

Белорусский государственный университет

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе и
образовательным инновациям

О.Г. Прохоренко
10 сентября 2022 г.

Регистрационный № УД – 11732/уч.



МЕТОД БЛОЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ В МЕХАНИКЕ

**Учебная программа учреждения высшего образования
по учебной дисциплине для специальности**

1-31 03 02 Механика и математическое моделирование

Минск, 2022 г.

Учебная программа составлена на основе ОСВО 1-31 03 02-2013 и учебных планов № G31-136/уч. от 30.05.2013, №G31-239/уч. СИБД от 20.06.2020

СОСТАВИТЕЛИ:

Журавков Михаил Анатольевич – заведующий кафедрой теоретической и прикладной механики механико-математического факультета Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук, профессор;

Макаева Татьяна Александровна – старший преподаватель кафедры теоретической и прикладной механики механико-математического факультета Белорусского государственного университета.

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

Чорный А.Д., заведующий лабораторией турбулентности Института тепло- и массообмена имени А.В. Лыкова НАН Беларуси, кандидат физико-математических наук, доцент

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой теоретической и прикладной механики механико-математического факультета БГУ
(протокол № 1 от 31.08.2022)

Научно-методическим Советом БГУ
(протокол № 1 от 02.09.2022)

Зав.кафедрой _____

М.А. Журавков

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

В рамках учебной дисциплины «Метод блочных элементов в механике» студенты знакомятся с методами построения численных моделей, подходами и алгоритмами решения на их основе задач механики деформируемого твердого тела (МДТТ), механики сыпучих и дискретных сред, углубленно изучают метод дискретных элементов и метод блочных элементов.

Современные численные методы позволяют решать различные классы задач, связанные с исследованием напряженно-деформированного состояния (НДС) объектов, находящихся в условиях разнообразного сложного нагружения.

В программу дисциплины включен краткий обзор методов численного решения задач механики деформируемого твердого тела.

Связь аналитических и численных подходов и алгоритмов исследования НДС систем рассмотрена на примере задач определения НДС консольной балки.

Цели и задачи учебной дисциплины

Цель дисциплины «Метод блочных элементов в механике»: ознакомление студентов, специализирующихся по кафедре теоретической и прикладной механики, с основами метода дискретных/блочных элементов и использованием данного численного метода для решения задач различных разделов современной механики.

Образовательная цель: изучение теоретических основ метода дискретных элементов, изложение основ метода дискретных/блочных элементов.

Развивающая цель: развитие компетенций студентов в области численных методов исследования механических процессов и явлений, расчета напряженно-деформированного состояния механических систем и тел, постановка и решение прикладных задач.

Основные задачи:

- а) сформировать у студентов представление о методах дискретных элементов численного решения задач механики;
- б) выработать у студентов навыки выполнения расчетов по изучению состояния и поведения механических систем и тел, в частности определению характеристик напряженно-деформированного состояния методом дискретных элементов;
- в) сформировать у студентов навыки анализа численных результатов решения прикладных задач механики.

Место учебной дисциплины в системе подготовки специалиста с высшим образованием.

Учебная дисциплина «Метод блочных элементов в механике» относится к циклу дисциплин специализации компонента учреждения высшего образования.

Связи с другими учебными дисциплинами

Учебная дисциплина «Метод блочных элементов в механике» взаимосвязана с дисциплинами «Сопrotивление материалов и основы строительной механики», «Механика современных материалов», «Численные методы механики сплошной среды», «Математические методы механики деформируемого твёрдого тела и основы механики разрушения». Практические навыки, полученные при изучении дисциплины, будут полезны студентам при написании курсовых и дипломных работ, проведении исследовательских проектов, а также в самообразовании.

Требования к компетенциям

В результате изучения дисциплины «Метод блочных элементов в механике» студент должен обладать следующими академическими, социально-личностными и профессиональными компетенциями:

Академические компетенции:

АК-1. Уметь применять базовые научно-теоретические знания для решения теоретических и практических задач.

АК-2. Владеть системным и сравнительным анализом.

АК-3. Владеть исследовательскими навыками.

