: если $\alpha \leq^n \gamma$ и $\beta \leq^n \gamma$, то α и β сравнимы. Такое отношение будем называть отношением преддревесного порядка, а упорядоченную пару $L = \langle V^*, \leq^n \rangle$ — лесом (ориентированным). Если $T \subseteq V^*$, то $L_T = \langle T, \leq_T^n \rangle$ также будет лесом; здесь $\leq_T^n$ — ограничение отношения $\leq^n$ на T . Если в $\langle T, \leq_T^n \rangle$ для каждой пары элементов существует нижняя грань, то отношение $\leq_T^n$ будем называть древесным порядком, а L_T — деревом (ориентированным).

Терминологию, относящуюся к лесам и деревьям, будем использовать из [2].

Выберем произвольное подмножество $T \subseteq V^*$ и рассмотрим лес $L_T = \langle T, \leq_T^n \rangle$. Заметим, что частично упорядоченное множество T удовлетворяет условию минимальности [3]. Отсюда нетрудно показать, что лес L_T можно представить как совокупность деревьев, корнями которых являются минимальные элементы множества $\langle T, \leq_T^n \rangle$.

Зададим на V линейный порядок $\leq'$. Тогда естественным образом можно определить отношение лексикографического порядка $\leq^1$ на V^* .

В V^* выделим подмножества $V_i', i = \overline{1, n}$, каждое из которых содержит все слова из V^* длины i . Зафиксируем $V_i \subseteq V_i', i \in N = \{1, 2, \dots, n\}$. Для построения алгоритма удобно в V выделить символ ω такой, что $(\forall a \in V)[a \neq \omega \rightarrow a <^1 \omega]$ и считать, что $\omega_i \geq \omega^i \in V_i$, где $\omega^i = \underbrace{\omega \dots \omega}_{i \text{ раз}}$, и $(\forall \alpha_i \in V_i)[\alpha_i \neq \omega_i \rightarrow \omega \notin \alpha_i]$ (здесь и ниже знак $\geq$ используется вместо слов «вводится в качестве обозначения»). Отсюда, очевидно, $\alpha_i <^1 \omega_i$ для $\forall \alpha_i \in V_i \setminus \{\omega_i\}$.

Пусть $W = \bigcup_{i=1}^n V_i$. Тогда $L_W = \langle W, \leq_W^n \rangle$ — лес, который, как легко видеть, состоит из конечного числа деревьев. Это и есть КЗ деревья. Пол-

ной целью леса L_W назовем путь $A = \langle \alpha_{k_1}, \alpha_{k_2} \dots \alpha_{k_l} \rangle$ (для краткости будем обозначать $A = \alpha_{k_1} \alpha_{k_2} \dots \alpha_{k_l}$) из корня дерева в лист. Вершины леса длины i отнесем к вершинам i -го уровня.

Возьмем $X_i \subseteq V_i'$, $i = \overline{1, n}$, $X = \bigcup_{i=1}^n X_i$. Тогда $L_X = \langle X, \leq_X^n \rangle$ — лес. Через $\Omega(V^*; X_1, X_2, \dots, X_n)$ обозначим множество полных цепей леса L_X .

Пусть U_i — множество всех слов длины i , являющихся начальными подсловами некоторых слов из W . Рассмотрим лес $L_{\tilde{W}} = \langle \tilde{W}, \leq_{\tilde{W}}^n \rangle$, где $\tilde{W} = \bigcup_{i=1}^n (V_i \cup U_i)$. Каждая полная цепь этого леса содержит вершины всех уровней, не превосходящих уровня листа. Заметим, что листья лесов $L_{\tilde{W}}$

и L_W совпадают, а каждая полная цепь леса $L_{\tilde{W}}$ содержит все вершины полной цепи леса L_W . Вершины леса $L_{\tilde{W}}$, отсутствующие в лесу L_W , назовем фиктивными.

К элементам из $\langle V_i, \leq^i \rangle$ определим последовательный метод доступа так: при первом обращении к V_i получаем наименьший элемент, а при i -ом ($i > 1$) — элемент непосредственно следующий за элементом, полученным при $(i-1)$ -ом обращении; после получения наибольшего элемента следующее обращение к V_i недопустимо.

Теперь сформулируем нашу задачу.

Задача. Заданы множества $\langle V_i, \leq^i \rangle$, $i = \overline{1, n}$. Построить алгоритм, который, используя последовательный метод доступа, а) выделяет все полные цепи леса L_W ; б) выдает для каждой фиктивной вершины α леса

Начало;

1. пусть $\pi \rightleftharpoons \pi_1 \pi_2 \dots \pi_n$, $\mu \rightleftharpoons \mu_1 \mu_2 \dots \mu_n$, $\tau \rightleftharpoons \tau_1 \tau_2 \dots \tau_n$ — строки из n битов;
2. $\mu := 0^n$; $p := 0$; $s := 0$;
3. для $i \in N$ цикл; СЛЕДУЮЩИЙ (V_i , x_i , p); конец-цикл;
4. пока $p \neq n$ цикл;
5. пусть $\alpha_i \rightleftharpoons \lambda(x_i)$, $i = \overline{1, n}$, где $\lambda(x_i)$ — содержимое x_i ;
6. $A := \min \langle \Sigma, \leq^1 \rangle$, где $\Sigma \rightleftharpoons \Omega(V^*; \{\alpha_1\}, \{\alpha_2\}, \dots, \{\alpha_n\})$;
7. пусть $x_{k_1} x_{k_2} \dots x_{k_l} \rightleftharpoons A$, $1 \leq k_1 < k_2 < \dots < k_l \leq n$, $1 \leq l \leq n$;
8. пусть $b_1 b_2 \dots b_{k_l} \rightleftharpoons x_{k_l}$;
9. сформировать битовую строку π такую, что
($\pi_{k_1} = \pi_{k_2} = \dots = \pi_{k_l} = 1$) & ($\forall j \in N \setminus \{k_1, k_2, \dots, k_l\} [\pi_j = 0]$);
10. если $\mu_{k_l} = 0$ то
11. комментарий распознана полная цепь дерева;
12. ОБРАБОТАТЬ (A , π);
13. если $s \neq 0$ то
14. СООБЩЕНИЕ (y , r , x_{k_l} , k_l , τ);
- иначе
15. $s := 1$;
- конец-если;
16. для $i = k_l + 1$ на 1 до n цикл;
17. ПЕЧАТЬ-СООБЩЕНИЯ (x_{k_l} , i);
- конец-цикл;
18. $r := k_l$; $\tau := \pi$; $y := x_{k_l}$; пусть $a_1 a_2 \dots a_r \rightleftharpoons y$;
- конец-если;
19. $\mu := \pi$ и затем в μ заменить последнюю 1 на 0;
20. СЛЕДУЮЩИЙ (V_{k_l} , x_{k_l} , p);
- конец-цикл;
21. если $s \neq 0$ то $k_l := n$; СООБЩЕНИЕ (y , r , x_{k_l} , k_l , τ);
22. конец-если;
- конец;

L_w сообщение вида (α, m_1) , где m_1 — номер уровня вершины α , а для каждого листа β уровня $j < n$ — сообщения (β, m_2) , $m_2 = \overline{j+1, n}$ (замечим, что в итоге не будет дублирующих сообщений).

-
1. процедура СООБЩЕНИЕ $(y, r, x_{k_l}, k_l, \tau)$;
 2. пусть $a_1 a_2 \dots a_r \rightleftharpoons y$, $b_1 b_2 \dots b_{k_l} \rightleftharpoons x_{k_l}$;
 3. пусть $\tau_1 \tau_2 \dots \tau_n \rightleftharpoons \tau$;
 4. $j := 0$;
 5. для $i = 1$ на 1 пока $a_i = b_i$ цикл;
 6. $j := i$;
 - конец-цикл;
 7. для $i = j + 1$ на 1 до $r - 1$ цикл;
 8. если $\tau_i = 0$ то
 9. ПЕЧАТЬ-СООБЩЕНИЯ $(a_1 a_2 \dots a_i, i)$;
 - конец-если;
 - конец-цикл;
 - конец-процедура;
-

Рис. 2

Кроме того, в каждый данный момент работы алгоритма допускается обозревать по одному элементу из каждого V_i . Алгоритм должен использоваться для всех таких задач с фиксированным n ограниченный объем оперативной памяти, не зависящий от мощности V_i , $i = \overline{1, n}$.

2. Алгоритм решения задачи приведен на рис. 1. Для получения очередного элемента методом последовательного доступа используется процедура СЛЕДУЮЩИЙ (V_i, x_i, p) , которая при очередном выполнении с аргументом V_i размещает в x_i очередной элемент множества V_i ; если $x_i = \omega_i$, то p увеличивается на 1, в противном случае — остается без изменения. Вызов процедуры после достижения элемента ω_i не допускается.

Процедура ОБРАБОТАТЬ (A, π) производит некоторую обработку полной цепи A .

Для поиска фиктивных вершин и печати о них сообщения используется процедура СООБЩЕНИЕ $(y, r, x_{k_l}, k_l, \tau)$ (рис. 2). Непосредственно печать сообщения в требуемом виде осуществляет процедура ПЕЧАТЬ-СООБЩЕНИЯ (α, i) ; здесь α — вершина, а i — уровень этой вершины.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гендель Е. Г., Левин Н. А. Оптимизация технологии обработки информации в АСУ. — М., 1977, с. 232.
2. Ахо А., Хопкрофт Дж., Ульман Дж. Построение и анализ вычислительных алгоритмов. — М., 1979, с. 536.
3. Скорняков Л. А. Элементы теории структур. — М., 1970, с. 148.

Поступила в редакцию
29.06.81.

Кафедра общего программирования

УДК 681.3.06.

П. В. ГЛЯКОВ

АЛГОРИТМ ЗАДАЧИ О РАЗБИЕНИИ И ЕГО ИССЛЕДОВАНИЕ НА ЭВМ

Рассмотрим задачу о разбиении. Дано множество $I = \{1, 2, \dots, n\}$. Каждому элементу этого множества $i \in I$ поставлен в соответствие целый положительный вес $p_i \in P = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$. Требуется разбить I на два подмножества $I_1, I_2 \subset I$, чтобы $I_1 \cap I_2 = \emptyset$, $I_1 \cup I_2 = I$ и $\sum_{i \in I_1} p_i = \sum_{i \in I_2} p_i$.

Эта задача может быть записана как задача ЦЛП с булевыми переменными в следующем виде:

$$z = \sum_{i \in I} p_i x_i \rightarrow \max, \quad (1)$$

$$\sum_{i \in I} p_i x_i \leq s, \quad x_i \in \{0, 1\}, \quad i \in I,$$

где $s = \frac{1}{2} \sum_{i \in I} p_i$, $p_i \geq 0$ и целые. Очевидно, что, если $z = s$, исходная задача о разбиении имеет решение, и подмножества I_1, I_2 можно выбирать следующим образом: $I_1 = \{i \in I \mid x_i = 1\}$, $I_2 = I \setminus I_1$.

Данная работа представляет собой попытку довести границу памяти методов динамического программирования $O(s)$ (см. [1, 2]) до s двоичных разрядов, не ухудшая при этом быстродействия. Это позволит решать задачу (1) со значением s , в 30–60 раз превышающим возможности методов динамического программирования. Показывается, что при $n < 1500$ предлагаемый алгоритм затрачивает не больше времени, чем методы динамического программирования. Заметим, что данное значение переменной n является пределом возможностей методов динамического программирования для ЭВМ типа ЕС с объемом памяти 512К байтов.

Для решения задачи (1) предлагается точный алгоритм, основанный на отображении суммарных значений весов всех подмножеств $I_k \subseteq I$, таких что $\sum_{i \in I_k} p_i \leq \frac{1}{2} \sum_{i \in I} p_i$, на двоичный вектор $T = (t_0, t_1, \dots, t_s)$, где $s = \frac{1}{2} \sum_{i \in I} p_i$. Значения элементов вектора T определяется следующим образом:

$$t_j = \begin{cases} 1, & \text{если } \exists I_k \subseteq I, \text{ что } \sum_{i \in I_k} p_i = j, \\ 0, & \text{в противном случае,} \end{cases}$$

$j \in \{0, 1, \dots, s\}$. Для выполнения такого отображения требуется $O(n)$ операций логического сдвига и логического сложения над $(s+1)$ -мерными векторами. Более подробно с данным отображением можно познакомиться в работе [3].

Рассмотрим ряд свойств линейного уравнения с булевыми переменными вида

$$\sum_{i \in I} p_i x_i = s, \quad (2)$$

где $I = \{1, 2, \dots, n\}$, $P = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$, $p_i > 0$ и целые, $x_i \in \{0, 1\}$, $i \in I$. В дальнейшем нам понадобится множество $Q = \{q_1, q_2, \dots, q_n\}$, элементы которого натуральные числа, представляющие собой кратности вхождения элементов $p_i \in P$ в последовательность $P = p_1, p_2, \dots, p_n$. Кратность $q_i \in Q$ определим следующим образом: $q_i = |R|$, где $R = \{j \mid j \in \{1, 2, \dots, i\}, p_j = p_i\}$. Далее потребуем, чтобы элементы последовательности P были упорядочены по невозрастанию, т. е. чтобы для любых $i < j$ выполнялось $p_i \geq p_j$.

S1. Если $\exists k \in I$, что уравнение $\sum_{i \in I \setminus \{k\}} p_i x_i = s$ не имеет решения и уравнение (2) имеет решение, то в решении уравнения (2) $x_i = 1$ для $\forall i \in \{k - q_k + 1, \dots, k\}$.

S2. Если $\sum_{i \in I} p_i = s$, то в решении уравнения (2) $x_i = 1$ для $\forall i \in I$.

S3. Если $\exists k \in I$, что $\sum_{i \in I \setminus \{k\}} p_i = s$, то $x_i = 1$ для $\forall i \in I \setminus \{k\}$, $x_k = 0$ является решением уравнения (2).

S4. Если $\exists k \in I$, что уравнение $\sum_{i \in I} p_i x_i = s - p_k$ не имеет решения, а

уравнение (2) имеет решения, то в решении уравнения (2) $x_i = 0$ для $\forall i \in \{k - q_k + 1, \dots, k\}$.

S5. Если $\exists k \in I$, что уравнение $\sum_{i \in I} p_i x_i = s - q_k p_k$ имеет решение, уравнение $\sum_{i \in I} p_i x_i = s - (q_k + 1) p_k$ не имеет решения и уравнение (2) имеет решение, то в решении уравнения (2) $x_i = 0$ для $\forall i \in \{k - q_k + 1, \dots, k\}$,

S6. Если $\exists k \in I$, что уравнение $\sum_{i \in I} p_i x_i = s - q_k p_k$ имеет решение, $s < (q_k + 1) p_k$ и уравнение (2) имеет решение, то в решении уравнения (2) $x_i = 1$ для $\forall i \in \{k - q_k + 1, \dots, k\}$.

Отметим, что приведенные свойства остаются справедливыми, если последовательность P неупорядочена. Но упорядоченность P будет использоваться для более быстрого решения задачи (1), так как она позволяет сократить количество просматриваемых элементов $p_i \in P$. Аналогично вычисление элементов множества Q , вообще говоря, является необязательным, и даже если известно, что равные веса отсутствуют или их «мало», то вычислять элементы $q_i \in Q$ нет необходимости. Но если равные веса присутствуют, а практически это часто бывает, то использование множества Q позволяет значительно улучшить быстродействие предлагаемого алгоритма.

Основная процедура для решения задачи (1) основывается на свойстве S1. Она всегда позволяет понизить размерность задачи. Остальные свойства S2—S5 проявляются случайным образом и часто оказываются полезными.

Перед выполнением алгоритма будем считать, что $R = \emptyset$, $n > 0$, $p_i > 0$ для $\forall i \in I$. Предполагается, что последовательность весов P упорядочена по невозрастанию и для каждого веса p_i вычислена его кратность q_i . Результатом работы алгоритма является множество $R \subseteq I$, такое что $X =$

$= (x_i = 1 \ \forall i \in R, \ x_i = 0 \ \forall i \in I \setminus R)$ есть решение задачи (1). Значение переменной z будет равно максимальному значению целевой функции задачи (1).

Алгоритм А

A1. [Проверить емкость рюкзака.] Если $\sum_{i \in I} p_i < s$, то $z = \sum_{i \in I} p_i$, $R = I$, перейти к A16.

A2. [Проверить свойство S2.] Если $\sum_{i \in I} p_i = s$, то $R = R \cup \{i | i \in I, p_i \neq 0\}$, перейти к A16.

A3. [Проверить свойство S3.] Если $\exists k \in I$, что $p_k \neq 0$, $\sum_{i \in I \setminus \{k\}} p_i = s$, то $R = R \cup \{i | i \in I \setminus \{k\}, p_i \neq 0\}$, перейти к A16.

A4. [Освободить рюкзак.] $m = 1$; $t_0 = 1$; $t_i = 0$, $i = \overline{1, s}$.

A5. [Проверить предмет.] Если $p_m = 0$, перейти к A8. Если $p_m \leq s$, то перейти к A6, иначе $p_m = 0$, перейти к A8.

A6. [Проверить группу кратности.] Если $q_m \neq 1$ перейти к A7. Если $\exists k \in \{i | i \in I, p_i = p_m\}$, что $s - (k - m + 1) p_m \geq 0$, $t_{s - (k - m + 1) p_m} = 1$, то перейти к A10.

A7. [Поместить предмет в рюкзак.] $T' = (T) p_m$, $T = T \oplus T'$.

A8. [Все ли предметы рассмотрены?] Если $m < n$, то $m = m + 1$, перейти к A5.

A9. [Рюкзак плотно не упаковывается.] Выполнить $s = s - 1$, пока t_s не станет равным 1. Положить $z = s$. Если $s = 0$ перейти к A16, иначе перейти к A12.

A10. [Запомнить предметы.] $R = R \cup \{i | i \in \{k - q_k + 1, \dots, k\}\}$, $s = s - q_k p_k$.

Если $s=0$ перейти к A16, иначе $p_i=0$ для $\forall i \in \{k-q_k+1, \dots, k\}$.
A11. [Понизить размерность задачи.] $n=m-1$.
A12. [Проверить свойство S4.] Положить $p_i=0$ для $\forall i \in I$, что $(p_i < s, p_i \neq 0, t_{s-p_i} = 0) \vee (p_i > s)$.
A13. [Проверить свойство S5.] Если $\exists p_k, p_k \neq 0, k \in I$, что $s > (q_k + 1)p_k, t_{s-q_k p_k} = 1, t_{s-(q_k+1)p_k} = 0$, то выполнить A10, перейти к A2.
A14. [Проверить свойство S6.] Если $\exists p_k, p_k \neq 0, k \in I$, что $q_k p_k \leq s < (q_k + 1)p_k, t_{s-q_k p_k} = 1$, то выполнить A10.
A15. [Цикл.] Перейти к A2.
A16. [Завершить алгоритм.]

Здесь на шаге A7 используются следующие обозначения: $(T)p_m$ обозначает логический сдвиг двоичного вектора T на величину p_m вправо; $T \oplus T'$ — логическое сложение двух двоичных векторов T и T' . Хотя при этих обозначениях используются два двоичных вектора T и T' , в действительности же необходим только исходный вектор T и дополнительно поле длиной 256 байтов. Отметим, что при выполнении алгоритма изменяют свои значения переменные n, s и $p_i, i \in I$. Переменная n в каждый момент времени указывает количество просматриваемых весов $p_i (i \in I)$.

Трудоёмкость алгоритма A будет вычислять относительно основной процедуры S1, которая реализуется шагами A4—A11. Влияние свойств S2—S6 на эффективность алгоритма аналитически трудно учесть из-за их вероятностной природы, поэтому при вычислении трудоёмкости они не будут учитываться. Сами же свойства S2—S6 имеют сложность $O(n)$ и, будучи выполнены в цикле, потребуют $O(n^2)$ времени.

