задач стабилизации [2, 3] всегда требует обоснования решений на поверхности разрыва, представляющего самостоятельную задачу [3, 4]. Это соответствует дополнительной трудности при практической реализации полученного решения. Предлагаемый в данной работе метод решения лишен этого недостатка. Управления, решающие поставленную задачу, кусочно-непрерывны.

Выражаю благодарность Л. Е. Забелло за обсуждение материала данной статьи.

ЛИТЕРАТУРА

1. Калитин Б. С.— Дифференц. уравнения, 1977, т. 13, с. 556.
2. Цыпкин Я. З. Теория релейных систем автоматического регулирования.— М., 1955.
3. Уткин В. И. Скользящие режимы и их применения в системах с переменной структурой.— М., 1974.
4. Филиппов А. Ф.— Матем. сб., 1960, т. 51, № 1.

Поступила в редакцию
17.06.80.

Кафедра МОУ

УДК 518 : 321

И. И. КОРЗУН

О НЕКОТОРЫХ ОДНОШАГОВЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ ЯВНЫХ УСТОЙЧИВЫХ МЕТОДАХ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА ТОЧНОСТИ ЧИСЛЕННОГО ИНТЕГРИРОВАНИЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Для численного решения задачи Коши

$$\dot{u}=f(u), \tag{1}$$

$$u(t_0)=u_0, \tag{2}$$

где f — заданная функция действительной переменной $u(t)$, достаточно гладкая в некоторой области изменения ее аргумента, рассмотрим семейство зависящих от параметров a, b, c, A, B нелинейных явных одношаговых методов вида

$$\hat{y}=y+(A+B)\tau f\frac{f}{Bf+Af(y+a\tau f)}+b\tau f\cdot\frac{f(f-f(y+a\tau f))}{(Bf+Af(y+a\tau f))^2}+$$
$$+c\tau f\frac{f(f-f(y+a\tau f))^2}{(Bf+Af(y+a\tau f))^3}, \tag{3}$$

где $y\approx u(t)$, $\hat{y}\approx u(t+\tau)$, $f=f(y)$.

При $A+B\neq0$ погрешность r формулы (3) на точном решении уравнения (1) имеет представление

$$r=\frac{1}{2}\tau^2 ff'\left(1+\frac{2Aa}{A+B}+\frac{2ab}{(A+B)^2}\right)+\frac{1}{6}\tau^3 ff'^2\left(1-\frac{6A^2a^2}{(A+B)^2}-\right.$$
$$\left.-\frac{6a^2(2Ab+c)}{(A+B)^3}\right)+\frac{1}{6}\tau^3 f^2f''\left(1+\frac{3Aa^2}{A+B}+\frac{3a^2b}{(A+B)^2}\right)+$$
$$+\frac{1}{24}\tau^4 ff'^3\left(1+\frac{24A^3a^3}{(A+B)^3}+\frac{24Aa^2(Ab(a+1)+ac)}{(A+B)^4}\right)+$$
$$+\frac{1}{24}\tau^4 f^3f'''\left(1+\frac{4Aa^3}{A+B}+\frac{4a^3b}{(A+B)^2}\right)+O(\tau^5). \tag{4}$$

Если

$$(A+B)^2+2Aa(A+B)+2ab=0,\quad (A+B)^2+3Aa^2(A+B)+3a^2b=0,$$
$$(A+B)^3-6A^2a^2(A+B)-6a^2(2Ab+c)=0, \tag{5}$$

то $r=O(\tau^4)$, и методы (3) имеют третий порядок точности. Из (5) следует, что

$$a=-\frac{2}{3},\ b=-\frac{1}{4}(A+B)(7A+3B),\ C=\frac{1}{8}(A+B)(23A^2+18AB+3B^2), \tag{6}$$

A, B — свободные параметры $(A+B\neq 0)$.