АК-4. Уметь работать самостоятельно.

АК-5. Быть способным вырабатывать новые идеи (обладать креативностью).

АК-6. Владеть междисциплинарным подходом при решении проблем.

АК-7. Иметь навыки, связанные с использованием технических устройств, управлением информацией и работой с компьютером.

АК-8. Обладать навыками устной и письменной коммуникации.

Социально-личностные компетенции:

СЛК-2. Быть способным к социальному взаимодействию.

СЛК-3. Обладать способностью к межличностным коммуникациям.

СЛК-5. Быть способным к критике и самокритике.

СЛК-6. Уметь работать в команде.

Профессиональные компетенции:

ПК-5. Заниматься аналитической и научно-исследовательской деятельностью в области механики и прикладной математики.

ПК-7. Проводить исследования в области эффективности решения производственных задач.

ПК -14. Взаимодействовать со специалистами смежных профилей.

ПК -18. Готовить доклады, материалы к презентациям.

ПК -24. Работать с научной, технической и патентной литературой.

ПК -27. Разрабатывать новые информационные технологии на основе проектирования механических схем и систем, проводимым к математическим моделям их оптимизациям.

ПК -28. Применять методы анализа и организации внедрения инноваций.

ПК -29. Реализовывать инновационные проекты в профессиональной деятельности.

В результате изучения дисциплины «Метод блочных элементов в механике» студент должен:

знать:

- основные численные методы механики сплошных и дискретных сред;
- основные базовые элементы метода дискретных элементов;
- программные среды для численного моделирования методом блочных элементов.

уметь:

- применять различные реализации метода дискретных элементов при решении конкретных задач;
- использовать особенности реализаций метода дискретных элементов при построении численных алгоритмов.

владеть:

- методами и подходами построения численных алгоритмов на основе различных реализаций метода дискретных элементов;
- подходами к построению компьютерных модельных схем решения задач механики на основе метода дискретных элементов;
- навыками анализа результатов численного моделирования на основе метода дискретных элементов.

Структура учебной дисциплины

Дисциплина изучается в 6 семестре дневной формы получения высшего образования. Всего на изучение учебной дисциплины «Метод блочных элементов в механике» отведено:

- для очной формы получения высшего образования – 80 часов, в том числе 44 аудиторных часа, из них: лекции – 20 часов, лабораторные занятия – 22 часов, управляемая самостоятельная работа – 2 часа.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 2 зачетные единицы.

Форма текущей аттестации по учебной дисциплине – зачет.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Тема 1. Общие уравнения механики деформируемого твердого тела

Общие понятия: тензор напряжений, тензор деформаций, уравнения равновесия, обобщенный закон Гука, граничные условия.

Тема 2. Общие понятия механики сыпучих сред и механики дискретных сред

Понятия о сыпучих телах и дискретных средах. О механических процессах в сыпучих и дискретных средах. Классификация задач механики сыпучих и дискретных сред как задач механики сплошных и дискретных сред. Особенности моделирования деформационных процессов сыпучих и дискретных тел.

Тема 3. Основные численные методы механики

Подходы к классификации численных методов. Современная классификация численных методов, их краткая характеристика. Основные этапы построения численных моделей выделенных групп методов.

Тема 4. Базовые теоретические основы метода дискретных элементов (МДЭ)

Общие понятия и положения метода дискретных элементов. Дискретизация и построение элементов, блоков. Определение связей между элементами, блоками, представление контактов. Уравнения связей блочных структур.

Тема 5. Классификация и различные реализации метода дискретных элементов

Явные и неявные методы. Метод отдельных элементов. Метод анализа дискретных деформаций. Метод дискретных элементов для систем частиц.

Тема 6. Общие принципы и последовательность построения численных схем решения задач на основе МДЭ. Особенности построения численных схем на основе МДЭ. Алгоритмы и численные схемы решения различных классов задач механики на основе МДЭ.

Основные правила и подходы к численному решению задач на основе МДЭ. Последовательность построения численных схем решения для метода дискретных частиц.

Правила построения алгоритмов и численных схем решения различных классов задач механики на основе МДЭ. Последовательность построения численных схем решения для метода дискретных частиц.