Найдем количество логических операций сложения и сдвига при k -ом выполнении процедуры S1. Легко заметить, что после каждого выполнения процедуры S1 величина s понижается в среднем на величину $\frac{s}{n} + \frac{s}{m}$, где n — количество весов в $\mathbf{P}$, m — количество различных весов в $\mathbf{P}$. Переменная n будет уменьшаться в среднем на величину $\frac{n}{m}$. Отсюда получаем, что при k -ом выполнении процедуры S1 будем иметь следующее количество обработанных битовых разрядов

$$B_k = \left(S - (k-1) \left(\frac{s}{n} + \frac{s}{m} \right) \right) \left(n - (k-1) \frac{n}{m} \right).$$

Тогда алгоритм A будет обрабатывать в среднем

$$B = \sum_{k=1}^{m/2} B_k = \frac{s}{24 \cdot m} (7nm^2 - 2m^3 + 9nm + 3m^2 + 2n + 2m) \quad (3)$$

битовых разрядов.

Шаг A7 в целях повышения эффективности выполняется на Ассемблере. Используются 3 типа команд Ассемблера в зависимости от значения величины p_i , на которую сдвигается вектор T .

1. Если $\text{mod}_8(p_i) = 0$, то для сдвига используется команда логического сложения CLC, позволяющая обрабатывать до $C_1 = 2048$ битовых разрядов за одно применение.

2. Если $\text{mod}_4(p_i) = 0$ и $\text{mod}_8(p_i) \neq 0$, то используется команда пересылки со сдвигом MVO, которая позволяет обрабатывать до $C_2 = 120$ битовых разрядов.

3. В остальных случаях используется команда двойного сдвига SRDL, обрабатывающая до $C_3 = 56$ битовых разрядов.

Вычислим математическое ожидание обработанных битовых разрядов за одно применение «средней» команды.

$$M = \sum_{i=1}^3 p(C_i) C_i = \frac{1}{8} 2048 + \frac{1}{8} 120 + \frac{3}{4} 56 = 313.$$

Рассмотрим наихудший случай, когда одинаковые веса отсутствуют или их «мало», т. е. когда $m=n$. Тогда формула (3) принимает вид

$$B = \frac{s}{24} (5n^2 + 12n + 4).$$

В этом случае алгоритм A затрачивает следующее количество логических команд:

$$\text{Эф} = \frac{s}{24 \cdot 313} (5n^2 + 12n + 4). \quad (4)$$

Сравним полученную оценку (4) с оценкой методов динамического программирования в предположении, что они, имея сложность $O(sn)$, затрачивают по крайней мере $s \cdot n$ команд. Получим, что при $n < 1500$ алгоритм A выполняется быстрее.

Описанный алгоритм запрограммирован на языке Ассемблера. Программа просчитывалась на ЭВМ ЕС-1022, имеющей быстродействие 80 тысяч операций в секунду. Для каждого значения емкости генерировались случайные числа в интервалах $[1, 99]$ и $[1, 999]$. Результаты машинных экспериментов приведены в таблице, где время представляет собой среднее значение из 10 сгенерированных задач для каждого значения емкости рюкзака.

Емкость рюкзака s	Интервал $[1, 99]$		Интервал $[1, 999]$	
	Количество переменных n	Время, с	Количество переменных n	Время, с
50000	2000	56,81	200	50,37
60000	2400	122,42	240	109,97
70000	2800	193,61	280	173,83
80000	3200	262,73	320	244,46
90000	3600	341,07	360	321,94
100000	4000	423,26	400	409,70

Время, необходимое для упорядочения последовательности P и вычисления кратности q_i , не включается. Приведенное время есть время работы центрального процессора ЭВМ.

В заключение остановимся на одном важном подходе, позволяющем решать задачи (1) больших размерностей с достаточно большими значениями весов p_i . Для этой цели предлагается первоначально загрузить некоторую часть емкости рюкзака s_1 произвольно выбранными «большими» предметами, а затем решать задачу (1) для оставшейся емкости $s_2 = s - s_1$. Величина s_1 выбирается, исходя из наличия доступной памяти, времени и качества искомого решения. Использование алгоритма A в этом случае имеет преимущество по сравнению с методами динамического программирования, так как в задаче (1), полученной после приведения, емкость рюкзака может быть значительно больше, чем это позволяют методы динамического программирования, а именно, $s_2 = 2 \cdot 10^6$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ковалев М. М. Дискретная оптимизация (целочисленное программирование).— Минск, 1977.
2. Lawler E. L.— Mathematics of Operations Research, 1979, v. 4, № 4, p. 339.
3. Гляков П. В., Глякова Л. А.— В сб.: Математическое обеспечение ЭВМ и АСУ.— Минск, 1981, с. 62.

Поступила в редакцию
29.06.81.

Кафедра общего программирования

К ТЕОРИИ ВТОРОГО МЕТОДА ЛЯПУНОВА ДЛЯ СИСТЕМ С ДИСКРЕТНЫМ ВРЕМЕНЕМ

1. Рассмотрим v -мерную дискретную систему

$$x_{n+1} = f(x_n), \quad f(0) = 0, \quad (1)$$

где x_n, x_{n+1}, f — вещественные v -векторы; n принимает целые значения (положительные или отрицательные). Если $f(x)$ непрерывна в некотором шаре $B_H = \{x \in R^v: \|x\| < H, 0 < H \leq \infty\}$ (что и предполагается в дальнейшем), то из любой точки $x_0 \in B_H$ в положительном направлении выходит только одно решение $x(n, x_0)$, $x(0, x_0) = x_0$ и это решение непрерывно зависит от x_0 [1].

Предположим, кроме того, что для системы (1) существует функция Ляпунова $V(x): R^v \rightarrow R$, $x \rightarrow V(x)$, $V(x) \in C(R^v)$, $V(0) = 0$ такая, что

$$\exists 0 < h \leq H: V(x) \geq 0, \Delta V(x) = V(f(x)) - V(x) \leq 0, x \in B_h. \quad (2)$$

Здесь $B_h = B_h \setminus \{0\}$. В дальнейшем $m = \{x \in R^v: V(x) = 0\}$; $M = \{x \in R^v: \Delta V(x) = 0\}$; $\bar{B}_r$ — замыкание B_r , $0 < r < h$; $m^\sigma = \{x \in B_\sigma: V(x) = 0\}$, $M^\sigma = \{x \in B_\sigma: \Delta V(x) = 0\}$, $0 < \sigma \leq h$; $\bar{m}^r = \{x \in \bar{B}_r: V(x) = 0\}$; $\dot{m}^h \equiv \equiv x^-(n) \rightarrow 0$: множество $\dot{m}^h$ не содержит отрицательных траекторий, втекающих в начало координат при $n \rightarrow -\infty$; $\dot{m}^h \equiv x^-(n_k) \rightarrow 0$: множество $\dot{m}^h$ не содержит отрицательных траекторий, имеющих ω -предельную точку в начале координат; $\Omega_\omega(x_0)$ — множество всех ω -предельных точек ограниченной траектории, выходящей из точки x_0 ; $\Omega_\alpha(\dot{x}^-(n, x_0))$ — множество всех α -предельных точек для $\dot{x}^-(n, x_0)$, Z — множество целых чисел (положительных и отрицательных). Решения, определенные при $n = [0, \infty[$, $[0, -\infty[$, $]-\infty, \infty[$, назовем соответственно положительной, отрицательной, целой траекторией и обозначим $x^+(n)$, $x^-(n)$, $x^\infty(n)$. Траектории, лежащие в ограниченной области пространства R^v , обозначим $\dot{x}^+(n)$, $\dot{x}^-(n)$, $\dot{x}^\infty(n)$.

Заметим, что решения системы (1) обладают следующим важным свойством:

$$x(n_1 + n_2, x_0) = x(n_2, \xi_1), \quad (3)$$

где $\xi_1 = x(n_1, x_0)$. Тожество (3) справедливо при всех $n_1 \geq 0$, $n_2 \geq 0$, при которых определены решения, входящие в него. Например, если решение $x(n, x_0) = \varphi(n)$ определено при $n = [0, \infty[$, тождество (3) справедливо для любых $n_1, n_2 \in [0, \infty[$. Если $n_1 \geq 0$, $n_2 \leq 0$, то из точки ξ_1 в отрицательном направлении могут выходить, вообще говоря, несколько решений. Тожество (3) будет выполняться только для одного из них, а именно, для $x_\varphi(n, \xi_1) = \varphi(n + n_1)$. Это решение определено при $n = [0, -n_1]$ и непрерывно зависит от ξ_1 . Таким образом, тождество (3) в этом случае следует понимать так: существует решение $x_\varphi(n, \xi_1)$ такое, что $x(n_1 + n_2, x_0) = x_\varphi(n_2, x(n_1, x_0))$ для всех $n_1 \in [0, \infty[$, $n_2 \in [0, -n_1]$.

Опуская индекс φ , сформулируем окончательный результат. Если решение $x(n, x_0)$ определено при $n \in [0, \infty[$ ($n \in [0, -\infty[$), тождество (3) справедливо (в указанном выше смысле) для любых $n_1 \in [0, \infty[$ ($n_1 \in [0, -\infty[$), $n_2 \in \{n_2: n_1 + n_2 \geq 0\}$ ($n_2 \in \{n_2: n_1 + n_2 \leq 0\}$).

Нуль системы (1) назовем v -устойчивым в положительном направлении (короче v -устойчивым), если $\forall 0 < \varepsilon < h, \exists 0 < \delta(\varepsilon) \leq \varepsilon: \forall x_0 \in m^\delta \Rightarrow x(n, x_0) \in B_\varepsilon$ при $n \geq 0$.

Если, кроме того, $x(n, x_0) \rightarrow 0, n \rightarrow \infty$, то нуль системы (1) назовем v -асимптотически устойчивым.

Очевидно, что устойчивость (асимптотическая устойчивость) по Ляпунову влечет v -устойчивость (v -асимптотическую устойчивость); v -устойчивость (v -асимптотическая устойчивость) при $V(x) \equiv 0$ переходит в устойчивость (асимптотическую устойчивость) по Ляпунову; если нуль системы (1) v -устойчив, то $\dot{m}^h \equiv x^-(n_k) \rightarrow 0$.

Задача состоит в установлении критерия неасимптотической устойчивости нуля системы (1) в терминах знакопостоянных функций $V \geq 0$ и $\Delta V \leq 0$. Аналогичные критерии для асимптотической устойчивости сформулированы в [1]. Там же приведена подробная библиография.

2. Теорема А (ср. [2], теорема А). Если для системы (1) существует функция Ляпунова $V(x) \in C(R^n)$, $V(0) = 0$ такая, что

- 1) $\exists 0 < h \leq H: V(x) \geq 0, \Delta V(x) \leq 0, x \in B_h$,
- 2) выполняется одно из следующих эквивалентных условий:
 - а) нуль системы (1) v -асимптотически устойчив,
 - б) $\exists 0 < \sigma \leq h: \dot{m}^\sigma \equiv \dot{x}^\infty(n), \dot{m}^h \equiv x^-(n) \rightarrow 0$,
 - в) $\exists 0 < \sigma \leq h: \dot{m}^\sigma \equiv \dot{x}^-(n)$,

то нуль системы (1) устойчив по Ляпунову.

Доказательство этой теоремы приведено в приложении.

Следствие 1 (теорема Б) (ср. [1], теорема 3). Если к условиям 1), 2) теоремы А добавить условие 3): $\exists 0 < \sigma \leq h: M^\sigma \setminus m^\sigma \equiv x^*(n)$, то нуль системы (1) асимптотически устойчив по Ляпунову.

Действительно, нуль системы (1) во всяком случае устойчив по Ляпунову. Заключительную часть доказательства можно провести аналогично тому, как это сделано в конце леммы 6 (см. приложение). Дополнительный случай ($x^* \neq 0, V(x^*) > 0$), который здесь возникает, исключается ссылкой на лемму 2 и условие 3) теоремы.

Условие 2, б) и 3), теоремы Б можно, очевидно, заменить условиями: $\dot{M}^\sigma \equiv x^\infty(n), \dot{m}^h \equiv x^-(n) \rightarrow 0$. При этом, если $\sigma = h = H = \infty$, то второе из этих условий оказывается следствием первого (множество $\dot{m}^h$ в этом случае положительно инвариантно). Если к оставшимся условиям добавить требование, чтобы система (1) была устойчивой по Лагранжу, то нуль системы (1) будет асимптотически устойчив при любых начальных возмущениях.

Таким образом, приходим к следующему предложению, полученному в [1] иным путем.

Следствие 2 (теорема С). Если для системы (1) существует функция Ляпунова $V(x) \in C(R^n)$, $V(0) = 0$ такая, что:

- 1) $V(x) \geq 0, \Delta V(x) \leq 0, x \in R^n$,
- 2) $\dot{M} \equiv \dot{x}^\infty(n)$,
- 3) для $\forall x_0 \in R^n$ траектория $x^+(n, x_0)$ ограничена, то нуль системы (1) устойчив в целом.

З а м е ч а н и е. а) Условие 3) теоремы С можно заменить более жестким требованием: $V(x) \rightarrow \infty, \|x\| \rightarrow \infty$, б) всюду выше вместо шаров можно рассматривать области произвольной конфигурации, содержащие начало координат в своей внутренней части.

Теоремы А, Б и С позволяют иногда легко обнаруживать свойство устойчивости (асимптотической устойчивости) там, где решение задачи с помощью знакоопределенных функций Ляпунова приводит к серьезным трудностям.

3. Пример 1. Рассмотрим систему второго порядка

$$\begin{aligned} x_{n+1} &= \alpha x_n + \varphi(x_n - y_n), \\ y_{n+1} &= \alpha x_n + \psi(x_n - y_n), \end{aligned} \quad (4)$$

где $\varphi(0) = \psi(0) = 0, 0 < \alpha < 1, H = \infty$. Требуется показать, что если $F(z) = [\varphi(z) - \psi(z)]^2 - z^2 \equiv 0, z \in R$, то нуль системы (4) устойчив по Ляпунову. Возьмем $\sigma = h = \infty, V(x, y) = (x - y)^2 \geq 0 \Rightarrow \Delta V(x, y) = F(x - y) \equiv 0, (x, y) \in R^2$. На множестве $m = \{(x, y) : x - y\}$ система (4) принимает вид

$$y_{n+1} = x_{n+1} = \alpha x_n. \quad (5)$$

Так как $\forall (x_0, y_0) \in R^2: |x^-(n, x_0, y_0)| \rightarrow \infty, |y^-(n, x_0, y_0)| \rightarrow \infty, n \rightarrow -\infty$, то $\dot{m} \equiv \{\dot{x}^-(n), \dot{y}^-(n)\}$. Все условия теоремы А выполнены, что и требовалось.

Пример 2. Показать, что если $F(z) < 0, z \in R$, то нуль системы (4) асимптотически устойчив по Ляпунову. Действительно, в этом случае $M = m = \{(x, y) : x = y\}$ и, следовательно, условие 3) теоремы Б выполняется.

Пример 3. Показать, что если в условиях примера 2 функции $\varphi(z)$ и $\psi(z)$ ограничены ($|\varphi(z)| \leq C_1$, $|\psi(z)| \leq C_2$, $z \in R$), то нуль системы (4) устойчив в целом. В самом деле, в этом случае $\forall n \geq 0: |x(n, x_0, y_0)| \leq |x_0| + C_1$, $|y(n, x_0, y_0)| \leq |x_0| + C_2$. Следовательно, $\forall (x_0, y_0) \in R^2$ траектория $\{x^+(n, x_0, y_0), y^+(n, x_0, y_0)\}$ ограничена. Кроме того, все отрицательные траектории системы (5) уходят в бесконечность при $n \rightarrow -\infty$ (пример 1). Поэтому $M \equiv \{\dot{x}^\infty(n), \dot{y}^\infty(n)\}$. Все условия теоремы С выполнены, что и требовалось.

Приложение

Доказательство теоремы А основывается на приводимых ниже леммах 1—6.

Лемма 1. Если для $x^+(n, x_0)$ ($x^-(n, x_0)$) существует ω -предельная (α -предельная) точка x^* , т. е. $\exists n_k \rightarrow \infty$ ($-\infty$), $k \rightarrow \infty: x(n_k, x_0) \rightarrow x^*$, то существует целая траектория $x^\infty(n, x^*)$, все точки которой являются ω -предельными (α -предельными) для рассматриваемой траектории.

Доказательство. В силу (3) $\forall n_k \in [0, \infty[$, $\forall N \in \{N \in \mathbb{Z}: n_k + N \geq 0\}$ имеем $x(n_k + N, x_0) = x(N, x(n_k, x_0))$. Переходя к пределу, получаем

$$\forall N \in \mathbb{Z}: \lim_{k \rightarrow \infty} x(n_k + N, x_0) = x(N, x^*). \quad (6)$$

Лемма доказана.

Лемма 2. Если $x(n, x_0) \in \bar{B}_r$ при $n \geq 0$ ($n \leq 0$) и x^* ее ω -предельная (α -предельная) точка, то существует целая траектория $x^\infty(n, x^*)$, лежащая на одной и той же поверхности уровня функции $V(x): \dot{x}^\infty(n, x^*) \in \{x \in \bar{B}_r: V(x) = V(x^*)\}$.

Доказательство. По условию $\exists n_k \rightarrow \infty$, $k \rightarrow \infty: x(n_k, x_0) \rightarrow x^*$. В силу (2) $\forall N \in \mathbb{Z}: V[x(n_k + N, x_0)] \rightarrow C = \text{const} > 0$, $k \rightarrow \infty$. С другой стороны, с учетом (6) имеем: $\forall N \in \mathbb{Z}: V[x(n_k + N, x_0)] \rightarrow V[x(N, x^*)]$. Сравнивая, получаем $\forall N \in \mathbb{Z}: V[x(N, x^*)] = C = V(x^*)$. Лемма доказана.

Лемма 3. Если для системы (1) существует такое $0 < \sigma \leq h$, что выполняются условия: 1) $\dot{m}^\sigma \ni x^\infty(n)$ 2) $\dot{m}^h \ni x^-(n) \rightarrow 0$, то для любого $0 < \varepsilon < \sigma: \dot{m}^\varepsilon \ni x^-(n)$.

Доказательство. Пусть от противного $\exists 0 < r < \sigma$, $\exists x_0 \in \dot{m}^r$, $\exists x^-(n, x_0): \dot{m}^r \ni x^-(n, x_0)$. Тогда $\exists x^* \in \Omega_\alpha(x^-(n, x_0)) \subset \dot{m}^r$. Если $x^* \neq 0$, то (лемма 2) $\exists x^\infty(n, x^*) \in \dot{m}^r$, что противоречит 1). Пусть $x^* = 0$, т. е. $\exists n_k \rightarrow -\infty$, $k \rightarrow \infty: x^-(n_k, x_0) \rightarrow 0$. С другой стороны, согласно 2) $x^-(n, x_0) \not\rightarrow 0$. Следовательно, $\exists 0 < \rho < \|x_0\|$ такое, что при $n \rightarrow -\infty$ траектория $x^-(n, x_0)$ бесконечное число раз побывает в области $\rho \leq \|x\| \leq r$. Поэтому $\exists y^*$, $0 < \rho \leq \|y^*\| \leq r$, $V(y^*) = 0$, $y^* \in \Omega_\alpha(x^-(n, x_0))$. Таким образом, этот случай сводится к предыдущему. Лемма доказана.

Лемма 4. Пусть $0 < L < h$ — произвольное число, а число $0 < l(L) < L$ таково, что $\forall \|x\| < l(L) \Rightarrow \|f(x)\| < L$. Если нуль системы (1) неустойчив по Ляпунову, то $\exists 0 < \varepsilon_0 < h$ такое, что $\forall 0 < \varepsilon \leq l(\varepsilon_0)$ найдется точка $x_0 \in \{x: V(x) = 0, \varepsilon \leq \|x\| \leq \varepsilon_0\}$ и траектория $x^-(n, x_0)$, для которых $x^-(n, x_0) \setminus \{x_0\} \in \dot{m}^\varepsilon$.