Применительно к модельному уравнению $\dot{u}=-\lambda u$, $\lambda>0$, методы (3), (6) приводят к соотношению $\hat{y}=Sy$, где

$$S=(54(A+B)^3-54(A+B)^2(3A+B)x+9(A+B)\cdot(23A^2+18AB+ +3B^2)x^2-(151A^3+207A^2B+81AB^2+9B^3)x^3)/(54(A+B)^3- -108A(A+B)^2x+72A^2(A+B)x^2-16A^3x^3),\ x=\lambda\tau>0. \qquad (7)$$

Если $|S|<1$, то методы (3), (6) A-устойчивы, при $0\leqslant S<1$ — монотонны [1]. Достаточные условия A-устойчивости и монотонности этих методов дает следующая

Теорема. Пусть $A+B>0$, $A<0$, $B=k|A|$, $k>0$. Тогда при любом шаге интегрирования методы (3), (6) A-устойчивы, если

$$k\in]1;\ 3]\cup\{5\}, \qquad (8)$$

и монотонны, если

$$k\in\left]1,\ 3-\frac{2}{3}\sqrt{3}\cos\frac{1}{3}\arccos\frac{\sqrt{3}}{3}-2\sin\frac{1}{3}\arccos\frac{\sqrt{3}}{3}\right]. \qquad (9)$$

Теорема позволяет выделить однопараметрическое семейство нелинейных явных одношаговых методов третьего порядка точности, требующих вычисления двух значений f на каждом шаге интегрирования, вида

$$\hat{y}=y+(k-1)\tau f\frac{f}{kf-f\left(y+\frac{2}{3}\tau f\right)}-\frac{1}{4}(k-1)(3k-7)\tau\cdot$$

$$\cdot\frac{f\left(f-f\left(y+\frac{2}{3}\tau f\right)\right)}{\left(kf-f\left(y+\frac{2}{3}\tau f\right)\right)^2}+\frac{1}{8}(k-1)(3k^2-18k+23)\tau\frac{f\left(f-f\left(y+\frac{2}{3}\tau f\right)\right)^2}{\left(kf-f\left(y+\frac{2}{3}\tau f\right)\right)^3},$$

при любом τ A-устойчивых, если имеет место (8), и монотонных, если выполнено (9).

ЛИТЕРАТУРА

1. Бобков В. В.— Дифференц. уравнения, 1977, № 11, с. 2076.

Поступила в редакцию 01.06.81.

Кафедра вычислительной математики

УДК 517.926.4

О. А. КАСТРИЦА

ОБ ЭКСТРЕМАЛЬНЫХ ОТКЛОНЕНИЯХ РЕШЕНИЙ ПРИ ОГРАНИЧЕННЫХ ВОЗМУЩЕНИЯХ ЛИНЕЙНОЙ СИСТЕМЫ

Пусть

$$\frac{dx}{dt}=A(t)x \qquad (1)$$

система с кусочно-непрерывной на $[0,+\infty[$ матрицей $A(t)$ и $B(t)=[b_{ij}(t)]_{i,j=1,\dots,n}$ — кусочно-непрерывная на $[0,+\infty[$ матрица с условием $\|B(t)\|\leqslant\alpha$; $\alpha>0$ — фиксированная величина. Рассмотрим систему

$$\frac{dy}{dt}=[A(t)+B(t)]y. \qquad (2)$$

Обозначим $x(t,\xi)$ и $y_B(t,\xi)$ решения систем (1) и (2) со значениями ξ при $t=0$ и $\Delta_B(t)=y_B(t,\xi)-x(t,\xi)$.

Задача. Найти $B_0(t)$, $\|B_0(t)\|\leqslant\alpha$, такую, что $\|\Delta_{B_0}(t)\|=\max\limits_{\|B(t)\|\leqslant\alpha}\|\Delta_B(t)\|+ +o(\alpha)$, $t\in[0,T]$, $T\in R^+$.