Тема 7. Обзор пакетов для решения задач методом дискретных элементов.

Обзор и анализ современных пакетов для решения задач современной механики МДЭ.

Тема 8. Построение алгоритмов и численных схем решения модельных задач на основе МДЭ с использованием пакетов и написанием собственных программных кодов.

Выбор модельных задач. Построение механико-математических моделей модельных задач. Построение алгоритмов численного решения модельных задач. Выбор и обоснование программных продуктов для реализации схем численного решения модельных задач. Построение расчетных схем. Выполнение непосредственного решения. Анализ полученного решения.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ
 Дневная форма получения образования с применением электронных средств
 обучения (ДО)

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов						Форма контроля знаний
		лекции	практические занятия	семинарские занятия	лабораторные занятия	иное	Количество часов УСР	
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	Общие уравнения механики деформируемого твердого тела	2						Вопросы для самопроверки, устный опрос
2	Общие понятия механики сыпучих сред и механики дискретных сред	4						Вопросы для самопроверки, устный опрос
3	Основные численные методы механики	2			4			Вопросы для самопроверки, устный опрос, решение задач, эссе, отчет по лабораторной работе
4	Базовые теоретические основы метода дискретных элементов (МДЭ)	2						Вопросы для самопроверки, устный опрос
5	Классификация и различные реализации метода дискретных элементов	2						Вопросы для самопроверки, устный опрос
6	Общие принципы и последовательность построения численных схем решения задач на основе МДЭ. Особенности построения численных схем на основе МДЭ. Алгоритмы и численные схемы решения различных классов задач механики на основе МДЭ	4			4		2	Вопросы для самопроверки, устный опрос, собеседование, отчет по лабораторной работе

7	Обзор пакетов для решения задач методом дискретных элементов	2			4		Вопросы для самопроверки, устный опрос, решение задач, отчет по лабораторной работе
8	Построение алгоритмов и численных схем решения модельных задач на основе МДЭ с использованием пакетов и написанием собственных программных кодов	2			10		Вопросы для самопроверки, устный опрос, решение задач, отчет по лабораторной работе
	Всего	20			22		2

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Перечень основной литературы

1. Журавков М.А., Старовойтов Э.И. Математические модели механики твердых тел: учеб.пособие. – Минск: БГУ, 2021 – 535 с.
2. Журавков М.А. Современные численные методы в механике: курс лекций / М.А. Журавков. – Минск: БГУ, 2022. – 132 с.
3. Журавков М.А., Коновалов О.Л., Богдан С.И., Прохоров П.А., Круподеров А.В. Компьютерное моделирование в геомеханике / Под общ. ред. М.А. Журавкова. Мн. БГУ, 2008. 443 с.
4. Michael Schäfer. Computational Engineering – Introduction to Numerical Methods. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2006. 321 p.
5. Журавков М.А., Коновалов О.Л., Богдан С.И., Прохоров П.А., Круподеров А.В. Компьютерное моделирование в геомеханике / Под общ. ред. М.А. Журавкова. Мн. БГУ, 2008. 443 с.

Перечень дополнительной литературы

1. Ji S., Zhuravkov M., Zhou Z, Feng Y. Introduction to the Special Issue on Computational Mechanics of Granular Materials and its Engineering Applications // Computer Modeling in Engineering and Sciences 132(1). 2022
2. Kanavalau A., Shunying Ji, Zhuravkov M. Modified virtual internal bond model based on deformable Voronoi particles // Theoretical and Applied Mechanics Letters. 10(2). January 2020. Pp.87-91.
3. Zhuravkov M., Shunying Ji, Kanavalau A. Modeling of deformation processes in rock massif in the vicinity of underground goafs considering the formation of discontinuity zones // Theoretical and Applied Mechanics Letters. 10(2). January 2020. Pp.92-97.
4. Wang S., Zhuravkov M. and Shunying Ji. Granular flow of cylinder-like particles in a cylindrical hopper under external pressure based on DEM simulations // Soft Matter, 2020, 16, 7760-7777.
5. Wang S, Marmysh D., Shunying Ji. Construction of irregular particles with superquadric equation in DEM // Theoretical & Applied Mechanics Letters. No.10. 2020. P. 68-73.
6. Бабешко, В.А. О теории и приложениях метода блочного элемента / В.А. Бабешко В.А., О.В. Евдокимова, О.М. Бабешко // Вестник Южного научного центра. 2013. Том 9. С. 9–19
7. Бабешко В.А., Бабешко О.М., Евдокимова О.В. К теории блочного элемента // ДАН. 2009. Т. 427. № 2. С. 183–186.
8. ITASCA Consulting Group, I. PFC-2D and PFC-3D Manuals, 1995
9. Cundall PA. Formulation of a three-dimensional distinct element model-- Part I. A scheme to detect and represent contacts in a system composed of many