Доказательство. По условию нуль системы (1) неустойчив. Следовательно, $\exists 0 < \varepsilon_0 < h$ такое, что $\forall 0 < \varepsilon \leq l(\varepsilon_0)$, $\exists \{y_k\}$, $y_k \rightarrow 0$, $k \rightarrow \infty$, $y_k \in \bar{B}_\varepsilon$, $\exists \{n_k > 0\}: \|x(n, y_k)\| < \varepsilon$, $n \in [0, n_k - 1]$; $\varepsilon_0 > \|f(x(n_k - 1, y_k))\| = \|x(n_k, y_k)\| = \|\xi_k\| \geq \varepsilon$. Очевидно, что $n_k \rightarrow \infty$, $k \rightarrow \infty$. Не нарушая общности, можно считать, что $\xi_k \rightarrow x_0$, $k \rightarrow \infty$; $\varepsilon \leq \|x_0\| \leq \varepsilon_0$. Так как $0 \leq V(\xi_k) \leq V(y_k)$, то $V(x_0) = 0$. Кроме того, $\varepsilon > \|x(n, y_k)\|_{n=0}^{n=n_k-1} = \|x(n - n_k, x(n_k, y_k))\|_{n=0}^{n=n_k-1} = \|x(N, \xi_k)\|_{N=-1}^{N=-n_k} \Rightarrow \exists x^-(n, x_0) \setminus \{x_0\} \in \dot{B}_\varepsilon$. Далее имеем для любого $N \leq 0$ и достаточно большого $n_k > 0: 0 \leq V[x(N, x(n_k, y_k))] = V[x(n_k + N, y_k)] \leq V(y_k)$. Переходя к пределу при $k \rightarrow \infty$, получим $V[x(N, x_0)] = 0$, $\forall N \leq 0$. Лемма доказана.

Доказательство. В силу леммы 3 $\exists 0 < R < \sigma : m^R \equiv x^-(n, x_0)$, $x_0 \in \bar{m}^R$. Предположим от противного, что нуль системы (1) неустойчив. Тогда (лемма 4) $\exists 0 < \varepsilon_0 < h$ (без ограничения общности можно считать, что $\varepsilon_0 < R$), $\exists 0 < r < l(\varepsilon_0)$, $\exists x_0 \in \{x : V(x) = 0, r \leq \|x\| \leq \varepsilon_0\} \subset m^R : x^-(n, x_0) \setminus \{x_0\} \in m^r \Rightarrow x^-(n, x_0) \in \bar{m}^R$. Пришли к противоречию. Лемма доказана.

Доказательство. Необходимость. Условие 2) является необходимым условием v -устойчивости. Остается показать 1). Пусть от противного $\forall 0 < \rho < \delta$ (δ — число из определения v -асимптотической устойчивости) $\exists x_0 \in \dot{m}^\rho: \hat{x}^\infty(n, x_0) \in \dot{m}^\rho \Rightarrow \exists x^* \in \Omega_\alpha(x^-(n, x_0)) \subset \dot{m}^\delta \Rightarrow x^+(n, x^*) \rightarrow 0, n \rightarrow \infty$. Так как $x^+(n, x^*) \in \Omega_\alpha(x^-(n, x_0))$, то $\exists n_k < 0: \dot{m}^h \supset \dot{m}^\rho \ni x^-(n_k, x_0) \rightarrow 0$, что несовместимо с v -устойчивостью. **Достаточность.** Из условий 1), 2) следует (лемма 5), что нуль системы (1) v -устойчив, т. е. $\forall 0 < \varepsilon < \sigma, \exists 0 < \delta \leq \varepsilon: \forall x_0 \in \dot{m}^\delta \Rightarrow x^+(n, x_0) \in \dot{m}^\varepsilon \Rightarrow \exists x^* \in \Omega_\omega(x_0) \subset \dot{m}^\varepsilon$. Остается показать, что $x^+(n, x_0) \rightarrow 0$. Если $\Omega_\omega(x_0)$ состоит из одной точки $x^* = 0$, то лемма, очевидно, доказана. Пусть $x^* \neq 0$. Тогда (лемма 2) $x^\infty(n, x_0) \in \dot{m}^\varepsilon \subset \dot{m}^\sigma$, что противоречит условию 1). Лемма полностью доказана.

Теорема А вытекает из сопоставления лемм 5, 6 и замечания к лемме 6 (ср. [4], с. 790).

1. Булгаков Н. Г., Калитин Б. С., Покатаев А. В. К устойчивости дискретных систем.— Рукопис. деп. в ВИНТИИ, № 1543-79. Деп. от 05.07.79.
2. Булгаков Н. Г. Структура окрестности v -устойчивой точки покоя периодических систем.— В кн.: Проблемы оптимального управления.— Минск, 1981.
3. Зубов В. И. Устойчивость движения.— М., 1973.
4. Булгаков Н. Г.— Докл. АН БССР, 1980, № 9, т. 24, с. 788.

Καθηδρα ΜΟΥ

ДАНГ ДИНЬ ТЯУ

Рассмотрим бесконечную систему дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= \hat{f}_1(x_1, \dots, x_n, \dots) \\ &\vdots \\ \frac{dx_n}{dt} &= \hat{f}_n(x_1, \dots, x_n, \dots) \end{aligned} \quad (1)$$

Пусть существует строго возрастающая последовательность натуральных чисел (n_s) такая, что $k_{n_s} = n_s$ ($s = 1, 2, \dots$).

$$\begin{aligned} x &::= (x_1, \dots, x_n, \dots), x_n \in R \ (n=1, 2, \dots), \\ \|x\| &::= \sup \{|x_1|, |x_2|, \dots, |x_n|, \dots\}, R^\infty := \{x \mid \|x\| < +\infty\}, \\ O_\infty &::= (0, 0, \dots), \Phi_m := \{x \mid x \in R^\infty, x_j = 0, \forall j > m\}, \\ \Phi_m F &::= \{x \mid x: R \rightarrow \Phi_m\}, N := \{1, 2, \dots\}. \end{aligned}$$

$1^\circ f_n(x_{k_n}, \dots, x_n, \dots)$ равномерно по n удовлетворяют условию Липшица относительно $x_{k_n}, \dots, x_n, \dots$, т. е. $|\bar{f}_n(\bar{x}_{k_n}, \dots, \bar{x}_n, \dots) - \bar{f}_n(\bar{x}_{k_n}, \dots, \bar{x}_n, \dots)| \leq L \|\bar{x} - \bar{x}\|$, где $\bar{x} = (\bar{x}_{k_n}, \dots, \bar{x}_n, \dots)$, $\bar{x} = \bar{x}_{k_n}, \dots, \bar{x}_n, \dots$ ($n = 1, 2, \dots$).

Доказательство. Так как последовательность (n_s) строго возрастающая, для любого фиксированного числа m существует $n_{m_0} \geq m+1$. Положим $q = n_{m_0}$. Рассмотрим конечную систему

[illegible]

Возьмем теперь вектор-функцию $x(t) = (x_1(t), x_2(t), \dots, x_{q-1}(t), 0, \dots)$.

Обозначим $\alpha_\xi(\omega_\xi)$ предельное при $t \rightarrow -\infty$ ($t \rightarrow +\infty$) множество решений $x(\cdot, \xi)$, т. е. $\alpha_\xi:: = \bigcap_{t < 0} \overline{U x(\sigma, \xi)}$, $\omega_\xi:: = \bigcap_{t > 0} \overline{U x(\sigma, \xi)}$, и положим:

Назовем множество $\alpha_{(\xi)}$ смежным α -предельным множеством точки $\xi \in R^\infty$ относительно бесконечной системы (1).

Доказательство. Следует из того, что $x(\cdot, \xi)$ принадлежит $\Phi_{n_m} F$, если $\xi \in \Phi_m$, а также из работы [2, с. 340 — 358].

41)

Определение 2. Нулевое решение бесконечной системы (1) называется сильно неустойчивым, если $\exists \varepsilon_0 > 0, \exists m \in N, \forall \delta > 0, \exists \xi \in \Phi_m \exists t_1 > 0$ такие, что $\|\xi\| < \delta$ и $\|x(t_1, \xi)\| \geq \varepsilon_0$.

Теорема 1. Для сильной неустойчивости нулевого решения бесконечной системы (1) необходимо и достаточно существование $q_0 \in N, \xi \in \Phi_{q_0} \setminus O_\infty$ таких, что $O_\infty \in \alpha(\xi)$.

Доказательство. Необходимость. Пусть нулевое решение бесконечной системы (1) сильно неустойчиво, т. е. $\exists \varepsilon_0 > 0, \exists m \in N, \forall \delta > 0 \exists \xi \in \Phi_m, \xi \neq 0_\infty, \exists t_1 = t_1(\delta) > 0$ такие, что $\|\xi\| < \delta$ и $\|x(t_1, \xi)\| \geq \varepsilon_0$.

Рассмотрим соответствующую конечную систему (2) (см. лемма 1). Нетрудно видеть, что нулевое решение конечной системы (2) неустойчиво по Ляпунову, поэтому существует (см. [3]) $\xi^* \in R^{n_{m_0}}, \|\xi^*\| \neq 0$ такое, что $O_{n_{m_0}} \in \alpha(\xi^*)$, где $O_{n_{m_0}}$ — начало координат $R^{n_{m_0}}$.

Возьмем $\xi := (\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_{n_{m_0}}, 0, 0, \dots)$. Тогда нетрудно проверить, что $O_\infty \in \alpha(\xi)$, и необходимость доказана, так как можно положить $q_0 = n_{m_0}$. Достаточность доказывается аналогично.

Возьмем некоторую непрерывную функцию $d:]0, +\infty[\rightarrow R$, строго возрастающую и такую, что $d(+0) = \lim_{r \rightarrow +0} d(r) = -\infty$.

Определим для любого ненулевого решения $x(\cdot, \xi)$ бесконечной системы (1) обобщенное характеристическое d -число (см. [3]):

$$(\Omega)^- d\xi := \lim_{\xi' \rightarrow +0} \sup_{\xi' \in (\xi)_\varepsilon} \left(- \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{1}{t} d(\|x(-t, \xi')\|) \right).$$

Лемма 2. Пусть для бесконечной системы (1) существует $\xi \in R^\infty, \|\xi\| \neq 0$ такое, что $\alpha(\xi)$ не пустое и $O_\infty \in \alpha(\xi)$ (3), тогда существует функция d , для которой $(\Omega)^- d\xi > 0$.

Доказательство. Для любого натурального k обозначим $\delta_k := \frac{\|\xi\|}{k}$, $(\xi)^k := (\xi) \frac{1}{k}$.

На основании (3) для любого k найдется точка $\xi_k \in (\xi)^k$ и число $t_k > 0$ такие, что $\|x(-t_k, \xi_k)\| = \delta_k$. При $k \rightarrow +\infty$ последовательность $(\xi_k) \rightarrow \xi$ и поэтому последовательность $(t_k) \rightarrow +\infty$. Построим последовательность (l_k) и функцию d следующие: (см. [3, 4])

$$l_1 := 0, \\ l_{k+1} := \min(l_k - 1, -t_{k+1}), \\ d(r) := \begin{cases} r - \delta_1, & \text{если } r > \delta_1, \\ l_k, & \text{если } r = \delta_k, \\ \frac{((\delta_k - r) l_{k+1} + (r - \delta_{k+1}) l_k)}{\delta_k - \delta_{k+1}}, & \text{если } \delta_{k+1} < r < \delta_k. \end{cases}$$

Тогда для $k > 1$ $\frac{1}{t_k} d(\|x(-t_k, \xi_k)\|) \leq -1$. Следовательно, $\lim_{k \rightarrow +\infty} \frac{1}{t_k} \times \times d(\|x(-t_k, \xi_k)\|) \leq -1$ или $\lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{1}{t} d(\|x(-t, \xi_k)\|) \leq -1$. Возьмем произвольное $\varepsilon > 0$. Тогда найдется номер k_0 такой, что $k \geq k_0 \Rightarrow \xi_k \in (\xi)_\varepsilon$ и поэтому $\sup_{\xi' \in (\xi)_\varepsilon} \left(- \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{1}{t} d(\|x(-t, \xi')\|) \right) \geq \sup_{k \geq k_0} \left(- \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{1}{t} d(\|x(-t, \xi_k)\|) \right)$. Следовательно, $(\Omega)^- d\xi \geq 1 > 0$. Лемма доказана.

Теорема 2. Для сильной неустойчивости нулевого решения бесконечной системы (1) необходимо и достаточно существование функции d , числа $m \in N$ и точки $\xi \in \Phi_m \setminus O_\infty$ таких, что $(\Omega)^- d\xi > 0$.

Доказательство. Необходимость теоремы следует из теоремы 1 и леммы 2.

Докажем достаточность. Допустим, что существует функция d , число m и точки $\xi \in \Phi_m \setminus O_\infty$, для которых $(\Omega)^- d\xi = \alpha_0 > 0$. Возьмем $\varepsilon_0 = \|\xi\|$ и произвольное $\delta > 0$. Докажем, что существует $\xi^* \in \Phi_{q_0} \setminus O_\infty$ такое, что $\|\xi^*\| < \delta$ и $\|x(t', \xi^*)\| = \varepsilon_0$. Из определения обобщенного характеристического d -числа на сфере радиуса ε_0 с центром в O_∞ в любой сферической окрестности точки ξ найдется точка ξ' , $\xi' \in \Phi_m \setminus O_\infty$ и найдутся сколько угодно большие значения $t' > 0$ такие, что $d(\|x(-t', \xi')\| < -\frac{1}{2} \alpha_0 t')$.

Выберем t' так, чтобы выполнялось $-\frac{1}{2} \alpha_0 t' < d(\delta)$. Тогда $\|x(-t', \xi')\| < \delta$ или $\|x(t', \xi^*)\| = \|\xi'\| = \|\xi\| = \varepsilon_0$, где $\xi^* := x(-t', \xi') \in \Phi_{q_0} \setminus O_\infty$, $q_0 = r_{m_0} \geq m + 1$, поэтому $\exists \varepsilon_0 = \|\xi\| > 0$, $\exists q_0 \in N$, $\forall \delta > 0 \exists \xi^* \in \Phi_{q_0}$ $\|\xi^*\| < \delta$, $\exists t' > 0$, для которых $\|x(t', \xi^*)\| = \varepsilon_0$, т. е. нулевое решение бесконечной системы (1) сильно неустойчиво. Теорема доказана.

З а м е ч а н и е. В теоремах 1, 2 при $\xi \in \Phi_m$ $(\xi)_\varepsilon$ определено следующим образом: $(\xi)_\varepsilon := \{\xi' | \xi' \in \Phi_m, \|\xi'\| = \|\xi\|, \|\xi' - \xi\| \leq \varepsilon\}$.

Автор выражает глубокую благодарность профессору Ю. С. Богданову за постановку задачи и постоянное внимание.

ЛИТЕРАТУРА

1. Персидский К. П. Бесконечные системы дифференциальных уравнений и дифференциальные уравнения в нелинейных пространствах.— Алма-Ата, 1976.
2. Немыцкий В. В., Степанов В. В. Качественная теория дифференциальных уравнений.— Л., 1947.
3. Богданова М. Ю.— Дифференц. уравнения, 1980, № 2, с. 195.
4. Богданов Ю. С.— Дифференц. уравнения, 1965, № 1, с. 41.

Поступила в редакцию
29.09.81.

Кафедра высшей математики

Краткие сообщения

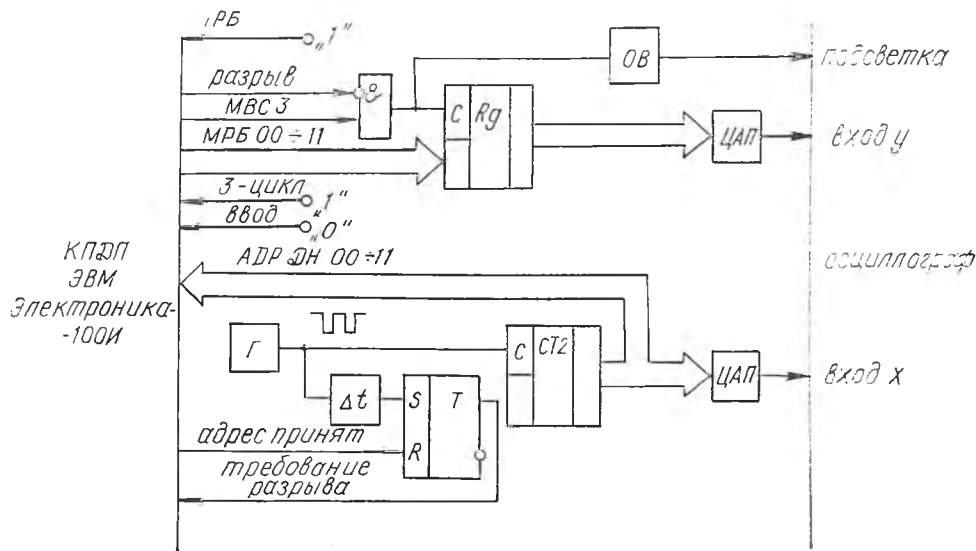
УДК 681.142.62

В. Л. ГУРАЧЕВСКИЙ, А. Г. ЦЫБУЛЬКА

ПРОСТОЙ ТОЧЕЧНЫЙ ДИСПЛЕЙ ДЛЯ СПЕКТРОМЕТРИЧЕСКИХ ЭКСПЕРИМЕНТОВ НА ЛИНИИ С МИНИ-ЭВМ

В современном ядерно-физическом эксперименте спектрометрического характера функции накопления, обработки и вывода информации все чаще поручаются мини-ЭВМ, работающей в реальном масштабе времени (на линии с экспериментом). Однако, в отличие от обычно используемых специализированных устройств типа многоканального анализатора, основной комплект мини-ЭВМ, как правило, не содержит средств вывода даже простой графической информации. В связи с этим возникла задача разработки точечного дисплея для оперативного отображения накапливаемых спектров и его сопряжения (интерфейса) с ЭВМ.

Любое внешнее устройство (ВУ) может быть подключено к ЭВМ с помощью как минимум двух каналов обмена информацией: программно-управляемого и канала прямого доступа в память [1]. Анализ различных вариантов обмена данными применительно к указанной задаче показал, что наиболее удобным является использование прямого доступа в память (ПДП). Дело в том, что программный обмен приводит к нерациональному расходованию машинного времени, так как для его реализации необходима достаточно громоздкая, постоянно работающая



Блок-схема дисплея и интерфейса с ЭВМ (пояснения см. в тексте; обозначения сигналов соответствуют ТД на ЭВМ «Электроника-100И»)

программа (драйвер). Это особенно нежелательно в случае одновременной работы ЭВМ со многими ВУ. В случае ПДП драйвер вообще не нужен, поскольку обмен данными происходит минуя процессор, а функции управления берет на себя интерфейс [1].

Схема разработанного устройства приведена на рисунке. Собственно дисплей состоит из двух цифроаналоговых преобразователей ЦАП, выходы которых подключены к входам X и Y осциллографа [2]. Основными узлами интерфейса являются генератор импульсов Г, триггер запроса ТЗ и счетчик, число разрядов которого определяет объем выводимого участка памяти. Нами использован восьмиразрядный счетчик, что соответствует массиву в 256 ячеек. Каждый импульс генератора изменяет состояние счетчика и через задержку Δt , необходимую для завершения переходных процессов, устанавливает в единичное состояние ТЗ. Получив сигнал запроса через шину «требование разрыва», ЭВМ завершает исполнение текущей команды и выдает на шину данных МРБ 00÷11 содержимое ячейки памяти с адресом, определяемым кодом на шинах АДР ДН 00÷11, т. е. состоянием счетчика. Для формирования импульса записи выводимой информации в буферный регистр используются сигнал «разрыв» и синхроимпульс на шине МВС 3, получаемые из ЭВМ. Уровни на шинах «ввод», «3 цикл» и «+ 1РБ» определяют необходимый режим вывода данных [1]. Скорость развертки может регулироваться изменением частоты генератора, которая для получения немерцающего изображения должна удовлетворять условию $f/N \geq 25$ Гц, где N — число ячеек в выводимом массиве, равное емкости счетчика (2^8).

