

Белорусский государственный университет

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе и
образовательным инновациям

 О.Г. Прохоренко
«05» января 2023 г.

Регистрационный № УД -11717 /уч.

Исследование операций и теория игр

**Учебная программа учреждения высшего образования
по учебной дисциплине для специальности:**

1-96 01 02 Экономическая безопасность

1- 25 01 12 Экономическая информатика

1-25 01 04 Финансы и кредит

2023 г.

Учебная программа составлена на основе ОСВО 1- 25 01 01 – 2013, ОСВО 1- 25 01 12 – 2013, ОСВО 1-25 01 04-2013, учебных планов № Р96-1-001/уч. от 25.05.2021, № Е25-1-008/уч. от 25.05.2021 г., № Е25-1-006/уч. от 25.05.2021, № Е25-1-215/уч. ин. от 31.05.2021, № Е25-1-014/уч.з. от 31.05.2021.

СОСТАВИТЕЛИ:

А. В. Капусто, доцент кафедры аналитической экономики и эконометрики экономического факультета Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент.

Н. В. Новикова, старший преподаватель кафедры аналитической экономики и эконометрики экономического факультета Белорусского государственного университета.

И. В. Большакова, старший преподаватель кафедры аналитической экономики и эконометрики экономического факультета Белорусского государственного университета.

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

В.С. Вакульчик, доцент кафедры математики и компьютерной безопасности УО «Полоцкий государственный университет имени Ефросинии Полоцкой», кандидат педагогических наук, доцент;

Е.А. Крушевский, доцент кафедры «Математические методы в строительстве» Белорусского национального технического университета, кандидат физико-математических наук, доцент.

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой аналитической экономики и эконометрики экономического факультета БГУ

(протокол № 4 от 25.11.2022);

Научно-методическим советом БГУ

(протокол № 3 от 15.12.2022).

Заведующий кафедрой
аналитической экономики
и эконометрики



Е.Г. Господарик

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Цель и задачи учебной дисциплины

Целями изучения дисциплины «Теория игр и исследование операций» для студентов специальности «Финансы и кредит» являются:

- ознакомление обучающихся с основными понятиями и методами дисциплины;
- выработка системного экономического мышления;
- формирование навыков построения математических моделей, проведения экономических расчетов и использования их для обоснования экономических решений.

Задачи учебной дисциплины состоят в следующем:

- изучение постановок и содержания задач теории игр и исследования операций;
- изучение методики построения моделей теории игр и исследования операций;
- приобретение навыков теоретического исследования моделей;
- изучение подходов к решению задач;
- приобретение навыков в использовании результатов математического моделирования для выработки и обоснования управленческих решений.

Место учебной дисциплины

Учебная дисциплина относится к модулю «Экономико-математические методы» компонента учреждения высшего образования.

Связи с другими учебными дисциплинами

Дисциплина «Исследование операций и теория игр» основана на учебных дисциплинах «Высшая математика» и «Теория вероятностей и математическая статистика».

Требования к компетенциям

Освоение учебной дисциплины «Исследование операций и теория игр» должно обеспечить формирование компетенции:

СК-6 (для специальности 1-96 01 02 Экономическая безопасность), СК-1 (для специальности 1-25 01 12 Экономическая информатика), СК-5 (для специальности 1-25 01 04 Финансы и кредит): Применять игровые и оптимизационные модели для анализа экономических ситуаций

В результате изучения учебной дисциплины студент должен:

знать:

- принципы математического моделирования ситуаций принятия решений;
- основные классы математических моделей и методов принятия оптимальных решений;

уметь:

- строить математические модели принятия экономических решений и иметь навыки их использования для решения соответствующих задач;

владеть:

- навыками использования математических моделей для решения соответствующих задач.

Структура учебной дисциплины

Структура содержания учебной дисциплины включает такие дидактические единицы, как разделы и темы, в соответствии с которыми разрабатываются и реализуются соответствующие лекционные и практические занятия. Примерная тематика практических занятий приведена в информационно-методической части.