polyhedral blocks. Int. J. Rock Mech. & Min.Sci., 1988; 25: 107-116.

10. Hart R, Cundall PA, Lemos J. Formulation of a three-dimensional distinct element model--Part II. Mechanical calculations for motion and interaction of a system composed of many polyhedral blocks. Int. J. Rock Mech. & Min.Sci., 1988; 25: 117-125.

11. Shi G. Discontinuous deformation analysis – a new numerical model for the statics, dynamics of block systems/ G. Shi// PhD thesis, University of California. – Berkeley, USA, 1988.

12. Goodman R.E. Block theory and its application to rock engineering / R.E. Goodman, G. Shi – Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1985.

Перечень рекомендуемых средств диагностики и методика формирования итоговой отметки

Диагностика результатов учебной деятельности по дисциплине «Метод блочных элементов в механике» проводится, как правило, во время аудиторных занятий. Для диагностики используются:

- отчеты по лабораторным работам;
- устный опрос;
- собеседование;
- решение задач;
- эссе.

Оценка за ответы на лекциях (опрос) и лабораторных занятиях включает в себя полноту ответа, наличие аргументов, примеров из практики.

Контрольные мероприятия проводятся в соответствии с учебно-методической картой дисциплины.

Формой текущей аттестации по дисциплине «Метод блочных элементов в механике» учебным планом предусмотрен **зачет**.

Для студентов, пропустивших контрольные мероприятия или получивших неудовлетворительную оценку, решение о повторном проведении контрольного мероприятия выносится в соответствии с положением о рейтинговой системе оценки знаний обучающихся по учебной дисциплине в Белорусском государственном университете.

Итоговая отметка по дисциплине «Метод блочных элементов в механике» формируется на основе 3-х документов:

1. Правила проведения аттестации студентов, курсантов, слушателей при освоении содержания образовательных программ высшего образования (утверждены Постановлением Министерства образования Республики Беларусь от 29 мая 2012 г. № 53);

2. Положение о рейтинговой системе оценки знаний обучающихся по учебной дисциплине в Белорусском государственном университете (приказ ректора № 189-ОД от 31.03.2020);

3. Критериев оценки результатов учебной деятельности обучающихся в учреждениях высшего образования по десятибалльной шкале (Письмо Министерства образования Республики Беларусь от 28.05.2013 г. № 09-10/53-ПО).

Примерный перечень заданий для управляемой самостоятельной работы студентов

Тема №6. Общие принципы и последовательность построения численных схем решения задач на основе МДЭ. Особенности построения численных схем на основе МДЭ. Алгоритмы и численные схемы решения различных классов задач механики на основе МДЭ.

Студенты по заданию, выданному преподавателем, составляют алгоритм и схему численного решения задачи, используя МДЭ. При собеседовании с преподавателем должны объяснить алгоритм и методику численного решения задачи.

Примерный перечень заданий:

- Выполнение численного эксперимента по одно-, двух- и трехосному сжатию образца с превышением предела прочности на сжатие до полного его разрушения.
- Упаковка дискретных элементов, расположенная на наклонной плоскости с различными значениями коэффициента трения. Моделирование процесса нарушения упаковки дискретных элементов при изменении коэффициента трения/изменение угла наклона плоскости
- Упаковка дискретных элементов в конусообразной форме. Моделирование процесса «истечения» дискретных элементов из формы при варьировании размерами элементов/наклоном формы/коэффициентом трения между стенками и дискретными элементами

Форма контроля - собеседование

Примерная тематика лабораторных занятий

Лабораторное занятие 1. Тема 3. Основные численные методы механики. (4 ч.)