В заключение отметим, что время одного цикла ПДП ЭВМ «Электроника-100И» составляет 1,5 мкс, поэтому подключение дисплея практически не влияет на скорость выполнения ЭВМ других задач. Во многих случаях, например, для организации накопления спектров, желательно обеспечить ПДП и ряду других ВУ. Так как канал ПДП ЭВМ «Электроника-100И» рассчитан на подключение лишь одного ВУ, нами был разработан специальный контроллер, аналогичный применяемым в микропроцессорных системах блокам приоритетного прерывания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Соучек Б. Мини-ЭВМ в системах обработки информации. — М., 1976.
2. Соколов М. П. Автоматические измерительные устройства в экспериментальной физике. — М., 1978.

Поступила в редакцию
24.04.80.

Кафедра ядерной физики и мирного
использования атомной энергии

УДК 621.317.612

[В. В. ИЗОХ], В. С. КУРИЛО, В. Д. ТЕЛЕГИН

ИЗМЕРЕНИЕ ВОЛНОВОЙ МАТРИЦЫ ПЕРЕХОДА

При точном измерении S -параметров СВЧ транзисторов необходимо знать волновую матрицу перехода со стандартного сечения, которое использовано в измерительной аппаратуре, к микрополосковой линии, на которой выполнен держатель транзистора. Нами предлагается способ определения S -матрицы перехода с помощью стандартной аппаратуры по измерениям частотной зависимости коэффициентов отражения перехода, коротко замкнутого и разомкнутого на конце микрополосковой линии.

Считаем переход обратимым устройством без потерь. В этом случае его S -матрица имеет вид [1]:

$$[S] = \begin{bmatrix} |S_{11}| e^{j\varphi_{11}} & \sqrt{1 - |S_{11}|^2} e^{j - \frac{\varphi_{11} + \varphi_{22} + \pi}{2}} \\ \sqrt{1 - |S_{11}|^2} e^{j \frac{\varphi_{11} + \varphi_{22} + \pi}{2}} & |S_{11}| e^{j\varphi_{22}} \end{bmatrix} \quad (1)$$

Обозначим через Γ' входной коэффициент отражения при разомкнутом конце микрополосковой линии, через Γ'' — при замкнутом конце микрополосковой линии. Тогда, воспользовавшись (1), найдем, что

$$\frac{\Gamma' + \Gamma''}{\Gamma' - \Gamma''} = 2j \frac{|S_{11}|}{1 - |S_{11}|^2} \sin \varphi_{22}. \quad (2)$$

Левая часть уравнения (2), экспериментально измеряемая, имеет простую связь с параметрами S -матрицы перехода. Это основное уравнение предлагаемого метода. В случае применения измерительной линии, преобразуем уравнение (2) к следующему виду:

$$\frac{\pi}{\lambda} \left(\Delta l - \frac{\Delta l'}{\sqrt{\epsilon_{\text{эф}}}} \right) = \frac{|S_{11}|}{1 - |S_{11}|^2} \sin \left(-\frac{4\pi f}{c} l_{\text{экв}} \pm \frac{\pi}{2} \right), \quad (3)$$

где Δl — расстояние от положения минимума при коротко замкнутом конце микрополосковой линии до положения максимума при разомкнутом конце (отсчитывается в сторону генератора); $\Delta l'$ — эквивалентное удлинение разомкнутого конца микрополосковой линии, примерно равное 0,4 толщины диэлектрической подложки; $l_{\text{экв}}$ — эквивалентная длина микрополосковой линии. При этом мы воспользовались условием $|S_{11}| \ll 1$, что для реальных переходов всегда выполняется.

Из уравнения (3) видно, что, если $l_{\text{экв}} > \frac{c}{2\Delta f}$,

где Δf — ширина полосы частоты, в которой проводятся измерения, то Δl будет изменяться по синусоидальному закону с медленно меняющейся амплитудой. Искомыми величинами являются максимальный интервал изменения Δl — ΔL_{max} и частота f_0 , на которой зависимость $\Delta l(f)$ проходит через свое среднее значение. Тогда

$$\frac{|S_{11}|}{1 - |S_{11}|^2} = \frac{\pi \Delta L_{\text{max}}}{2 \lambda_{\text{max}}}; \quad \frac{-4\pi f_0}{c} l_{\text{экв}} \pm \frac{\pi}{2} = n\pi.$$

Для определения $l_{\text{экв}}$ необходимо в первом приближении знать $\sqrt{\epsilon_{\text{эф}}}$, чтобы устранить неопределенность в n и в знаке при $\frac{\pi}{2}$.

Предложенный способ измерения S -матрицы перехода имеет более высокую точность по сравнению с известными методами [2] благодаря усреднению ошибок измерения при определении зависимости $\Delta l(f)$ и не требует дополнительных нестандартных элементов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Фельдштейн А. Л., Явич Л. Р., Смирнов В. П. Справочник по элементам волновой техники. — М., 1967, с. 18.
2. Bianso B., Parodi M., Ridella S. — IEEE Trans. on Instr. Meas., 1976, v. 25, № 4, p. 320.

Поступила в редакцию
17.06.80.

Кафедра радиофизики и электроники СВЧ

УДК 537.525.5

В. Е. ГРАКОВ, А. С. МАЙГА

ВЛИЯНИЕ ПРОДОЛЬНОГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ НА ЭРОЗИЮ ЭЛЕКТРОДОВ В ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ВАКУУМНОЙ ДУГЕ

Эрозия электродов — один из важнейших процессов электрических вакуумных дуг. Необходимость изучения закономерностей эрозии связана не только с выяснением физического механизма приэлектродных процессов, но и с многочисленными применениями вакуумных дуг в технике силовых контактов и дуговых плазмотронов [1].

В данной работе выполнено экспериментальное исследование влияния продольного магнитного поля на эрозию в вакуумной дуге размыка-

нения с кадмиевыми электродами. Вакуумная дуга возбуждалась путем разведения электродов между полюсами электромагнита по методике, описанной в [2]. Вследствие функционирования катодного пятна имеет место эрозия катода, которая при исследованных режимах (ток дуги 1—10 А) происходит в паровой фазе, создавая катодные плазменные струи. При этом часть испаряющегося с катода металла конденсируется на аноде, в результате чего наряду с уменьшением массы катода происходит увеличение массы анода. Эрозия пропорциональна количеству электричества, прошедшему через разрядный промежуток [3], и поэтому эрозию катода и увеличение массы анода удобно характеризовать коэффициентами электропереноса:

$\chi_K = \frac{\Delta m_K}{i_g (\Sigma t)}$ и $\chi_A = \frac{\Delta m_A}{i_g (\Sigma t)}$, где i_g — величина тока дуги; Σt — суммарное время горения дуги при достаточно большом числе размыканий; Δm_K — убыль массы катода; Δm_A — увеличение массы анода.

На рисунке приведены полученные графики зависимости коэффициентов электропереноса от величины продольного магнитного поля для кадмиевой дуги. Коэффициент электропереноса катода χ_K асимптотически уменьшается с увеличением магнитного поля, в то время как коэффициент электропереноса анода χ_A практически остается постоянным.

Если бы катодные плазменные струи содержали только нейтральные атомы, коэффициент электропереноса анода χ_A уменьшался бы с магнитным полем пропорционально χ_K . Поскольку, однако, некоторая часть атомов в катодных плазменных струях ионизована, то их циклотронное движение увеличивает относительное количество пара, осаждающегося на аноде, и компенсирует убыль χ_A , связанную с уменьшением эрозии катода.

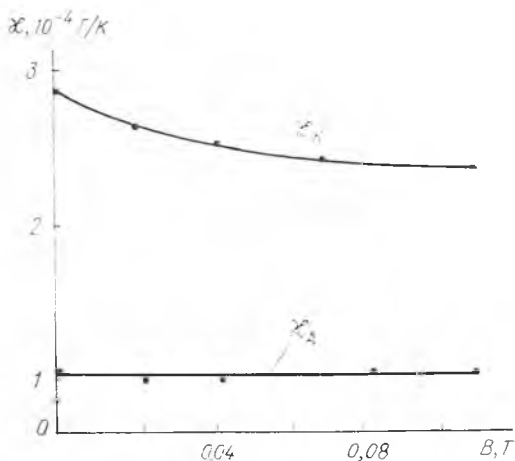
Из отношения коэффициентов электропереноса χ_A/χ_K без магнитного поля (0,35) и при максимальном магнитном поле эксперимента (0,42) можно произвести оценку нижней границы степени ионизации катодных плазменных струй в кадмиевой дуге. Если предположить, что увеличение этого отношения обусловлено ионами, содержащимися в части (0,65) потока струй, минующего анод (при $B=0$), то степень ионизации кадмиевого пара должна быть не менее 11 %.

ЛИТЕРАТУРА

1. Любимов Г. А., Раховский В. И. — УФН, 1978, т. 125, вып. 4, с. 665.
2. Граков В. Е. — Вестн. Белорусского ун-та. Сер. 1, мат., физ., меж., 1978, № 1, с. 38.
3. Наггу J. E. — J. Appl. Phys., 1969, v. 40, p. 265.

Поступила в редакцию
14.05.80.

Кафедра физической оптики



Зависимость коэффициентов электропереноса катода χ_K и анода χ_A кадмиевой вакуумной дуги от продольного магнитного поля B

СТАБИЛИЗАЦИЯ БЕЗ СКОЛЬЖЕНИЯ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ С ПЕРЕМЕННОЙ СТРУКТУРОЙ

Пусть движение некоторого управляемого объекта описывается системой дифференциальных уравнений

$$\dot{x} = A(v)x + B(\omega)u, \quad (1)$$

где B — $(n \times r)$ -матрица. Будем считать, что вектор-функции $v(t)$ и $\omega(t)$ кусочно-постоянны и на каждом интервале постоянства их значения принадлежат заданным конечным наборам множеств $\{v_1, v_2, \dots, v_p\}$ и $\{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_q\}$ точек из R^m и R^l соответственно; r — мерное управляющее воздействие $u(t)$ выбирается из класса кусочно-непрерывных вектор-функций, содержащего управление $u(t) \equiv 0$. Для каждого из значений $v = v_i, i = \overline{1, p}$, и $\omega = \omega_j, j = \overline{1, q}$, матрицы A, B определены и имеют ограниченные элементы.

Управления $z = (v, \omega, u)$ описанного типа будем называть допустимыми.

Определение. Если для любого состояния $x_0 \in R^n$ можно указать допустимое управление z такое, что решение $x(t), x(0) = x_0, 0 \leq t < T \leq +\infty$ системы (1), порожденное этим управлением, обладает свойством $x(t) \rightarrow 0$ при $t \rightarrow T$, то будем говорить, что система (1) стабилизируема. Если при этом управление z имеет лишь конечное число точек разрыва, то будем говорить, что система (1) стабилизируема без скольжения.

Положим $A(v_i) = A_i, i = \overline{1, p}, B(\omega_j) = B_j, j = \overline{1, q}$, и пусть $A^s b = \{A_{i_1}^{i_1} A_{i_2}^{i_2} \dots A_{i_s}^{i_s} b_k, i_s \geq 0, v \leq s, 0 \leq s \leq \sum_{i=1}^s i_s \leq n-1, j = \overline{1, q}; k = \overline{1, r}\}$, где $b_k^j, k = \overline{1, r}$, — столбцы матрицы $B_j, j = \overline{1, q}$.

В [1] приведено необходимое и достаточное условие полной управляемости системы (1), выраженное равенством

$$\text{ранг} \{b, A^1 b, A^2 b, \dots, A^{n-1} b\} = n. \quad (2)$$

При конечном T введенное определение совпадает с определением полной управляемости в [1].

Обозначим через H_i подпространство асимптотически устойчивых состояний x^0 системы $\dot{x} = A_i x, i = \overline{1, p}$. Известно, что H_i — линейные пространства, поэтому объединения этих пространств (как объединение множеств соответствующих точек) можно описать с помощью равенства

$$Hx = 0, \quad (3)$$

где H — постоянная матрица.

Из представления пространства управляемых состояний [1] следует, что система (1) относительно управляема (на подпространство (3)) тогда и только тогда, когда

$$\text{ранг} \{Nb, HA^1 b, HA^2 b, \dots, HA^{n-1} b\} = \text{ранг} \{H\}. \quad (4)$$

Если система (1) полностью управляема, то она стабилизируема без скольжения, причем, за конечное время для каждого из состояний x^0 . Если же полная управляемость отсутствует, но сохраняется относительная управляемость на подпространство (3), всякое состояние x^0 , не лежащее на (3), можно за конечное время перевести в x_1 на (3) с помощью некоторого допустимого управления. Далее можно положить $u = 0$ и $v = v_i$, где индекс i взят таким, что $x_1 \in H_i$. В результате оказывается, что и в этом случае система (1) стабилизируема без скольжения. Легко видеть, что верно и обратное, поэтому справедлива

Теорема. Система (1) стабилизируема без скольжения тогда и только тогда, когда выполняется одно из условий (2), (4).

З а м е ч а н и е. Использование скользящих движений при решении

задач стабилизации [2, 3] всегда требует обоснования решений на поверхности разрыва, представляющего самостоятельную задачу [3, 4]. Это соответствует дополнительной трудности при практической реализации полученного решения. Предлагаемый в данной работе метод решения лишен этого недостатка. Управления, решающие поставленную задачу, кусочно-непрерывны.

Выражаю благодарность Л. Е. Забелло за обсуждение материала данной статьи.

ЛИТЕРАТУРА

1. Калитин Б. С.— Дифференц. уравнения, 1977, т. 13, с. 556.
2. Цыпкин Я. З. Теория релейных систем автоматического регулирования.— М., 1955.
3. Уткин В. И. Скользящие режимы и их применения в системах с переменной структурой.— М., 1974.
4. Филиппов А. Ф.— Матем. сб., 1960, т. 51, № 1.

Поступила в редакцию
17.06.80.

Кафедра МОУ

УДК 518 : 321

И. И. КОРЗУН

О НЕКОТОРЫХ ОДНОШАГОВЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ ЯВНЫХ УСТОЙЧИВЫХ МЕТОДАХ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА ТОЧНОСТИ ЧИСЛЕННОГО ИНТЕГРИРОВАНИЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Для численного решения задачи Коши

$$\dot{u} = f(u), \quad (1)$$

$$u(t_0) = u_0, \quad (2)$$

где f — заданная функция действительной переменной $u(t)$, достаточно гладкая в некоторой области изменения ее аргумента, рассмотрим семейство зависящих от параметров a, b, c, A, B нелинейных явных одношаговых методов вида

$$\begin{aligned} \hat{y} = y + (A + B)\tau f \frac{f}{Bf + Af(y + a\tau f)} + b\tau f \cdot \frac{f(j - f(y + a\tau f))}{(Bf + Af(y + a\tau f))^2} + \\ + c\tau f \frac{f(j - f(y + a\tau f))^2}{(Bf + Af(y + a\tau f))^3}, \end{aligned} \quad (3)$$

где $y \approx u(t)$, $\hat{y} \approx u(t + \tau)$, $f = f(y)$.

При $A + B \neq 0$ погрешность r формулы (3) на точном решении уравнения (1) имеет представление

$$\begin{aligned} r = \frac{1}{2} \tau^2 f f' \left(1 + \frac{2Aa}{A+B} + \frac{2ab}{(A+B)^2} \right) + \frac{1}{6} \tau^3 f f'^2 \left(1 - \frac{6A^2 a^2}{(A+B)^2} - \right. \\ \left. - \frac{6a^2(2Ab+c)}{(A+B)^3} \right) + \frac{1}{6} \tau^3 f^2 f'' \left(1 + \frac{3Aa^2}{A+B} + \frac{3a^2 b}{(A+B)^2} \right) + \\ + \frac{1}{24} \tau^4 f f'^3 \left(1 + \frac{24A^3 a^3}{(A+B)^3} + \frac{24Aa^2(Ab(a+1)+ac)}{(A+B)^4} \right) + \\ + \frac{1}{24} \tau^4 f^3 f''' \left(1 + \frac{4Aa^3}{A+B} + \frac{4a^3 b}{(A+B)^2} \right) + O(\tau^5). \end{aligned} \quad (4)$$

Если

$$\begin{aligned} (A+B)^2 + 2Aa(A+B) + 2ab = 0, \quad (A+B)^2 + 3Aa^2(A+B) + 3a^2b = 0, \\ (A+B)^3 - 6A^2 a^2(A+B) - 6a^2(2Ab+c) = 0, \end{aligned} \quad (5)$$

то $r = O(\tau^4)$, и методы (3) имеют третий порядок точности. Из (5) следует, что

$$a = \frac{2}{3}, \quad b = -\frac{1}{4}(A+B)(7A+3B), \quad c = \frac{1}{8}(A+B)(23A^2+18AB+3B^2), \quad (6)$$

A, B — свободные параметры ($A+B \neq 0$).

Применительно к модельному уравнению $\dot{u} = -\lambda u$, $\lambda > 0$, методы (3), (6) приводят к соотношению $\dot{y} = Sy$, где

$$S = (54(A+B)^3 - 54(A+B)^2(3A+B)x + 9(A+B) \cdot (23A^2 + 18AB + 3B^2)x^2 - (151A^3 + 207A^2B + 81AB^2 + 9B^3)x^3) / (54(A+B)^3 - 108A(A+B)^2x + 72A^2(A+B)x^2 - 16A^3x^3), \quad x = \lambda\tau > 0. \quad (7)$$

Если $|S| < 1$, то методы (3), (6) A -устойчивы, при $0 \leq S < 1$ — монотонны [1]. Достаточные условия A -устойчивости и монотонности этих методов дает следующая

Теорема. Пусть $A+B > 0$, $A < 0$, $B = k|A|$, $k > 0$. Тогда при любом шаге интегрирования методы (3), (6) A -устойчивы, если

$$k \in]1; 3] \cup \{5\}, \quad (8)$$

и монотонны, если

$$k \in \left] 1, 3 - \frac{2}{3} \sqrt{3} \cos \frac{1}{3} \arccos \frac{\sqrt{3}}{3} - 2 \sin \frac{1}{3} \arccos \frac{\sqrt{3}}{3} \right]. \quad (9)$$

Теорема позволяет выделить однопараметрическое семейство нелинейных явных одношаговых методов третьего порядка точности, требующих вычисления двух значений f на каждом шаге интегрирования, вида

$$\hat{y} = y + (k-1)\tau f - \frac{f}{kf - f\left(y + \frac{2}{3}\tau f\right)} - \frac{1}{4}(k-1)(3k-7)\tau \cdot$$

$$\cdot \frac{f\left(f - f\left(y + \frac{2}{3}\tau f\right)\right)}{\left(kf - f\left(y + \frac{2}{3}\tau f\right)\right)^2} + \frac{1}{8}(k-1)(3k^2 - 18k + 23)\tau \frac{f\left(f - f\left(y + \frac{2}{3}\tau f\right)\right)^2}{\left(kf - f\left(y + \frac{2}{3}\tau f\right)\right)^3},$$

при любом τ A -устойчивых, если имеет место (8), и монотонных, если выполнено (9).

ЛИТЕРАТУРА

1. Бобков В. В. — Дифференц. уравнения, 1977, № 11, с. 2076.