На дневной форме обучения дисциплина изучается в 4 семестре. Всего на изучение учебной дисциплины «Исследование операций и теория игр» отведено:

- для специальности 1-96 01 02 Экономическая безопасность – 148 часов, в том числе 86 аудиторных часов, из них: лекции – 42 часа, практические занятия – 44 часа; трудоемкость учебной дисциплины составляет 6 зачетных единиц; форма текущей аттестации – экзамен;

- для специальности 1-25 01 12 Экономическая информатика – 140 часов, в том числе 82 аудиторных часа, из них: лекции – 42 часа, практические занятия – 40 часов; трудоемкость учебной дисциплины составляет 5 зачетных единиц; форма текущей аттестации – экзамен;

- для очной формы получения высшего образования специальности 1-25 01 04 Финансы и кредит – 120 часов, в том числе 86 аудиторных часов, из них: лекции – 42 часа, практические занятия – 44 часа; трудоемкость учебной дисциплины составляет 6 зачетных единиц; форма текущей аттестации – экзамен;

- для иностранных студентов очной формы получения высшего образования специальности 1-25 01 04 Финансы и кредит – 120 часов, в том числе 86 аудиторных часов, из них: лекции – 34 часа, практические занятия – 52 часа; трудоемкость учебной дисциплины составляет 6 зачетных единиц; форма текущей аттестации – экзамен.

На заочной форме обучения дисциплина изучается в 5 семестре. Всего на изучение учебной дисциплины «Исследование операций и теория игр» отведено:

- 120 часов, в том числе 22 аудиторных часа, из них: лекции – 10 часов, практические занятия – 12 часов; трудоемкость учебной дисциплины составляет 6 зачетных единиц; форма текущей аттестации – экзамен.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Введение. Основы методологии исследования операций и теории игр

Основные понятия и принципы исследования операций и теории игр. Математические модели операций. Этапы исследования операций

Раздел 1. Детерминированные модели и методы их исследования

Тема 1.1 Линейное программирование

Предмет линейного программирования. Примеры экономических задач. Общая формулировка задачи линейного программирования (ЗЛП). Виды записи ЗЛП. Переход от одной формы записи к другой. Порядок решения ЗЛП с двумя переменными графическим способом. Понятие опорного плана. Основная теорема линейного программирования. Алгоритм симплексного метода решения ЗЛП. Метод искусственного базиса. Особые случаи решения ЗЛП.

Тема 1.2 Двойственность и ее применение в экономическом анализе

Правила построения модели двойственной задачи к ЗЛП в общей и симметричной форме. Примеры двойственных задач. Основные теоремы двойственности. Экономическая интерпретация двойственных задач.

Тема 1.3 Транспортная задача

Постановка транспортной задачи (ТЗ). Модель транспортной задачи. Опорные планы транспортной задачи. Алгоритм решения ТЗ распределительным методом и методом потенциалов. Усложненная постановка ТЗ.

Тема 1.4. Целочисленное программирование

Примеры задач целочисленного линейного программирования (ЗЦЛП). Классификация методов решения ЗЦЛП. Решение ЗЦЛП методом ветвей и границ. Алгоритм метода Гомори. Задача о назначениях.

Тема 1.5. Динамическое программирование

Общая постановка задачи динамического программирования. Принцип оптимальности и уравнения Беллмана. Схема решения задач динамического программирования. Задача о распределении средств между предприятиями. Задача об определении оптимальной стратегии замены оборудования. Задача о загрузке транспортного средства. Задача определения оптимальной производственной программы.

Раздел 2. Специальные модели исследования операций

Тема 2.1. Методы многокритериальной оптимизации

Постановка задачи многокритериальной оптимизации. Оптимальность по Парето. Проблемы многокритериальной оптимизации. Классификация методов решения задач многокритериальной оптимизации: методы свертывания критериев, метод последовательных уступок, метод ведущего критерия, метод равных и наименьших относительных отклонений, метод идеальной точки.