Обзор и сравнительный анализ методов численного моделирования в рамках моделей сплошных и дискретных сред. Основные подходы к построению компьютерных модельных схем задач механики сыпучих и дискретных сред, используемые в различных пакетах компьютерного моделирования. Выбрать пакет метода конечных разностей, метода конечных элементов и исследовать особенности моделирования поведения сыпучих/дискретных тел на примере решения конкретной задачи механики сыпучих/дискретных сред.

Лабораторное занятие 2. Тема 6. Общие принципы и последовательность построения численных схем решения задач на основе МДЭ. Особенности построения численных схем на основе МДЭ. Алгоритмы и численные схемы решения различных классов задач механики на основе МДЭ. (4 ч.)

Постановка задачи для консольной балки нагруженной распределенными усилиями. Численное решение задачи методами дискретных, блочных и конечных элементов. Проведение анализа численных решений с оценкой абсолютной и относительной погрешности в сравнении с аналитическим решением методами механики материалов.

Лабораторное занятие 3. Тема 7. Обзор пакетов для решения задач методом дискретных элементов. (4 ч.)

Выполнить обзор основных пакетов, реализующих метод дискретных элементов. Выполнить решение тестовых задач.

Лабораторное занятие 4. Тема 8. Построение алгоритмов и численных схем решения модельных задач на основе МДЭ с использованием пакетов и написанием собственных программных кодов. (10 ч.)

Для конкретных структурных моделей состояния сыпучих/дискретных тел составить алгоритм решения модельной задачи по исследованию состояния изучаемого объекта. Обосновать выбор метода численного решения модельной задачи. Для рассматриваемой модельной задачи составить алгоритм численного решения. Описать алгоритмы решения прикладной конкретной модельной задачи с использованием МКЭ и МДЭ. Построить численные модели в различных приближениях рассматриваемого объекта исследования.

Описание инновационных подходов и методов к преподаванию учебной дисциплины

При организации образовательного процесса используется **практико-ориентированный подход**, который предполагает:

- освоение содержание образования через решения практических задач;
- приобретение навыков эффективного выполнения разных видов профессиональной деятельности;
- использование процедур, способов оценивания, фиксирующих формирование профессиональных компетенций.

Методические рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся

1. Самостоятельная работа в процессе работы с литературой.

Просмотрите конспект сразу после занятий. Пометьте материал конспекта лекций, который вызывает затруднения для понимания.

Попытайтесь найти ответы на затруднительные вопросы, используя предлагаемую литературу.

Если самостоятельно не удалось разобраться в материале, сформулируйте вопросы и обратитесь на ближайшей лекции за помощью к преподавателю.

Каждую неделю рекомендуется отводить время для повторения пройденного материала, проверяя свои знания, умения и навыки по контрольным вопросам.

2. Самостоятельная работа по составлению конспекта.

1. Соберите литературу по теме. Изучите тот источник, где она изложена наиболее полно и на современном уровне.

2. По этому источнику составьте подробный план с указанием страниц книги, относящихся к определенному пункту плана.

3. Изучите другие источники. Если в них встречается материал по уже имеющемуся пункту плана, запишите в плане и новый источник с указанием страниц. Если же в другом источнике материал раскрывает тему с другой стороны, добавьте еще пункт плана.

4. Проанализировав всю литературу, собранную по теме, вы получите окончательный план, по которому можно писать конспект, объединяя по пунктам материал из разных источников.

5. Отредактируйте составленный вами конспект, внимательно прочтите его и подумайте: - удовлетворяет ли вас его общий план; - хорошо ли воспринимается смысловая, логическая связь между отдельными элементами содержания; - удачно ли использованы цитаты, правильно ли установлена связь между оборотами речи и фразами; - верно ли поставлены знаки препинания в цитатах.

6. Прежде чем переписывать конспект начисто, исправьте все недочеты.