Поступила в редакцию
01.06.81.

Кафедра вычислительной математики

УДК 517.926.4

О. А. КАСТРИЦА

ОБ ЭКСТРЕМАЛЬНЫХ ОТКЛОНЕНИЯХ РЕШЕНИЙ ПРИ ОГРАНИЧЕННЫХ ВОЗМУЩЕНИЯХ ЛИНЕЙНОЙ СИСТЕМЫ

Пусть

$$\frac{dx}{dt} = A(t)x \quad (1)$$

система с кусочно-непрерывной на $[0, +\infty[$ матрицей $A(t)$ и $B(t) = [b_{ij}(t)]_{i,j=1, \dots, n}$ — кусочно-непрерывная на $[0, +\infty[$ матрица с условием $\|B(t)\| \leq \alpha$; $\alpha > 0$ — фиксированная величина. Рассмотрим систему

$$\frac{dy}{dt} = [A(t) + B(t)]y. \quad (2)$$

Обозначим $x(t, \xi)$ и $y_B(t, \xi)$ решения систем (1) и (2) со значениями ξ при $t=0$ и $\Delta_B(t) = y_B(t, \xi) - x(t, \xi)$.

Задача. Найти $B_0(t)$, $\|B_0(t)\| \leq \alpha$, такую, что $\|\Delta_{B_0}(t)\| = \max_{\|B(t)\| \leq \alpha} \|\Delta_B(t)\| + o(\alpha)$, $t \in [0, T]$, $T \in R^+$.

Для определенности считаем $B_0(t)$ непрерывной слева. Обозначим $e_k = (0, \dots, 0, 1, 0, \dots, 0)$ (1 на k -м месте) и $B_{ij} = e_i^T e_j e$, $e \in R^+$.

Вектор $k_{ij}(t) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{y_{B_{ij}}(t, \xi) - x(t, \xi)}{\varepsilon}$ называется вектором чувствительности решения $x(t, \xi)$ системы (1) к возмущению ij -го элемента матрицы $A(t)$, $k_{ij}(t) = (k_{ij}^1(t), k_{ij}^2(t), \dots, k_{ij}^n(t))^T$.

Будем считать систему (1) стационарной. Тогда решение $x(t, \xi)$ будет непрерывно дифференцируемой функцией t и элементов a_{ij} матрицы A , $i, j = 1, \dots, n$, поэтому $y_B(t, \xi) = x(t, \xi) + \sum_{i,j=1}^n \frac{\partial x(t, \xi)}{\partial a_{ij}} b_{ij} + o(\alpha)$.

Но для стационарной системы $\frac{\partial x(t, \xi)}{\partial a_{ij}} = k_{ij}(t)$, $\frac{\partial x_i(t, \xi)}{\partial a_{ij}} = k_{ij}^i(t)$. Значит, $\|\Delta_B(t)\| = \left| \sum_{i,j=1}^n k_{ij}(t) b_{ij} \right| + o(\alpha)$.

Пусть $\|x\| = \max_i |x_i|$. Тогда $\|\Delta_B(t)\| = \max_{l=1, \dots, n} \left| \sum_{i,j=1}^n k_{ij}^l(t) b_{ij} \right| + o(\alpha)$.

а) Для нормы матрицы, определяемой формулой $\|A\| = \max_{i,j=1, \dots, n} |a_{ij}|$ максимальным отклонением решения будет $\max_{\|\Delta_B(t)\| \leq \alpha} \|\Delta_B(t)\| = \alpha \cdot \max_{l=1, \dots, n} \times \times \sum_{i,j=1}^n |k_{ij}^l(t)| + o(\alpha)$.

Чтобы построить матрицу $B_0(t)$, реализующую экстремальное отклонение, сравниваем величины $\mu_e = \sum_{i,j=1}^n |k_{ij}^l(t)|$, $l = 1, \dots, n$. Если $\max_{l=1, \dots, n} \mu_l = \mu_p$, то матрицей $B_0(t)$ в каждый момент t будет $B_0(t) = \alpha \cdot \lim_{s \rightarrow t-0} [\text{sgn } k_{ij}^p(s)]_{i,j=1, \dots, n}$. Это кусочно-постоянная матрица, меняющая значения в моменты, когда k_{ij}^p меняют знаки, и непрерывная слева.

в) Если норма матрицы определяется формулой $\|A\| = \sum_{i,j=1}^n |a_{ij}|$, то $\max_{\|\Delta_B(t)\| \leq \alpha} \|\Delta_B(t)\| = \alpha \cdot \max_{l,i,j=1, \dots, n} |k_{ij}^l(t)| + o(\alpha)$.

Предположим, что в момент t $\max |k_{ij}^l(t)|$ достигается при $(l, i, j) = (p, q, r)$. Тогда $B_0(t) = \alpha e_q^T e_r$. Это кусочно-непрерывная матрица. В моменты переключений считаем ее непрерывной слева.

Нахождение вектора чувствительности. Дифференцируя равенство $\frac{dx(t, \xi)}{dt} = Ax(t, \xi)$ по a_{ij} и меняя порядок дифференцирования по t и по a_{ij} , получим неоднородную линейную систему для определения $k_{ij}(t)$:

$$\frac{dk_{ij}}{dt} = Ak_{ij} + e_i^T e_j x(t, \xi). \text{ Откуда } k_{ij}(t) = e^{At} k_{ij}(0) + \int_0^t e^{A(t-\tau)} e_i^T e_j e^{A\tau} \xi d\tau.$$

Поскольку $k_{ij}(0) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{e^{(A+B_{ij})t} - e^{At}}{\varepsilon} \Big|_{t=0} = 0$, то $k_{ij}(t) = \int_0^t e^{A(t-\tau)} e_i^T e_j e^{A\tau} \xi d\tau$, $i, j = 1, \dots, n$.

Для нахождения векторов чувствительности можно использовать матрицы чувствительности K_{ij} фундаментальной матрицы $X(t)$, определенные в [1]. В самом деле, $x(t, \xi) = X(t) \xi$. Откуда $k_{ij}(t) = \frac{\partial X(t) \xi}{\partial a_{ij}} = K_{ij} \xi$. В случае $n = 2$ матрицы K_{ij} вычислены в [1].

ЛИТЕРАТУРА

1. Кастрица О. А., Феденя М. М. О чувствительности и экстремальном возмущении фундаментальной матрицы.— Рукопись деп. в ВИНТИ, № 1352-81. Деп. от 25.03.81.

Поступила в редакцию
01.07.81.

Кафедра высшей математики

УДК 539.193 : 546.766

Н. Я. ШИШКИН, И. М. ЖАРСКИЙ,
В. М. ГОГОЛИНСКИЙ, И. П. ЗЯТЬКОВ

СТРУКТУРА И КОЛЕБАТЕЛЬНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ДИОКСОДИБРОМИДОВ МОЛИБДЕНА И ВОЛЬФРАМА

Для исследований структурных параметров соединений тяжелых элементов необходимо разработать методы расчета таких соединений и определить тестовые объекты. Следует отметить, что для бромидов и оксобромидов молибдена и вольфрама отсутствуют систематические надежные данные, а оценки их параметров строения, как показывает наш опыт [1, 2], не обоснованы.

В продолжение исследований оксогалогенидов элементов VI Б подгруппы [1] выполнено электронографическое исследование строения диоксодибромидов молибдена и вольфрама в газовой фазе.

Препараты MoO_2Br_2 и WO_2Br_2 синтезировались из коммерческих продуктов MoO_3 и WO_3 (с предварительным высушиванием) и CBr_4 квалификации ч. д. а. и очищались многократной перегонкой [3, 4].

Диоксодибромиды молибдена и вольфрама испарялись при температуре 383 и 513 К соответственно. Использовались ампулы из никеля, а также молибдена с платиновой вставкой и графитированным паропроводом. Съемки проводились на двух различных приборах — реконструированном ЭГ 100 А в БТИ имени С. М. Кирова и ЭГ 100 М в МГУ имени М. В. Ломоносова (с целью уменьшения систематических погрешностей). Дифракционная картина регистрировалась на особоконтрастные диапозитивные фотопластинки чувствительностью 2 ед. ГОСТ. Съемка велась с двух расстояний сопло ампулы — фотопластинка (~ 180 и ~ 420 мм). Длина волны электронов измерялась по электронограммам кристаллического стандарта ZnO и нестабильность ее в ходе эксперимента составляла менее 0,1 %. Хотя эллиптичность картины не была обнаружена, измерение диаметра колец кристаллического стандарта проводилось по тем же направлениям, что и микрофотометрирование. Электронограммы фотометрировались на модернизированном микрофотометре МФ4 по диаметру, чтобы уменьшить влияние неточности определения центра дифракционной картины. Получены кривые полного почернения, которые после обработки преобразованы в кривые полной интенсивности рассеяния $I_{(s)}$ в интервалах по шкале s для соединения молибдена 2,2—13,2 и 4,6—27,4 $\text{\AA}^{-1}$ и для вольфрама 2,0—13,8 и 4,8—30,2 $\text{\AA}^{-1}$. Для этих кривых графически [5] выделены молекулярные составляющие интенсивности рассеяния $sM(s)$. Обработка всех кривых велась методом наименьших квадратов (МНК) по программе КСЕД 26 на ЭВМ ЕС 1033 [6] при незначительной коррекции линии фона. После получения совпадающих результатов на разных отрезках они были объединены для каждого соединения в одну кривую молекулярной интенсивности и снова обработаны по МНК.

В качестве начальных значений варьируемых параметров в этих операциях выбраны оценки для расстояний MeO (концевые) в оксидах (MoO_3) и $(\text{WO}_3)_n$ в паре [7]; расстояния MeBr взяты из работы по MoBr_4 [8], направляющие вектора связей перенесены из данных по молекуле MoO_2Cl_2 [1], из работы [1] взяты начальные значения амплитуд колебаний. Кроме того, проанализированы кривые радиального распре-

Таблица 1

Структурные постоянные диоксидбромидов
молибдена и вольфрама

Терм	MoO ₂ Br ₂		WO ₂ Br ₂	
	rg, м·10 ⁻¹⁰	l, м·10 ⁻¹⁰	rg, м·10 ⁻¹⁰	l, м·10 ⁻¹⁰
MeBr	2,367 (3)	0,0578 (35)	2,366 (3)	0,0629 (33)
MeO	1,671 (4)	0,0439 (75)	1,706 (4)	0,0362 (50)
BrBr	3,883 (25)	0,143 (22)	3,892 (27)	0,151 (25)
OBr	3,285 (12)	0,125 (13)	3,331 (13)	0,158 (20)
OMeO	114 (3)		111 (3)	
BrMeBr	110,4 (1,0)		110,7 (1,0)	

Примечание. В скобках указана погрешность в единицах последней значащей цифры.

деления $f(r)$. Принята симметрия C_{2v} . Геометрические параметры этих соединений хорошо согласуются с таковыми в исследованных соединениях. Некоторое различие наблюдается в величине угла OMeO. Фрагмент же HalMeHal практически одинаков у всех диоксидгалогенидов, кроме CrO₂F₂, что вполне естественно в связи с большой электроотрицательностью фтора. Интересно отметить, что хотя расстояния MeBr одинаковы у всех исследованных соединений в настоящей работе, расстояния MeO несколько различаются. Однако они совпадают с концевыми расстояниями MeO в (WO₃)_n и (MoO₃)₃ [7]. В случае вольфрама этот факт, казалось бы, пояснений не требует, поскольку указанное справедливо для $n=3,4$. Для молибдена это связано с тем, что фраг-

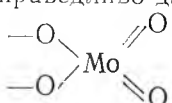
мент  в (MoO₃)₃ моделирует систему «диоксидгалогенид», где

Таблица 2

Валентно-силовое поле диоксидгалогенидов хрома,
молибдена, вольфрама

Соединение	I	II	III	IV
MeO	12,00	13,14	10,96	12,13
MeBr(Cl)	3,47	3,96	3,59	3,81
OMeO	2,16	1,92	2,16	2,34
HalMeHal	0,50	0,40	0,43	0,62
OMeHal	0,88	1,27	1,22	1,03
MeO/MeO	-0,50	-0,04	0,73	0,71
MeHal/MeHal	-0,20	-0,19	-0,05	-0,56
(+)	-0,47	-0,35	-0,01	-0,18
(++) I	-0,11	-0,08	0,16	0,32
(++) II	0,61	0,93	0,33	0,62
(++) III	-0,25	-0,30	0,02	0,17

Примечание. Размерность силовых постоянных $K \cdot 10^6 \text{ см}^{-2}$. Соединения I — MoO₂Br₂, II — WO₂Br₂, III — CrO₂Cl₂, IV — MoO₂Cl₂, (+) — HalMeHal/OMeHal, (++) — O_iMeHal_j/O_kMeHal_l.

Таблица 3

Амплитуды колебаний пар атомов и К-поправки для диоксидгалогенидов
молибдена, вольфрама и хрома ($\text{м} \cdot 10^{-10}$)

Терм	CrO ₂ Cl ₂ (К 293)			MoO ₂ Cl ₂ (К 353)				MoO ₂ Br ₂ (К 383)		WO ₂ Br ₂ (К 513)	
	<i>l</i>	<i>l</i>	<i>k</i>	<i>l</i>	<i>l</i>	<i>l</i>	<i>k</i>	<i>l</i>	<i>k</i>	<i>l</i>	<i>k</i>
MeO	0,039	0,038	0,004	0,038	0,036	0,045 (7)	0,010	0,054	0,020	0,053	0,023
MeHal	0,051	0,047	0,003	0,052	0,046	0,044 (3)	0,003	0,053	0,002	0,055	0,002
OO	0,066	0,067	0,005	0,072	0,073	0,090 (34)	0,015	0,093	0,034	0,106	0,042
HalHal	0,104	0,105	0,001	0,108	0,097	0,117 (18)	0,001	0,097	0,001	0,108	0,001
OHal	0,093	0,093	0,002	0,133	0,127	0,109 (7)	0,004	0,162	0,006	0,175	0,008
Литература	+	[9]	+	+	[9]	[1]	+	+	+	+	+

Примечание. + — данные настоящей работы.

ненапряженные одинарные мостиковые связи MoO соответствуют связям MoBr. Понятно, почему подобные соотношения несправедливы в случае MoO₃ и (MoO₃)₂. Очевидно, что отличия в соединениях молибдена и вольфрама более существенны, чем принято думать.

С целью проверки корректности определения амплитуд колебаний провели нормально-координатный анализ исследованных нами диоксидобромидов Mo и W, а также диоксидхлоридов хрома и молибдена. Последние исследованы с целью доказательства правильности методики нахождения силовых полей, поскольку для них имеются данные расчетных и экспериментальных амплитуд колебаний [1, 9], причем силовые поля подбирались по иной методике. Мы проводили расчет по известному комплексу программ Грибова и Дементьева [10], а также по специальной программе решения обратной колебательной задачи, созданной нами на основе норвежской программы решения прямой задачи NORCRD3 с использованием оптимизационной процедуры Пауэлла [11]. Программа позволяет не только вычислять амплитуды колебаний, но и использовать их в целевой функции. Полученные силовые поля приведены в табл. 2, в табл. 3 — рассчитанные нами и литературные данные по параллельным амплитудам колебаний пар ядер, а также перпендикулярные амплитуды колебаний (К-поправки), с помощью которых можно переходить от термически усредненных параметров r_g к параметрам r_α , которые более близки к равновесным r_e , если выполняются условия малости и гармоничности колебаний (линеаризованных смещений). Из табл. 3 видно, что это условие хорошо выполняется для оксохлоридов, следовательно, К-поправки можно использовать для получения r_α структуры этих соединений. Для них хорошо совпадают и параллельные амплитуды колебаний. В случае оксобромидов низкое значение силовой постоянной координаты BrMeBr (см. табл. 2) и частоты нормального нехарактеристического колебания диоксидобромидов также позволяют предположить, что колебание фрагмента BrMeBr в некоторой степени нежесткое. Это явление ангармоничности [12], отмеченное для некоторых молекул типа XY₂, вероятно имеет место и в случае указанных молекул. Неудивительно поэтому, что некоторые К-поправки для этих соединений плохо согласуются с физической моделью (поправки в связанные расстояния превышают таковые в несвязанные). По этой же причине экспериментально завышены значения амплитуд колебаний терма BrBr. Следует отметить, что если указанное справедливо, термически усредненные параметры r_g , приведенные в табл. 1 и относящиеся к фрагменту BrMeBr, могут быть близки к равновесным параметрам r_e , поэтому необходимо обобщение методики учета кинематической ангармоничности, изложенной в [12] для молекул XY₂.

Авторы признательны кандидатам химических наук А. А. Иванову и Е. З. Засорину (МГУ) за помощь в постановке экспериментов и обсуждение полученных результатов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Жарский И. М., Засорин Е. З., Спиридонов В. П., Купреев В. Н., Новиков Г. И.— Ж. координационной химии, 1975, т. 1, с. 574.
2. Shishkin N. Ya., Zharsky I. M., Novikov G. I.— J. Mol. Struct., 1981, № 73, p. 249.
3. Orperman H.— Z. Anorg. Allg. Chemie, 1970, v. 379, p. 262.
4. Orperman H., Stöver G.— Z. Anorg. Allg. Chemie, 1971, v. 383, p. 14.
5. Теоретические основы газовой электронографии.— М., 1974.
6. Тарасенко Н. А., Слепнев Г. Е., Авалян В. Г., Вилков Л. В. Молекулярная структура нитроминов и роль невалентных взаимодействий.— Рукопись деп. в ВИНТИ, № 2322-75. Деп. от 30.06.75.
7. Spiridonov V. P., Zasorin E. Z.— Proceed. 10th Materials Symposium on Char. of High Temp. Vap. and Gases, Maryland, 1978, p. 711.
8. Спиридонов В. П., Романов Г. В.— Вестн. Моск. ун-та. Сер. хим., 1967, № 3, с. 118.
9. Бобкова В. А., Алешонкова Ю. А.— Силовые поля и средние амплитуды

колебаний соединений вида XO_2NaL_2 ($\text{X}=\text{Cr, Mo, W}$; $\text{NaL}=\text{F, Cl}$).— Рукопись деп. в ВИНТИ, № 1160-80. Деп. от 25.03.80.

10. Дементьев В. А., Смирнов В. И., Грибов Л. А. Фортран-программы для расчета колебаний молекулы.— Рукопись деп. в ВИНТИ, № 4018-76. Деп. от 18.10.76.

11. Химмельблау Д. Прикладное нелинейное программирование.— М., 1975.

12. Gershiikov A. G., Spiridonov V. P.— J. Mol. Struct., 1981, № 75, p. 291.

13. Garner G. D., Mather R., Dove M. F. A.— Chem. Com., 1973, № 2, p. 633.

Поступила в редакцию
10.11.81.