Тема 2.2. Модели сетевого планирования и управления

Базовые понятия и определения из теории графов. Алгоритм Фалкерсона. Задача о максимальном потоке. Методы сетевого планирования. Понятие задачи сетевого планирования и управления и ее применение. Понятие оптимизации сетевых графиков, зависимость продолжительности работы от затрат. Оптимизация сетевого графика по времени при фиксированном времени выполнения комплекса работ и при ограниченных затратах ускорение выполнения комплекса работ. Оптимизация по ресурсам. Оптимизация по стоимости при фиксированном и произвольном времени выполнения работ. Оптимальный безрезервный план. Сетевой анализ проектов на основе вероятностной оценки срока реализации.

Раздел 3. Модели теории игр

Тема 3.1. Основные понятия и определения теории игр

Конфликтные ситуации и оптимизация. Математическое моделирование конфликта. Понятие игры, игрока, стратегии. Классификация игр. Примеры. Математическая модель игры. Примеры экономических ситуаций, описываемых методами теории игр.

Тема 3.2. Матричные игры двух лиц с нулевой суммой. Чистые и смешанные стратегии и их свойства

Понятие матричной игры двух лиц с нулевой суммой. Верхняя и нижняя чистая цена игры. Седловые точки в игре двух лиц с нулевой суммой. Смешанные стратегии и их свойства. Теорема о существовании седловой точки. Вид функции выигрыша. Цена игры и решение игры в смешанных стратегиях. Основная теорема матричных игр. Свойства оптимальных смешанных стратегий. Теорема об активных стратегиях. Понятие о доминируемых и доминирующих стратегиях. Упрощение платежной матрицы.

Тема 3.3. Анализ матричной игры 2×2 , $2 \times n$, $m \times 2$

Аналитическое решение матричной игры 2×2 , геометрическое решение игры 2×2 . Геометрическое решение игры $2 \times n$, геометрическое решение игры $m \times 2$.

Тема 3.4. Решение матричной игры двух лиц с нулевой суммой в смешанных стратегиях

Сведение матричной игры к задаче линейного программирования и способы ее решения. Понятие о методе Брауна-Робинсона.

Тема 3.5. Статистические игры

Понятие игры с природой. Виды неопределенностей. Построение матрицы рисков. Критерий оптимизма, критерий Вальда, критерий Сэвиджа, критерий Гурвица, критерий Лапласа, критерий Байеса, критерий Ходжа-Лемана.

Тема 3.6. Биматричные игры

Понятие о биматричных бескоалиционных играх. Вид функций выигрышей игроков. Смешанные стратегии игроков в биматричных играх. Оптимальность по Парето в биматричной игре. Равновесие по Нэшу. Графическое и аналитическое решение биматричных игр 2×2 . Решение игр $2 \times n$ и $m \times 2$.

Тема 3.7. Кооперативные игры

Понятие кооперативной игры. Дележи и характеристические функции. Построение характеристических функций для простых ситуаций. Свойства характеристических функций. С-ядро кооперативной игры. Дележ игры по Шепли.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Очная форма получения образования специальности 1-96 01 02 Экономическая безопасность,
1-25 01 04 Финансы и кредит

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудитор- ных часов				УСР	Формы контроля зна- ний
		Лекции	Практические занятия	Семинарские за- нятия	Лабораторные за- нятия		
1	2	3	4	5	6	7	8
	Введение. Предмет и задачи исследования операций	1					
1	Детерминированные методы и модели обоснования решений	19	18				
1.1	Линейное программирование	5	5				Устный опрос
1.2	Двойственность и ее применение в экономическом анализе	2	1				Устный опрос
1.3	Транспортная задача	4	4				Устный опрос, контрольная работа по темам 1.1 – 1.3
1.4	Целочисленное программирование	4	4				Устный опрос
1.5	Динамическое программирование	4	4				Устный опрос, контрольная работа по темам 1.4 – 1.5
2	Специальные модели исследования операций	10	10				