3. Подготовка к лабораторным занятиям

Назначение лабораторных занятий - углубление и проработка теоретического материала предмета путем регулярной и планомерной самостоятельной работы студентов на протяжении всего курса. Непосредственное проведение лабораторного занятия предполагает: решение задач и упражнений по образцу; проведение анализа результатов; систематизацию материала и подготовка отчета о проведенной работе.

Инструкция:

Изучите нормативные документы, обязательную и дополнительную литературу по рассматриваемому вопросу.

прочтите конспект лекции по теме,

Внимательно изучите порядок выполнения лабораторной работы или алгоритм, представленный преподавателем.

Следуйте строго алгоритму выполнения лабораторной работы.

4. Подготовка к зачету

Внимательно прочитайте материал по конспекту, составленному на учебном занятии.

Прочитайте тот же материал по учебнику, учебному пособию.

Постарайтесь разобраться с непонятными, в частности новыми терминами. Часто незнание терминологии мешает студентам воспринимать материал на занятиях на должном уровне.

Ответьте на контрольные вопросы для самопроверки, имеющиеся в учебнике.

Кратко перескажите содержание изученного материала «своими словами».

Заучите «рабочие определения» основных понятий, законов.

Освоив теоретический материал, преступайте к выполнению заданий, упражнений; решению задач, расчетов по индивидуальным заданиям и т.д.

Примерный перечень заданий самостоятельной работы студентов

1. Выполнить сравнительный анализ основных положений теории напряженно-деформированного состояния твердых деформируемых сплошных сред и сыпучих сред. Сформулировать отличие в математических постановках задач МДТТ и механики сыпучих и дискретных сред.

2. Выбрать прикладную задачу в приближении твердого и сыпучего материалов и выписать условия равновесия и предельные условия; выполнить анализ.

3. Выполнить сравнение и анализ инвариантов напряженного и деформированного состояний в математических моделях механики сплошных твердых деформируемых и сыпучих и дискретных сред.

4. Выполнить анализ базовых теоретических основ различных реализаций метода дискретных элементов.

5. Выполнить анализ механико-математических постановок задач для описания НДС сыпучих и дискретных сред в различных модельных приближениях и для различных структурных схем.

6. Описать алгоритмы решения задач для различных реализаций МДЭ.

7. Выполнить сравнительный анализ построения численных схем решения задач на основе МКЭ и МДЭ. Особенности построения численных схем на основе МДЭ.

Примерный перечень вопросов к зачету

1. Основные положения механики сыпучих и дискретных сред.

2. Особенности математической постановки модельных задач при моделировании деформационных процессов сыпучих и дискретных тел.

3. Современная классификация численных методов, их краткая характеристика.

4. Общие понятия и положения метода дискретных элементов.

5. Определение связей между элементами, блоками, представление контактов. Уравнения связей блочных структур.

6. Классификация и различные реализации метода дискретных элементов.
7. Явные и неявные методы дискретных элементов.
8. Метод дискретных элементов для систем твердых частиц.
9. Основные правила и подходы к численному решению задач на основе МДЭ.
10. Правила построения алгоритмов и численных схем решения задач механики на основе МДЭ.
11. Выполнить анализ современных пакетов для решения задач современной механики МДЭ.
12. На примере модельной задачи описать процедуру ее решения на основе МДЭ.

ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УВО

Название дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы по изучаемой учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
Математические модели МДТТ и основы механики разрушения	Кафедра теоретической и прикладной механики	нет	Изменений в содержании учебной программы не требуется (протокол № 1 от 31.08.2022)

**ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ
ПО ИЗУЧАЕМОЙ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ**

на _____ / _____ учебный год

№№ ПП	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры
(протокол № _____ от _____ 20_ г.)

Заведующий кафедрой

д-р физ.-мат. наук,

профессор

(степень, звание)

(подпись)

М.А.Журавков

(И.О.Фамилия)

УТВЕРЖДАЮ

Декан факультета

д-р физ.-мат. наук,

доцент

(степень, звание)

(подпись)

С.М.Босяков

(И.О.Фамилия)