Кафедра физической оптики

УДК 539.1

В. Г. БАРЫШЕВСКИЙ, С. А. КУТЕНЬ, В. И. РАПОПОРТ

КВАДРУПОЛЬНЫЙ МОМЕНТ МЮОНИЯ И СВЕРХТОНКАЯ СТРУКТУРА УРОВНЕЙ МЮОНИЯ В КРИСТАЛЛАХ

В [1] одним из авторов показано, что помимо магнитного момента мюоний (водород) обладает в основном состоянии еще одной квантовой характеристикой — электрическим квадрупольным моментом. В настоящее время наличие квадрупольного момента у мюония экспериментально подтверждено в опытах, проведенных с мюонием в кварце [2, 3]. Кроме того, μSR -исследования [4—6] выявили в ряде монокристаллов полупроводников (Si, Ge) существование аномального мюония (Mu^*), описываемого аксиально-симметричным гамильтонианом вида ($h=1$)

$$H_{\text{Mu}^*} = A_{\perp} (I_x S_x + I_y S_y) + A_{\parallel} I_z S_z - (g_{\mu} \mu_{\mu} \vec{I} + g_e \mu_e \vec{S}) \cdot \vec{B}, \quad (1)$$

где $\vec{S}(\vec{I})$ — оператор спина электрона (мюона); $\vec{B}$ — магнитное поле; $g_e \mu_e$ (g_{μ}, μ_{μ}) — g -фактор и магнетон Бора для электрона (мюона); $A_{\perp}$ и $A_{\parallel}$ — феноменологические постоянные. Наиболее точные значения $A_{\perp}$ и $A_{\parallel}$ в Si получены в настоящее время методом «магического поля» [6]:

$$A_{\perp} = 91,98 \pm 0,10 \text{ МГц}, \quad A_{\parallel} = 16,85 \pm 0,12 \text{ МГц}. \quad (2)$$

Ниже показано, что используемый в [4—6] феноменологический гамильтониан математически тождественен гамильтониану, описывающему поведение мюония с квадрупольным моментом в аксиально-симметричном электрическом поле. Таким образом, эксперименты с Mu^* [4—6] также подтверждают существование у мюония квадрупольного момента.

Гамильтониан мюония с квадрупольным моментом в веществе имеет вид:

$$H = A \vec{S} \cdot \vec{I} + \frac{1}{6} Q_{ik} \varphi_{ik} - (g_{\mu} \mu_{\mu} \vec{I} + g_e \mu_e \vec{S}) \cdot \vec{B}, \quad (3)$$

где A — константа сверхтонкого расщепления в веществе; $Q_{ik} = \frac{3eQ}{2F(2F-1)} \times \times \left(\{F_i, F_k\} - \frac{2}{3} \vec{F}^2 \delta_{ik} \right)$ — тензор градиента квадрупольного момента; $\vec{F} = \vec{I} + \vec{S}$; φ_{ik} — тензор градиента электрического поля (ГЭП) на мюонии; Q — квадрупольный момент мюония.

Приводя (3) к главным осям тензора ГЭП и сравнивая (3) в условиях аксиальной симметрии с (1), получим, что $A_{\parallel} = A + d$, $A_{\perp} = A - \frac{d}{2}$, где $d = eQ\varphi_{zz}$ — квадрупольная постоянная. Согласно (3), в нулевом магнитном поле в случае аксиально-симметричного тензора ГЭП, мюоний имеет три энергетических уровня: $E_0 = -3A/4$, $E_1 = (A+d)/4$, $E_2 = (A-2d)/4$. Следовательно, в этом случае Mu^* характеризуется тремя частотами ν_{20} , ν_{10} и ν_{21} , причем, должно выполняться равенство: $\nu_{20} = \nu_{10} + \nu_{20}$. Действительно, в Si при $\vec{B}=0$ наблюдались три частоты: 36,5; 53,3 и 90,4 МГц [5]. Но $36,5+53,3=89,8 \neq 90,4$! Кроме того, исходя из экспериментальных значений $A_{\perp}$ и $A_{\parallel}$ (2), находим, что при $\vec{B}=0$ Mu^* в Si должен харак-

теризоваться тремя частотами $\nu_1 = \frac{1}{2}(A_{\perp} - A_{\parallel}) = 37,56 \pm 0,11$ МГц, $\nu_2 = \frac{1}{2}(A_{\perp} + A_{\parallel}) = 54,42 \pm 0,10$ МГц, $\nu_3 = A_{\perp} = 91,98 \pm 0,10$ МГц. Это несоответствие между теорией и экспериментом, большее экспериментальных погрешностей, заставляет отказаться от аксиальносимметричной модели. Рассматривая случай не обладающего аксиальной симметрией тензора ГЭП, получаем при $\vec{B} = 0$ четыре энергетических уровня мюония: $E_0 = -3A/4$, $E_1 = A/4 + d(1 + \eta)/4$, $E_2 = \frac{A}{4} + d(1 - \eta)/4$, $E_3 = \frac{A}{4} - \frac{d}{2}$, где $\eta = \left| \frac{\varphi_{xx} - \varphi_{yy}}{\varphi_{zz}} \right|$ — параметр асимметрии тензора ГЭП. Как следствие, при $\vec{B} = 0$ Мш* характеризуется шестью частотами. Сопоставляя с экспериментально наблюдаемыми частотами 36,5, 53,3, 90,4 МГц переходы $3 \rightarrow 2$, $1 \rightarrow 0$ и $3 \rightarrow 0$ соответственно, извлекаем константы A , d и η :

$$d = -\frac{4}{3}\left(\nu_{32} + \frac{\nu_{21}}{2}\right) \simeq -49,1 \text{ МГц}; A = \nu_{30} - \frac{2}{3}\left(\nu_{32} + \frac{\nu_{21}}{2}\right) \simeq 65,9 \text{ МГц} \quad (4)$$

$$\eta = -\frac{2\nu_{21}}{d} \simeq 0,024; (\nu_{21} = 90,4 - 36,5 - 53,3 = 0,6 \text{ МГц}).$$

Отметим, что гамильтониан (3) с константами (4) хорошо описывает и эксперименты при $\vec{B} \neq 0$.

Рассмотрим теперь мюоний в α -кварце. Для описания эксперимента [3] ($T < 70$ К, $\vec{B} = 0$) используем (3) с $\eta \neq 0$. отождествляя наблюдаемые на опыте частоты с переходами $3 \rightarrow 1$, $3 \rightarrow 2$ и $2 \rightarrow 1$, имеем: $\nu_{31} = \left| \frac{3d}{4} + d\eta \right| = 7,9(1)$ МГц, $\nu_{32} = \left| \frac{3d}{4} - d\eta \right| = 6,2(1)$ МГц, $\nu_{21} = |d\eta/2| = 1,7(1)$ МГц. Отсюда находим, что $|d| = \frac{2}{3}(\nu_{13} + \nu_{12}) \simeq 9,2$ МГц, $\eta = 2\nu_{23}/d = 0,37$. Согласно [2], при комнатной температуре мюоний в кварце можно описать при помощи гамильтониана (1) с параметрами $A_{\perp} = \nu_0 = 4509(3)$ МГц, $A_{\parallel} - A_{\perp} = \delta\nu_z = -0,74(1)$ МГц. Отсюда имеем, что $d = \frac{2}{3}\delta\nu_z \simeq -0,49$ МГц, $A = \nu_0 + \frac{d}{2} \simeq \nu_0 = 4509(3)$ МГц. Уменьшение квадрупольной постоянной с ростом температуры можно объяснить, например, диффузией Мш* [7].

ЛИТЕРАТУРА

1. Барышевский В. Г. Ядерная оптика поляризованных сред.— Минск, 1976.
2. Brown J. A. et al.— Solid State Comm., 1980, v. 33, N 6, p. 613.
3. Brewer J. H. et al.— Hyperfine Interactions, 1981, v. 8, p. 405.
4. Holzschuh E. et al.— Phys. Rev. B, 1979, v. 20, N 11, p. 4391.
5. Boekema C. et al.— Hyperfine Interactions, 1979, v. 6, p. 167.
6. Boekema C. et al.— Hyperfine Interactions, 1981, v. 8, p. 401.
7. Барышевский В. Г., Кутень С. А.— Материалы XIII Зимней школы ЛИЯФ.— Л., 1978, с. 95.

Поступила в редакцию
23.10.81.

Кафедра ядерной физики и мирного использования
атомной энергии

УДК 621.396.67.01

А. Е. ПЕТРЯЕВ

О МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЯХ В ПРОЕКТИРОВАНИИ СИСТЕМ «АНТЕННА—ОБТЕКАТЕЛЬ»

Пусть задачи проектирования решаются в некотором классе $\{AO_i, i=1, \dots, N\}$ систем АО. Каждый элемент AO_i предлагается описывать с помощью множества $\mu(AO_i) = \{(\hat{x}_i, g_{ih}), h=1, \dots, M\}$ математических моделей, различающихся по точности, экономичности, универсальности.

Такое описание объекта ориентировано именно на задачи проектирования, в которых не существует априорного критерия для выбора математической модели. Модель должна выбираться в процессе решения конкретной задачи проектирования конкретным методом. Важна не априорная точность модели, а согласование параметров, описывающих точность модели, и параметров проектного задания с параметрами метода.

Множество μ строится на основе различных методов $h=1, \dots, M$ решения прямой задачи об излучении системы. Анализ методов решения прямой задачи для различных систем АО позволяет сформулировать следующие утверждения.

1. Элементами каждой модели $m_h \in \mu$ (АО) для любой конкретной системы АО является единым образом, для всех m_h , определенный характеристический вектор системы (или характеристика) $\hat{x} = (j, \vec{p}) \in X = J \times P$ и оператор излучения $g_h: J \times P \rightarrow Y$.

Пояснение. Вектор $\hat{x} = (j, \vec{p})$ состоит из вектора возбуждения антенны j и конструктивного вектора обтекателя $\vec{p}$, компонентами которого являются действительные и мнимые части проницаемостей ϵ_t и толщины слоев d_t ($t=1, \dots, T$). Оператор g_h , который несет всю информацию о геометрии системы, определен на прямом произведении банахова пространства векторов возбуждения J и пространства конструктивных векторов $P = E^{3T}$ и действует в нормированное пространство Y полных диаграмм.

2. Множество μ состоит из сравнимых математических моделей, а именно: пусть задано некоторое множество $D \subseteq \text{dom } g_h \subset X$, $h \in \{h_i\}$, тогда для β -отклонения множеств $g_{h_1}(D)$, $g_{h_2}(D)$, имеет место:

$$\beta_Y(g_{h_1}(D), g_{h_2}(D)) \leq C^2(\vec{p}) \|\hat{j}\|_J^2, \forall h_1, h_2 \in \{h_i\}.$$

3. Для любой системы АО в μ (АО) можно указать такой элемент $\tilde{m}_h$, оператор излучения которого для $J = L_2$ и $Y = W_2^{(1)}$ будет линейным, вполне непрерывным, определяемым двумя векторами $\hat{j}_{1,2}(\theta, \varphi; \vec{p}) \in J$, зависящими от параметров θ, φ и $\vec{p}$, и имеет следующую структуру:

$$\tilde{g}_h[x] = \begin{pmatrix} (\hat{j}, \hat{j}_1(\vec{p}))_{L_2} \\ (\hat{j}, \hat{j}_2(\vec{p}))_{L_2} \end{pmatrix}. \text{ При этом имеет место точечная сходимость } \tilde{g}_h \text{ к } g, \text{ оператору излучения в случае свободного пространства.}$$

Пример. Для случая поверхностных антенн и систем дискретных излучателей под диэлектрическим обтекателем, построение такой $\tilde{m}_h$ проводится с использованием леммы Лоренца в интегральном виде. Поверхности интегрирования в этих случаях будут, соответственно, поверхность антенны и внутренняя поверхность обтекателя. Для получения окончательных выражений для операторов излучения используется МСФ. Данный подход, например, в случае дискретной антенны дает:

$$\begin{aligned} \tilde{g}[x] = & \begin{pmatrix} j_{\theta 1}(\theta, \varphi; \vec{p}) c_1 \dots j_{\theta L}(\theta, \varphi; \vec{p}) c_L \\ j_{\varphi 1}(\theta, \varphi; \vec{p}) c_1 \dots j_{\varphi L}(\theta, \varphi; \vec{p}) c_L \end{pmatrix}, \\ j_{\theta, \varphi; q} = & [n_{\varphi, q}^2(\vec{r}_{sq}) T^\perp(\vec{r}_{sq}) + n_{\theta, q}^2(\vec{r}_{sq}) T^\parallel(\vec{r}_{sq})] f_{\theta, \varphi; q} + \\ & + n_{\theta}(\vec{r}_{sq}) n_{\varphi}(\vec{r}_{sq}) (T^\parallel(\vec{r}_{sq}) - T^\perp(\vec{r}_{sq})) f_{\theta, \varphi; q}, \quad q = 1, \dots, L, \end{aligned}$$

где $T^\parallel, T^\perp(\vec{r}_{sq}, \vec{p})$ — коэффициенты прохождения для ортогональных поляризаций поля; $c_q, \begin{pmatrix} f_{\theta q} \\ f_{\varphi q} \end{pmatrix}$ — комплексная амплитуда возбуждения и полная диаграмма направленности q -го излучателя.

ЖИЗНЬ ДЛЯ НАУКИ

(К 80-летию со дня рождения Антона Никифоровича Севченко)

22 февраля 1983 г. исполнилось бы 80 лет Антону Никифоровичу Севченко, крупному ученому, академику АН БССР, заслуженному деятелю науки БССР, Герою Социалистического Труда.

А. Н. Севченко — плоть от плоти своего народа, из самой гущи народа — всю жизнь свою посвятил делу образования народа, чтобы строил он свое общество не ощупью, а сознательно, уверенно, свободно, гордо...

А. Н. Севченко родился в многодетной крестьянской семье в деревне Денисовичи, что на Жлобинщине Гомельской области, с детских лет был занят нелегким крестьянским трудом.

Совсем иная жизнь началась после Октябрьской революции. Средняя школа в родной деревне, педагогический техникум в Рогачеве, районная партийная школа в Бобруйске — так стремительно и жадно познавал сын бедняка Новый Мир. Он стал директором сельской школы, преподавал физику и математику, отсюда подал в 1929 г. документы на физмат Белгосуниверситета сразу на второй курс. Приняли. Не знали, что приняли будущего ректора этого же университета!

В то время в университете работали крупные ученые — эмигранты из Германии: профессор Громер (ученик Эйнштейна), рекомендованный на работу в университет А. Ф. Иоффе, читал механику, и профессор Бурсин читал геометрию. Они и посоветовали А. Н. Севченко продолжить учебу в аспирантуре в Ленинграде.

Научная деятельность А. Н. Севченко началась в 1932 г. под руководством академика Сергея Ивановича Вавилова в Государственном оптическом институте. Основным направлением исследований А. Н. Севченко стала люминесценция органических и неорганических веществ, а также смежные вопросы молекулярной спектроскопии. С. И. Вавилов высоко ценил работы А. Н. Севченко, часто цитировал их в своих статьях и использовал экспериментальные данные, полученные Антоном Никифоровичем, при теоретическом рассмотрении микроструктуры света.

А. Н. Севченко вел большую воспитательную и педагогическую работу: читал курсы баллистики и общей физики в Военно-политической академии имени В. И. Ленина и курс высшей математики в ГОИ для научных сотрудников.

Во время Великой Отечественной войны А. Н. Севченко развернул широкие исследования в области светомаскировки и люминесцентного освещения военных оптических приборов. Методы, разработанные А. Н. Севченко для освещения шкал военных оптических приборов, были внедрены в производство.

За самоотверженный труд Антон Никифорович Севченко в 1943 г. был награжден медалью «За трудовую доблесть», в 1945 — медалью «За доблестный труд в Великой Отечественной войне 1941—1945 гг.»

1946 год. Антон Никифорович зачисляется в докторантуру АН СССР при физическом институте имени А. Н. Лебедева.

Еще до войны А. Н. Севченко начал систематическое исследование свечения соединений редких земель и урана. Итогом десятилетних исследований люминесценции ураниловых соединений явилась докторская диссертация (1952).

В 1953 г. А. Н. Севченко избирается академиком АН БССР и переезжает на постоянную работу в Минск. Этот год стал переломным в развитии физических исследований в Белоруссии. И в этом немалая заслуга принадлежит А. Н. Севченко. За короткое время он организует Институт физики и математики АН БССР и на протяжении двух лет руководит этим институтом, одновременно являясь академиком-секретарем Отделения физико-технических наук АН БССР (1954—1957) и возглавляя кафедру физической оптики в БГУ имени В. И. Ленина.

В 1957 г. А. Н. Севченко назначается ректором Белорусского государственного университета имени В. И. Ленина, продолжая руководить Институтом физики и математики Академии наук.

Мы привыкли видеть в центре Минска, на площади Ленина, величественные современные университетские корпуса, которые занимают сейчас целый квартал, а ведь все эти здания выросли при Антоне Никифоровиче, в каждое из них вложено немало его хлопот.

«Вопрос о Белорусском университете ставится как вопрос о национальной политике», — говорил А. Н. Севченко на заседании ректората 12 октября 1957 г. Возглавляя БГУ имени В. И. Ленина, А. Н. Севченко добился того, что университет изменился качественно, стал флагманом белорусской науки и культуры. По инициативе А. Н. Севченко была проведена перестройка системы подготовки кадров по физико-математическим наукам и развития научных исследований в этой области знаний; были резко увеличены контингенты приема студентов на оба отделения физико-математического факультета, появляются новые специальности: радиофизика, прикладная математика и др.

А. Н. Севченко смог объединить, увлечь талантливых людей, выделить способную молодежь, помочь ей расти творчески. Он ставит перед аспирантами, молодыми кандидатами наук значительные задачи, решая которые, они растут как ученые. Ректор добивается того, что университетские кафедры, лаборатории, кабинеты получают новейшее оборудование, обеспечиваются приборами, реактивами, необходимыми материалами.

Особое внимание Антон Никифорович Севченко уделял изучению иностранного языка в университете. Ректора волновал вопрос, кто придет в университет, кто станет студентом. С этой целью в университете организуются школы юных физиков и математиков, биологов, химиков, проводится большая работа по приему работающей молодежи на вечерний факультет.

Оставаясь руководителем лаборатории люминесценции в Институте физики АН БССР, А. Н. Севченко создает ряд научных направлений по физике в университете. Это спектроскопия и люминесценция ураниловых комплексов, органических веществ и перекисных соединений; оптика и радиационная физика полупроводников. Благодаря присущему А. Н. Севченко глубокому пониманию сущности физических проблем, исключительной интуиции исследователя и искусству физика-экспериментатора им получены результаты принципиальной важности во всех указанных направлениях.

В последние годы жизни А. Н. Севченко вложил много сил и энергии в организацию первого научно-исследовательского института при университете — НИИ прикладных физических проблем. В 1972 г. он назначается директором этого института. В институте А. Н. Севченко возглавил ряд научных направлений: спектральные и люминесцентные методы изучения строения вещества, работы по синтезу и исследованию новых жидкокристаллических веществ, работы по голографии, физике и технике полупроводников. А. Н. Севченко явился инициатором разработки и создания аппаратуры для научных исследований.

Результаты исследований Антона Никифоровича Севченко широко известны научной общественности страны, они неоднократно докладывались на всесоюзных и международных конференциях. А. Н. Севченко создал большую научную школу, многие его ученики выросли в самостоятельных исследователей, успешно развивающих оригинальные научные направления.

А. Н. Севченко — автор двух монографий, свыше 200 научных работ, опубликованных в отечественной и зарубежной литературе. Велики заслуги А. Н. Севченко в подготовке кадров высшей квалификации, свыше 30 его учеников защитили кандидатские диссертации, 9 — докторские.

Научную и педагогическую работу Антон Никифорович совмещал с активной общественной деятельностью. Он принимал участие в работе ряда международных организаций ООН.

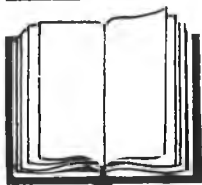
Для осуществления задач коммунистического строительства советский народ выдвигает на руководящую работу в государственные, партийные и общественные организации людей, преданных коммунистическим идеалам, обладающих опытом организаторской и воспитательной работы, умеющих вести за собой коллектив и в то же время учиться у него.

Всем этим требованиям отвечал А. Н. Севченко. Именно поэтому белорусский народ неоднократно оказывал высокую честь ему, избирая депутатом Верховного Совета СССР V созыва, депутатом Верховного Совета БССР IV, VI—VIII созывов. А. Н. Севченко был избран членом ревизионной комиссии ЦК КПБ на XXIV съезде КПБ, на XXV—XVII съездах КПБ Антон Никифорович избирается членом ЦК КПБ, делегатом XXIII съезда КПСС.

Многолетняя плодотворная деятельность А. Н. Севченко в области науки и высшего образования была высоко оценена Советским правительством: ему было присвоено высокое звание Героя Социалистического Труда, он был награжден двумя орденами Ленина, орденом «Знак Почета» и пятью медалями.

До конца своей жизни (сентябрь 1978) А. Н. Севченко находился на трудовом посту, был директором Института прикладных физических проблем при БГУ имени В. И. Ленина, носящем ныне имя А. Н. Севченко.

«Наука — народу» — начертано на знамени советской науки. Эти слова были смыслом и содержанием всей большой работы, ориентиром и маяком жизни А. Н. Севченко.



Рецензии

В. А. Емеличев, М. М. Ковалев, М. К. Кравцов. **Многогранники, графы, оптимизация (комбинаторная теория многогранников).**— М.: Наука, 1981.— 344 с.

Монография посвящена комбинаторной теории многогранников — современному направлению, возникшему на стыке дискретной математики и выпуклого анализа. Особенность работы состоит в изучении комбинаторных свойств многогранников в тесной связи с задачами оптимизации. Наряду с детальным изложением классических результатов представлена новая проблематика, порожденная задачами оптимизации.

Авторами выделены и достаточно подробно рассмотрены четыре основные проблемы комбинаторной теории многогранников. Первая проблема — перечисления и классификации комбинаторных типов многогранников, заданных в аналитической форме, поставлена впервые. Более точно комбинаторные свойства многогранников могут быть охарактеризованы с помощью понятия комбинаторной эквивалентности. Авторами введен новый прием перечисления и классификации многогранников с помощью полуматроидов.

Вторая проблема, рассмотренная в монографии, связана с описанием области значений векторной функции, компоненты которой указывают число граней соответствующей размерности. Решается ряд известных проблем и гипотез комбинаторной теории транспортных многогранников.

Третья проблема касается изучения свойств графов многогранников. Среди графовых характеристик многогранников наибольший интерес представляют диаметр, радиус, высота. В монографии детально излагаются результаты, связанные с известной гипотезой о максимальном

диаметре. Для некоторых частных классов решается задача описания многогранников с данным диаметром или радиусом.

Четвертая проблема охватывает комплекс задач, включающих поиск эффективных способов перехода от аналитической формы задания многогранника к параметрической и обратно. При аналитическом описании многогранников наряду с использованием общих подходов к построению выпуклых оболочек применяются и специальные.

В монографии установлена зависимость между многогранниками и комбинаторным анализом, в частности, между многоиндексными задачами о назначениях и ортогональными системами латинских многомерных кубов. Систематизирован и единообразно изложен обширный материал по изучению комбинаторных свойств множеств допустимых решений разнообразных задач оптимизации.

Книга состоит из введения и восьми глав. Каждая глава заканчивается рядом вспомогательных и специальных результатов. Они сформулированы в виде задач. Среди задач имеются и такие, решение которых авторам неизвестно. В конце книги предложены нерешенные проблемы и гипотезы; часть из них хорошо известна, но большинство формулируются впервые.

Монография В. А. Емеличева, М. М. Ковалева, М. К. Кравцова, посвященная широкому кругу вопросов комбинаторной теории многогранников, носит энциклопедический характер и не имеет аналогов в мировой литературе. Она будет полезна специалистам в области дискретной математики, математической кибернетики, комбинаторной топологии и геометрии, математического программирования и теории графов.

А. Н. Исаченко

АННОТАЦИИ ДЕПОНИРОВАННЫХ СТАТЕЙ *

УДК 536.5

В. М. Колесников. Микропиrometer для непосредственного измерения температуры поверхности полупроводникового лазера. № 3435-81. Деп. от 10.07.81.

Разработана методика определения температуры поверхности полупроводникового лазера, позволяющая определять параметры теплового поля с разрешением по температуре ± 1 К и линейным разрешением 3 мкм. Предложен метод аппаратурной реализации микропиromетра.

УДК 621.378

К. Н. Коростик, И. С. Манах, В. М. Стецки, А. А. Буров, В. В. Шейченко. Лазер с электронным возбуждением. № 3555-81. Деп. от 16.07.81.

Приводятся важнейшие предельные характеристики лазеров с электронным возбуждением; рассматриваются некоторые вопросы применимости данных лазеров в системах связи и дальнометрии. Исследуются характеристики лазера с электронным возбуждением на основе трубки 2КГП-1М с использованием системы накачки, разработанной авторами.

УДК 681.306

Г. И. Шпаковский, Б. А. Кац. Исследование влияния дисциплин обслуживания на быстродействие одноярусной коммутационной сети. № 3556-81. Деп. от 16.07.81.

Рассматриваются три модификации одноярусной коммутационной сети для параллельных ЭВМ, предназначенной для реализации пакетов связей со случайным распределением адресов. В оценке быстродействия используются методы машинного моделирования. Предлагается алгоритм функционирования сети. Показано, что для систем среднего быстродействия и размера одноярусная сеть с бесконфликтной постановкой в очередь требует в несколько раз меньше оборудования, чем эквивалентная ей по быстродействию каскадная сеть.

УДК 51(096)

А. А. Гусак, Г. М. Гусак. Первые учебные пособия по математике для студентов вузов Белоруссии. № 3557-81. Деп. от 16.07.81.

Дан обзор следующих учебных пособий по математике для студентов высших учебных заведений БССР: И. К. Богоявленский. Введение в анализ и дифференциальное исчисление.— Горки (БССР), 1931; И. К. Богоявленский. Аналитическая геометрия.— Горки (БССР), 1932 (на бел. языке); Ц. Л. Бурстин. Курс дифференциальной геометрии.— Минск, 1933 (на бел. языке); Ц. К. Бурстин. Введение в риманову дифференциальную геометрию.— Минск, 1936 (на бел. языке).

УДК 518.74

В. В. Голеньков. Графовая модель баз данных. № 3697-81. Деп. от 23.07.81.

Рассматривается стандартный способ представления баз данных в виде семантических сетей, являющихся немеченными квазиорганами.

УДК 519.8

В. А. Струсович. Задачи конвейерного типа с регулярными матрицами. № 3857-81. Деп. от 04.08.81.

Вводится понятие регулярной и слаборегулярной матрицы. Рассмотрен ряд задач конвейерного (поточного) типа с регулярными (слаборегулярными) матрицами и доказано, что эти задачи допускают эффективное решение.

УДК 519.8

В. А. Струсович. Эффективно разрешимые классы задачи Беллмана — Джонсона и ее модификаций. № 3858-81. Деп. от 04.08.81.

Предложен единый подход к получению эффективно разрешимых классов задач теории расписаний, при помощи которого расширены многие, ранее известные классы и выделен ряд новых.

УДК 535.247

А. Н. Лазарчик, И. А. Малевич, В. И. Иванов. Оптическая диагностика параметров механического движения объектов, основанная на анализе статистических свойств отраженных сигналов. № 3859-81. Деп. от 04.08.81.

Рассмотрены типовые случаи однофотонной и аналоговой диагностики параметров движения механических объектов, базирующиеся на методе счета фотонов с измерением координат протектированных событий и на методе аналого-цифрового кодирования реализаций аналогового сигнала, зарегистрированного в «скользящем» окне фиксированной длительности. Приведены функциональные структуры устройств, реализующие предложенные алгоритмы.

* Копии депонированных статей можно заказать по адресу: 140010, Московская обл., г. Люберцы, 10, Октябрьский проспект, 403. Производственно-издательский комбинат ВИНТИ, отдел распространения; тел. 271-90-10, доб. 26-29.

УДК 681.34

И. А. Малевич, В. В. Кондратюк, В. А. Дьяков, Д. А. Ефременко, В. И. Иванов, М. В. Свинтилов. **Устройства аналого-динамической памяти интервалов времени.** № 3860-81. Деп. от 04.08.81.

Рассмотрены принципы построения и функционирования многозначных аналого-динамических устройств хранения интервалов времени с фазоимпульсным представлением информации. Проанализированы структурные особенности многопозиционных ЗУ, даны рекомендации по расширению их динамического диапазона и информационной емкости. Описаны разработанные многоканальные быстродействующие аналого-динамические ЗУ с фазовой СВЧ стабилизацией и определены пути их дальнейшего совершенствования.

УДК 537.531 : 535

В. М. Анищик, Г. А. Гуманский, Х. А. Муртада. **Исследование ионноимплантированного кремния с помощью малоуглового рассеяния рентгеновских лучей.** № 3861-81. Деп. от 04.01.81.

Проведено исследование дефектов, возникающих в монокристаллах кремния при облучении тяжелыми ионами, с помощью малоуглового рассеяния рентгеновских лучей. Обнаружено возникновение областей с электронной плотностью, отличной от электронной плотности кремния.

УДК 535 : 530.182

Е. С. Воропай, А. М. Саржевский, П. А. Торпачев. **Техника эксперимента в спектроскопии многофотонного поглощения, ч. 2: Квазипрямые методы исследования двухфотонного поглощения.** № 3862-81. Деп. от 04.08.81.

Описаны методы определения нелинейного поглощения, основанные на измерении некоторых параметров исследуемых объектов или параметров световых потоков, взаимодействующих с исследуемым веществом. Проанализирована возможность применения известных из литературы методик для измерения двухфотонного поглощения.

УДК 535 : 530.182

Е. С. Воропай, А. М. Саржевский, П. А. Торпачев. **Техника эксперимента в спектроскопии многофотонного поглощения, ч. 3: Прямые методы исследования двухфотонного поглощения.** № 4123-81. Деп. от 19.08.81.

Рассмотрены и классифицированы известные из литературы методики прямых измерений нелинейного (двухфотонного) поглощения, основанные на определении либо малого изменения энергии или амплитуды мощных световых импульсов длительностью десятки наносекунд, либо уменьшения пропускания сравнительно длинного импульса слабого зондирующего источника при одновременном воздействии на объект относительно короткого мощного светового импульса. Обсуждены преимущества и недостатки отдельных установок, а также проведено сравнение достигнутой и предельно возможной точности различных методик.

УДК 621.315.592

А. В. Латышев, Э. Ф. Лобанович, В. И. Лойко, Л. Г. Семенов, А. В. Ткач. **Влияние температурных градиентов в предзоне диффузионной печи на процессы дефектообразования в кремниевых пластинах.** № 4262-81. Деп. от 31.08.81.

Методами рентгеновской топографии и оптической микроскопии изучены процессы дефектообразования в пластинах кремния *n*-типа, выращенных методом Чохральского, а также в эпитаксиальных структурах со свободной упаковкой в лодочке в зависимости от скоростей их ввода (вывода) в рабочую зону диффузионной печи. Обнаружено, что при высоких скоростях ввода и вывода пластин дислокации зарождаются как из дефектов кластерного типа в исходном Si, так и на выделениях второй фазы. Низкие скорости вывода пластин приводили к преципитации быстро диффундирующих примесей на границе раздела Si—SiO₂. На эффективность образования дефектов влияло и соотношение между скоростями ввода и вывода пластин. Дислокации, образовавшиеся на стадии ввода пластин, не отжигались при высокотемпературной (1000—1200 °С) обработке, а являлись центрами зарождения для дефектов, генерируемых на стадии вывода. Установлено, что введение пластин в среде азота и последующее окисление в среде кислорода приводило к резкому уменьшению плотности дислокации и окислительных дефектов упаковки по сравнению с введением пластин в среде сухого кислорода при оптимальных временах ввода и вывода.

УДК 537.531 : 535

Г. А. Гуманский, Х. А. Муртада, В. М. Анищик. **Изменение характеристик поверхности кремния, облученного тяжелыми ионами.** № 4263-81. Деп. от 31.08.81.

Исследовалось измерение рентгенооптических характеристик кристаллов кремния, облученных ионами висмута, сурьмы и олова. Обнаружена качественная связь изучаемых кристаллов с состоянием их поверхности.

УДК 513

Г. Д. Костадинов. **Проектирование инвариантных связностей в однородных пространствах.** № 4470-81. Деп. от 15.09.81.

Рассматривается связь между проектированием связностей и вполне геодезическими подмногообразиями, при этом используются обобщенные тройные системы. Даются конкретные примеры.

УДК 535.34

Ф. Н. Боровик, Г. С. Романов, К. Л. Степанов. Сечения непрерывного поглощения многократно ионизованной плазмы углерода. № 4912-81. Деп. от 26.10.81.

Подробно рассматриваются основные элементарные процессы, ответственные за поглощение плазмой излучения непрерывного спектра, а также излагаются методы расчетов соответствующих сечений. Результаты численных расчетов сечений непрерывного поглощения основных компонент углеродной плазмы представлены в виде подробных таблиц для области температур 1—200 эВ и энергий квантов 0,1—1000 эВ.

УДК 621.315.592

Н. Ф. Голубев, З. И. Гутько, Е. Д. Савенок. Исследование термических дефектов в германии. № 4976-81. Деп. от 14.07.80.

Исследовано влияние неконтролируемых примесных загрязнений, вводимых в объем из внешних источников при термообработке в интервале 600—910 °С, на электрические свойства германия *n*-типа ($n_0 = 2 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-3} - 3 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$). Показано, что термообработка на кварцевой подложке приводит к образованию дефектов акцепторного типа в концентрациях $2 - 6 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$, вносящих в запрещенную зону уровни $E_c - 0,26 \text{ эВ}$, $E_v + 7,033 \text{ эВ}$, $E_v + 0,04 \text{ эВ}$, $E_v + 0,07 \text{ эВ}$, которые принадлежат различным зарядовым состояниям узловых атомов меди и комплексам, в состав которых входят атомы меди и собственные точечные дефекты структуры. В кристаллах, закаленных от 910 °С со скоростью 500 К/с под слоем геттера (хрома) обнаружены термоакцепторы в концентрациях $2 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$, вносящие уровни $E_c - 0,18$ и уровни ниже $E_v + 0,08 \text{ эВ}$, стадия отжига которых 500 °С. При закалке комплексы, аналогичные радиационным дефектам в Ge, не обнаружены. Высказано предположение, что закалочные центры в Ge представляют собой точечные дефекты структуры вакансионного типа.

УДК 681.325

В. В. Данилевич, Е. В. Новиков, В. И. Третьяк, В. А. Чудовский. Блок масштабирования и отображения информации для многоканальных измерительных систем. № 4975-81. Деп. от 28.10.81.

Рассматривается универсальный блок масштабирования и отображения информации, обеспечивающий прием параллельного двухбайтового кода, его умножение на предварительно заданный масштабный коэффициент и отображение результата умножения в десятичном виде на цифровом индикационном табло. Изложен общий принцип структурной организации, приведены основные характеристики блока.

УДК 517.948.32

Л. А. Хвощинская. Однородная краевая задача Римана для двух пар функций с кусочно-постоянной матрицей в случае двух или трех особых точек. № 5157-81. Деп. от 09.11.81.

Рассматривается векторная задача Римана на прямой $-\infty < x < +\infty$

$$\begin{cases} \Phi_+(x) = C\Phi_-(x), & x < 0, \\ \Phi_+(x) = A\Phi_-(x), & 0 < x < 1, \\ \Phi_+(x) = B\Phi_-(x), & x > 1, \end{cases}$$

где A, B, C — постоянные матрицы. Решение ищется в классе функций, интегрируемых в точках $z=0, z=1$ и почти ограниченных в точке $z=\infty$. При $A=B$ задача распадается на две скалярные задачи Римана, и решение выражается через элементарные функции.

В общем случае решение задачи ищется в виде: $\Phi(z) = z^\lambda (1-z)^\mu C \begin{pmatrix} u_1(z) \\ u_2(z) \end{pmatrix}$,

где $u_1(z), u_2(z)$ — фундаментальная система решений гиперметрического уравнения; числа λ, μ , элементы матрицы C и параметры функций $u_1(z)$ и $u_2(z)$ находятся по характеристическим числам матриц A, B и $A^{-1}B$. Найдены каноническая матрица задачи, частные индексы и число линейно-независимых решений.

УДК 62.50

Г. П. Размыслович. Полная управляемость систем с запаздыванием в классе достаточно гладких управлений. № 5614-81. Деп. от 09.12.81.

Получены необходимые и достаточные условия полной управляемости стационарных систем с запаздыванием со многими входами в случае, когда управление выбирается из класса решений некоторого дифференциального уравнения.

УДК 621.317

В. В. Данилевич, В. И. Третьяк, А. Ф. Чернявский. Методы измерения амплитуды одиночных и редко повторяющихся импульсов. № 5615-81. Деп. от 09.12.81.

Рассматривается современное состояние проблемы измерения амплитуды одиночных и редко повторяющихся сигналов наносекундной длительности. Приводятся классификация и сравнительный анализ используемых для этой цели методов и технических средств.

УДК 519.85

В. В. Кацубо. К задаче минимизации суммарного штрафа в детерминированной системе обслуживания с одним прибором и директивными интервалами обработки требований. № 5729-81. Деп. от 17.12.81.

Рассматривается задача оптимального обслуживания конечного множества N требований на одном приборе (критерий оптимальности — суммарный штраф). Для каждого требования $i \in N$ известны продолжительность t_i и директивный интервал его обслуживания $[a_i, b_i]$, а также кусочно-непрерывные функции штрафа $g_i(t)$ и $h_i(t)$ за нарушение сроков обслуживания. Функции $g_i(t)$ — невозрастающие, а $h_i(t)$ — неубывающие. Прерывание обслуживания требований не допускается. Исследуется возможность декомпозиции задачи, интервалы очередности для определенного класса функций штрафа. Полученные результаты можно использовать при нахождении решения методами, основанными на последовательном конструировании, анализе и отсеивании вариантов.

УДК 519.76

И. А. Король. Метасинтаксический язык описания алгоритмов синтеза в системах машинного перевода. № 5730-81. Деп. от 17.12.81.

При разработке систем машинного перевода (МП) на отдельных этапах возникают задачи компактного описания лингвистических данных и алгоритмов синтеза текстов естественного языка. Рассматривается одна из указанных задач для случая разработки систем МП научно-технических текстов. Для решения задачи разработан метасинтаксический язык $L(G)$, дается описание синтаксиса и семантики этого языка. Для описания синтаксиса используется нормальная форма Бекуса. Разработанный язык $L(G)$ может быть использован как для решения задач синтеза, так и для решения других задач компактного описания лингвистических данных и алгоритмов, не связанных с синтезом.

УДК 517.944

Н. В. Гаврилова. Обобщенная задача Коши для вырождающегося дифференциально-операторного уравнения второго порядка. № 5731-81. Деп. от 17.12.81.

В гильбертовом пространстве H рассматривается обобщенная задача Коши
$$t^2 \cdot \frac{d^2 u}{dt^2} + B(t) \cdot \frac{du}{dt} + A(t)u = f(t), \quad u|_{t=0} = 0, \quad \left[t^{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{du}{dt} \right]_{t=0} = 0, \quad \text{где } 0 \leq \alpha \leq 2,$$
 оператор $A(t)$ самосопряжен и равномерно по t положительно определен. $B(t) = B_1(t) + \frac{\alpha}{2} t^{\alpha-1}$, а оператор $B_1(t)$ подчинен оператору $A^{\frac{1}{2}}(t)$ и удовлетворяет неравенствам $-\operatorname{Re}(B_1(t)v, v)_0 \leq \lambda_0 \cdot (t^{\frac{\alpha}{2}}v, v)_0, \quad -\operatorname{Re}(B_1(t)v, A(t)v)_0 \leq b \cdot (A(t)v, v)_0$. Методом энергетических неравенств доказываются существование и единственность сильного решения задачи и непрерывная зависимость его от операторных коэффициентов $A(t)$ и $B(t)$.

УДК 51(096)

А. А. Гусак, Г. М. Гусак. Исследования белорусских ученых по дифференциальным уравнениям в довоенный период. № 5732-81. Деп. от 17.12.81.

Дан обзор исследований по дифференциальным уравнениям (обыкновенным и с частными производными), выполненных в Белорусском государственном университете имени В. И. Ленина, Физико-техническом институте АН БССР, Витебском педагогическом институте за 1921—1941 гг.

УДК 621.391

В. И. Микулович, Н. Н. Скриган. Влияние дрожания синхронизации на точность дискретного представления сигналов. № 5798-81. Деп. от 23.12.81.

Исследована погрешность дискретного представления сигналов, вызванная дрожанием синхронизации, т. е. отклонением моментов получения дискретных отсчетов от номинального значения. На основании теории линейной системы с изменяющейся задержкой получены строгое и приближенное решение задачи для случайной модели дрожания синхронизации. Методами численного моделирования исследована область применимости приближенного решения, которое может быть полезно в условиях недостаточной информации о статистических характеристиках дрожания синхронизации.

УДК 519.237.5

В. А. Мильман. Некоторые асимптотические свойства М-оценок коэффициентов линейной функции регрессии. № 5799-81. Деп. от 23.12.81.

Рассматриваются М-оценки коэффициентов линейной функции регрессии, введенные Хубером. Ошибки измерений не предполагаются распределенными одинаково. Получены условия, при которых последовательность М-оценок будет асимптотически нормальной. Приводится пример применения полученных результатов.

УДК 621.315.592

П. Ф. Лугаков, В. В. Шуша. **Рекомбинация носителей заряда на точечных и групповых дефектах в облученном кремнии.** № 5801-81. Деп. от 23.12.81.

Исследованы рекомбинационные свойства кремния, облученного гамма-квантами Co^{60} и тормозного спектра с $E_m=100$ МэВ. Установлена природа основных центров рекомбинации неравновесных носителей заряда, определены их свойства. Предложена статистика рекомбинации носителей на кластерах радиационных дефектов, позволившая объяснить полученные результаты.

УДК 681.32

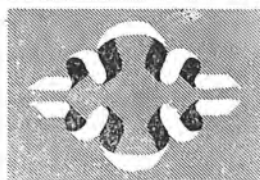
В. А. Афанасьев, В. Ф. Григорьев, В. В. Данилевич, А. М. Старовойтов. **Система анализа энергетических характеристик потоков сигналов оптического излучения.** № 5802-81. Деп. от 23.12.81.

Описана система анализа энергетических характеристик импульсных источников оптического излучения, выполненная в стандарте КАМАК. Приведены краткие технические характеристики системы.

УДК 543.422

В. А. Жидович, И. З. Рутковский, В. Ф. Стельмах, А. Д. Тарасевич, В. Г. Трофимов, Г. Г. Федорук, Л. В. Цвирко, А. С. Якубов. **Спектрометр ЭПР для изучения динамики магнитных систем.** № 5803-81. Деп. от 23.12.81.

Описан супергетеродинный спектрометр ЭПР 3-сантиметрового диапазона, обеспечивающий регистрацию первой и второй производных сигналов дисперсии и поглощения при заданных фазовых соотношениях в широком диапазоне частот модуляции, а также изучение динамики сигналов дисперсии и поглощения во временном масштабе с помощью импульсного изменения поляризующего магнитного поля. Спектрометр состоит из отдельных функционально завершенных узлов: электромагнита, блока стабилизации и цифровой развертки магнитного поля, блока сверхвысокой и промежуточной частот с набором измерительных резонаторов и двух блоков модуляции-регистрации. Описаны функциональные схемы и работа блоков. Приведены технические характеристики спектрометра.



Наши юбиляры

АНАТОЛИЙ ИВАНОВИЧ КОМЯК (К 50-летию со дня рождения)



Исполнилось 50 лет со дня рождения заведующего кафедрой спектроскопии и квантовой электроники, доктора физико-математических наук, профессора Анатолия Ивановича Комяка.

Анатолий Иванович Комяк родился в деревне Первомайск Солигорского района Минской области. Его детство совпало с тяжелым для всего советского народа временем — Великой Отечественной войной и послевоенным периодом восстановления разрушенного народного хозяйства.

В 1951 г. Анатолий Иванович поступил на отделение физики физико-математического факультета БГУ имени В. И. Ленина. После окончания университета работал учителем физики, директором Краснослободской средней школы Солигорского района, старшим инженером Института математики и вычислительной техники АН БССР.

С 1962 г. начинается научная и педагогическая деятельность А. И. Комяка на физическом факультете БГУ имени В. И. Ленина, где он прошел путь от ассистента до профессора.

Анатолий Иванович Комяк — известный в научных кругах физик. Основным направлением его деятельности являются исследования свойств и строения кристаллов спектроскопическими методами. Применение новейших экспериментальных методов исследования анизотропии излучения и поглощения света позволило Анатолию Ивановичу дать надежную интерпретацию колебательных и электронно-колебательных спектров и оценить влияние внутрикомплексных и межмолекулярных взаимодействий на спектрально-люминесцентные характеристики ураниловых соединений.

Профессор А. И. Комяк известен также как автор исследований по спектроскопии биологических объектов и жидких кристаллов. Ряд его работ посвящен изучению физических основ формирования спектров люминесценции и электронного поглощения полиарных растворов органических соединений. Результаты научных исследований опубликованы в более чем 100 научных статьях, в двухтомной монографии «Ураниловые соединения» (в соавторстве с Л. В. Володько, Д. С. Умрейко, Г. Г. Новицким).

Анатолий Иванович Комяк успешно осуществляет подготовку научно-педагогических кадров: ведет курсы лекций «Молекулярная спектроскопия», «Люминесценция», «Строение молекул», а также читает курсы лекций по молекулярной спектроскопии в других вузах страны (Новополоцкий политехнический институт, Якутский государственный университет, Самаркандский государственный университет и др.). Под руководством профессора А. И. Комяка подготовлено 7 кандидатов наук.

Ученый и педагог Анатолий Иванович Комяк внес большой вклад в организацию учебного процесса и научных исследований кафедр физики и биофизики, которыми он заведовал в течение ряда лет. Анатолий Иванович принимает активное участие в общественной жизни университета: неоднократно избирался секретарем партийного бюро, председателем профбюро физического факультета, является членом партбюро физфака, членом методического объединения Минвуза БССР, ряда научных и координационных советов, членом редколлегии «Вестника БГУ имени В. И. Ленина».

За заслуги в научно-исследовательской работе и подготовке высококвалифицированных кадров А. И. Комяк награжден Почетными грамотами Верховного Совета БССР, Минвуза СССР и БССР, знаком «Победитель социалистического соревнования».

Сердечно поздравляя Анатолия Ивановича с юбилеем, коллектив студентов и преподавателей физического факультета, редколлегия журнала «Вестник БГУ имени В. И. Ленина» желают крепкого здоровья, счастья, новых творческих успехов в научно-педагогической деятельности.

РЕФЕРАТЫ

УДК 535.421

Макаров А. П. Теорема отсчетов для интегрального преобразования Рэлея.— Вестн. Белорусского ун-та. Сер. 1, физ., мат. и мех., 1983, № 1.

Получены выражения теоремы отсчетов для дифракционного интегрального преобразования Рэлея в случае плоскопараллельного поля и поля, не обладающего симметрией в трехмерном пространстве.

Библ. 6 назв.

УДК 620.19 : 778.4.621.382.002

Николаева А. З., Буйко Л. Д., Шулаков В. А., Руденкова В. А. Исследование температурных полей полупроводниковых приборов методом голографической интерферометрии.— Вестн. Белорусского ун-та. Сер. 1, физ., мат. и мех., 1983, № 1.

Приведены результаты практического опробования метода голографической интерферометрии двойных экспозиций для изучения температурных полей полупроводниковых приборов. Предложено математическое выражение и проведен расчет температуры поверхности корпуса тестового кристалла при нагрузке $P=0,5$ Вт. Представлены фотографии голограмм температурных полей тестового кристалла в металлокерамическом корпусе при различной величине нагрузки. Показано, что предложенный способ является относительно простым методом качественной и количественной оценки температурных полей полупроводниковых приборов.

Библ. 6 назв., ил. 2.

УДК 535.37

Бобровиц В. П., Григорьева В. И., Подгорная Л. М., Саржевский А. М., Сенюк М. А., Сицко Г. Н., Снагощенко Л. П. Поляризационные спектры флуоресценции оксазольных производных стильбена.— Вестн. Белорусского ун-та. Сер. 1, физ., мат. и мех., 1983, № 1.

Исследованы поляризационные спектры флуоресценции оксазольных производных стильбена. Определена относительная ориентация дипольных моментов электронных переходов, связанных с полосами поглощения и флуоресценции. В поляризационных спектрах флуоресценции оксазольных производных стильбена в коротковолновой части А-полосы поглощения обнаружены две области с более низкими, чем в длинноволновой части, значениями степени поляризации. Наличие данных областей в поляризационных спектрах флуоресценции по поглощению объяснено существованием в высокочастотной части А-полосы двух скрытых электронных переходов.

Библ. 8 назв., ил. 1, табл. 2.

УДК 621.378; 535.31

Ханох Б. Ю. Оптические свойства тетраэдрического зеркального отражателя с одной цилиндрической отражающей поверхностью.— Вестн. Белорусского ун-та. Сер. 1, физ., мат. и мех., 1983, № 1.

Исследуются лучевые оптические свойства тетраэдрического зеркального отражателя с одной цилиндрической отражающей поверхностью, образующие которой под произвольным углом пересекают две плоские отражающие поверхности; двугранный угол между этими поверхностями имеет небольшое отступление от 90° .

Библ. 3 назв., ил. 2.

УДК 621.396.963.8

Красноголовый Б. Н. Синтез управляющих сигналов для электромагнитных разверток.— Вестн. Белорусского ун-та. Сер. 1, физ., мат. и мех., 1983, № 1.

Изложена методика синтеза управляющих сигналов для электромагнитных разверток, учитывающая дисторсию и паразитные параметры отклоняющей системы. Методика пригодна как для линейного закона перемещения луча, так и для магнитных разверток специальной формы.

Библ. 3 назв., ил. 3.

УДК 621.396

Личко Г. П. Об уменьшении угловых дискретов восстановления диаграмм направленности антенн по измерениям в ближней зоне.— Вестн. Белорусского ун-та. Сер. 1, физ., мат. и мех., 1983, № 1.

Приводятся алгоритмы уменьшения угловых дискретов восстановления диаграмм направленности антенн в случае больших массивов результатов измерений амплитудно-фазового распределения поля в ближней зоне антенн. Эффективность алгоритмов иллюстрируется экспериментальными данными.

Библ. 2 назв., табл. 1.

УДК 621.315.592

Лугаков П. Ф., Лукашевич Т. А., Филиппов И. М., Шуша В. В. Области скопления дефектов и их параметры в кремнии, облученном электронами различных энергий.— Вестн. Белорусского ун-та. Сер. 1, физ., мат. и мех., 1983, № 1.

Проведены комплексные исследования процессов рекомбинации, удаления и рассеяния носителей заряда в кремнии *n*-типа ($\rho = 3 \div 140$ Ом·см), облученном ($t_{обл} \leq 50$ °C) электронами с энергией $E_e = 2,5 \div 1200$ МэВ. Экспериментально наблюдаемые особенности изменения концентрации, подвижности и времени жизни носителей заряда при облучении электронами с $E_e \geq 10$ МэВ объясняются присутствием в объеме кристалла областей скопления дефектов (ОСД). Выполнены расчеты эффективностей введения точечных радиационных дефектов и ОСД; оценены параметры последних при облучении кремния электронами различных энергий.

Библ. 13 назв., ил. 3, табл. 3.

УДК 518.74

Голенков В. В. Архитектура систем переработки дискретной информации, построенных на базе многопроцессорных графовых автоматов.— Вестн. Белорусского ун-та. Сер. 1, физ., мат. и мех., 1983, № 1.

Изложены основы теории многопроцессорных асинхронно-параллельных графовых автоматов (МГА1), имеющих нелинейную память с изменяемой смежностью и неизменяемым состоянием элементов. Приведены определения понятий МГА1-процессора, ГК1-команды, сформулированы основные принципы функционирования МГА1-автомата.

Библ. 10 назв.

УДК 517.9

Калитин Б. С. К устойчивости существенно нелинейных систем.— Вестн. Белорусского ун-та. Сер. 1, физ., мат. и мех., 1983, № 1.

Приводятся примеры исследования задачи об асимптотической устойчивости нулевого решения автономных систем с помощью знакопостоянных функций Ляпунова, обращающихся в нуль на интегральной поверхности.

Библ. 10 назв.

УДК 519.21

Кирлица В. П. Об одной задаче стохастического программирования с линейными решающими правилами.— Вестн. Белорусского ун-та. Сер. 1, физ., мат. и мех., 1983, № 1.

Предложен новый подход к решению задачи стохастического программирования с линейными решающими правилами, который позволяет решать поставленную задачу для распределенный компонент вектора ограничений, отличных от нормальных. Показано, что в случае, когда одна из компонент вектора ограничений распределена равномерно, а остальные компоненты — детерминированные величины, поставленная задача сводится к решению задачи обычного линейного программирования.

Библ. 2 назв.

УДК 681.3.06

Дробушев Г. А., Комаровский И. В. Об одной модели задачи совместной обработки файлов.— Вестн. Белорусского ун-та. Сер. 1, физ., мат. и мех., 1983, № 1.

Описывается математическая модель и приводится алгоритм решения класса задач совместной обработки упорядоченных файлов, множество значений ключей которых образует древовидную структуру соответствия записей.

Библ. 3 назв., ил. 2.

УДК 681.3.06

Г л я к о в П. В. Алгоритм задачи о разбиении и его исследование на ЭВМ.— Вестн. Белорусского ун-та. Сер. 1, физ., мат. и мех., 1983, № 1.

Описывается алгоритм задачи о разбиении, использующий s двоичных разрядов памяти. Показывается, что при $n < 1500$ алгоритм выполняется быстрее, чем методы динамического программирования. Приводятся результаты экспериментов.

Библ. 3 назв.

УДК 517.949.2

Б у л г а к о в Н. Г. К теории второго метода Ляпунова для систем с дискретным временем.— Вестн. Белорусского ун-та. Сер. 1, физ., мат. и мех., 1983, № 1.

Сформулирована общая теорема о неасимптотической устойчивости автономных систем с дискретным временем, основанная на знакопостоянной функции Ляпунова. Приведены примеры.

Библ. 4 назв.

УДК 517.928

Д а н г Д и н ь Т я у. Исследование сильной неустойчивости нулевого решения бесконечных систем дифференциальных уравнений с помощью обобщенных характеристичных d -чисел.— Вестн. Белорусского ун-та. Сер. 1, физ., мат. и мех., 1983, № 1.

Вводятся понятия слабой устойчивости и сильной неустойчивости нулевого решения бесконечных систем дифференциальных уравнений. Доказываются критерии сильной не-

устойчивости нулевого решения бесконечной системы $\frac{dx_n}{dt} = f_n(x_{k_n}, \dots, x_n, \dots)$, $1 \leq k_n \leq k_{n+1} \leq n+1$, $k_{n_m} = n_m$, где $n_m \in N$, $(n_m) \uparrow +\infty$, $n = 1, 2, \dots$, $m = 1, 2, \dots$ в терминах предельных множеств или обобщенных характеристичных d -чисел (см. РЖМат, 1980, 6Б209).

Библ. 4 назв.

УДК 681.142.62

Г у р а ч е в с к и й В. Л., Цыбулька А. Г. Простой точечный дисплей для спектрометрических экспериментов на линии с мини-ЭВМ.— Вестн. Белорусского ун-та. Сер. 1, физ., мат. и мех., 1983, № 1.

Описан простой точечный дисплей для спектрометрических экспериментов и схема его интерфейса с каналом прямого доступа в память ЭВМ «Электроника-100И».

Библ. 2 назв., ил. 1.

УДК 621.317.612

И з о х В. В., Курило В. С., Телегин В. Д. Измерение волновой матрицы перехода.— Вестн. Белорусского ун-та. Сер. 1, физ., мат. и мех., 1983, № 1.

Дана методика измерения волновой S -матрицы перехода с волновой линии стандартного сечения на микрополосковую линию. Методика основана на определении частотной зависимости коэффициента отражения и не требует эталонных нагрузок нестандартного сечения.

Библ. 2 назв.

УДК 537.525.5

Г р а к о в В. Е., Майга А. С. Влияние продольного магнитного поля на эрозию электродов в электрической вакуумной дуге.— Вестн. Белорусского ун-та. Сер. 1, физ., мат. и мех., 1983, № 1.

Обнаружено, что продольное магнитное поле асимптотически уменьшает коэффициент электропереноса катода в вакуумной дуге размыкания с кадмиевыми электродами и практически не влияет на коэффициент электропереноса анода.

Библ. 3 назв., ил. 1.

УДК 62-50

К а л и т и н Б. С. Стабилизация без скольжения линейных систем с переменной структурой.— Вестн. Белорусского ун-та. Сер. 1, физ., мат. и мех., 1983, № 1.

Приведено необходимое и достаточное условие стабилизации системы с помощью кусочно-непрерывных управлений.

Библ. 4 назв.

УДК 518.321

Корзун И. И. О некоторых одношаговых нелинейных устойчивых методах третьего порядка точности численного интегрирования дифференциальных уравнений.— Вестн. Белорусского ун-та. Сер. 1, физ., мат. и мех., 1983, № 1.

Построено однопараметрическое семейство нелинейных явных одношаговых методов третьего порядка точности для численного решения задачи Коши: $\dot{u}=f(u)$, $u(t_0)=u_0$ и получены достаточные условия A -устойчивости и монотонности этих методов.

Библ. 1 назв.

УДК 517.926.4

Кастрица О. А. Об экстремальных отклонениях решений при ограниченных возмущениях линейной системы.— Вестн. Белорусского ун-та. Сер. 1, физ., мат. и мех., 1983, № 1.

Для заданной линейной системы рассматривается задача о построении ограниченного возмущения, реализующего максимальное отклонение решения.

Библ. 1 назв.

УДК 539.193 : 546.766

Шнишкин Н. Я., Жарский И. М., Гоголинский В. И., Зятков И. П. Структура и колебательные характеристики диоксидбромидов молибдена и вольфрама.— Вестн. Белорусского ун-та. Сер. физ., мат. и мех., 1983, № 1.

Методом газовой электронографии изучено строение свободных молекул диоксидбромидов молибдена и вольфрама. Установлено, что молекулы имеют структуру искаженного тетраэдра симметрии C_{2v} . Получены значения термически усредненных параметров межатомных расстояний и среднеквадратичных амплитуд колебаний. Получены и проанализированы силовые поля некоторых диоксидгалогенидов по спектральным данным и рассчитаны среднеквадратичные амплитуды колебаний по специально модифицированной программе.

Библ. 12 назв., табл. 3.

УДК 539.1

Барышевский В. Г., Кутень С. А., Рапопорт В. И. Квадрупольный момент мюония и сверхтонкая структура уровней мюония в кристаллах.— Вестн. Белорусского ун-та. Сер. 1, физ., мат. и мех., 1983, № 1.

Рассмотрены квадрупольные взаимодействия мюония в ряде полупроводников. Показано, что экспериментально наблюдавшийся в Si, Ge «аномальный» мюонный подтверждает существование квадрупольного момента у мюония. Показано также, что экспериментальные данные по Si указывают на смещение мюония из центра поры.

Библ. 7 назв.

УДК 621.396.67.01

Петряев А. Е. О математических моделях в проектировании систем «антенна — обтекатель».— Вестн. Белорусского ун-та. Сер. 1, физ., мат. и мех., 1983, № 1.

Формулируются требования к математическому описанию систем «антенна — обтекатель», ориентированному на задачи проектирования, с помощью множества математических моделей, различающихся точностью, экономичностью, универсальностью. Указывается метод построения оператора излучения системы обладающего структурой оператора в случае свободного пространства.

Библ. 1 назв.