2.1	Методы многокритериальной оптимизации	4	2				Устный опрос
2.2	Модели сетевого планирования и управления	6	8				Устный опрос, контрольная работа по темам 2.1-2.2
3	Модели теории игр	12	16				
3.1	Основные понятия и определения теории игр	1	0				Устный опрос
3.2	Матричные игры двух лиц с нулевой суммой игры. Чистые и смешанные стратегии и их свойства.	1	1				Устный опрос
3.3	Анализ матричной игры $2 \times 2, 2 \times n, m \times 2$	1	1				Устный опрос
3.4	Решение матричной игры двух лиц с нулевой суммой в смешанных стратегиях	3	6				Устный опрос, контрольная работа по темам 3.2-3.4
3.5	Статистические игры	2	2				Устный опрос
3.6	Биматричные игры	2	2				Устный опрос,
3.7	Кооперативные игры	2	4				Устный опрос, контрольная работа по темам 3.5 – 3.7
	ИТОГО	42	44				

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Очная форма получения образования специальности 1-25 01 12 Экономическая информатика

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов				УСР	Формы контроля знаний
		Лекции	Практические занятия	Семинарские занятия	Лабораторные занятия		
1	2	3	4	5	6	7	8
	Введение. Предмет и задачи исследования операций	1					
1	Детерминированные методы и модели обоснования решений	19	16				
1.1	Линейное программирование	5	5				Устный опрос
1.2	Двойственность и ее применение в экономическом анализе	2	1				Устный опрос
1.3	Транспортная задача	4	4				Устный опрос, контрольная работа по темам 1.1 – 1.3
1.4	Целочисленное программирование	4	2				Устный опрос
1.5	Динамическое программирование	4	4				Устный опрос, контрольная работа по темам 1.4 – 1.5
2	Специальные модели исследования операций	10	8				
2.1	Методы многокритериальной оптимизации	4	2				Устный опрос

2.2	Модели сетевого планирования и управления	6	6				Устный опрос, контрольная работа по темам 2.1-2.2
3	Модели теории игр	12	16				
3.1	Основные понятия и определения теории игр	1	0				Устный опрос
3.2	Матричные игры двух лиц с нулевой суммой игры. Чистые и смешанные стратегии и их свойства.	1	1				Устный опрос
3.3	Анализ матричной игры $2 \times 2, 2 \times n, m \times 2$	1	1				Устный опрос
3.4	Решение матричной игры двух лиц с нулевой суммой в смешанных стратегиях	3	4				Устный опрос, контрольная работа по темам 3.2-3.4
3.5	Статистические игры	2	2				Устный опрос
3.6	Биматричные игры	2	2				Устный опрос
3.7	Кооперативные игры	2	4				Устный опрос, контрольная работа по темам 3.5 – 3.7
	ИТОГО	42	40				

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Очная форма получения образования с применением дистанционных образовательных технологий
Специальности 1-25 01 04 Финансы и кредит (иностранные студенты)

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудитор- ных часов				УСР	Формы контроля зна- ний
		Лекции	Практические занятия	Семинарские за- нятия	Лабораторные за- нятия		
1	2	3	4	5	6	7	8
	Введение. Предмет и задачи исследования операций	1					
1	Детерминированные методы и модели обоснования решений	17	28				
1.1	Линейное программирование	5	8				Устный опрос
1.2	Двойственность и ее применение в экономическом анализе	2	4				Устный опрос
1.3	Транспортная задача	4	6				Устный опрос, контрольная работа по темам 1.1 – 1.3
1.4	Целочисленное программирование	4	6				Устный опрос
1.5	Динамическое программирование	2	4				Устный опрос, контрольная работа по темам 1.4 – 1.5

2	Специальные модели исследования операций	6	10				
2.1	Методы многокритериальной оптимизации	2	4				Устный опрос
2.2	Модели сетевого планирования и управления	4	6				Устный опрос, контрольная работа по темам 2.1 – 2.2
3	Модели теории игр	10	14				
3.1	Основные понятия и определения теории игр	1	0				
3.2	Матричные игры двух лиц с нулевой суммой игры. Чистые и смешанные стратегии и их свойства.	1	1				Устный опрос
3.3	Анализ матричной игры 2×2 , $2 \times n$, $m \times 2$	1	1				Устный опрос
3.4	Решение матричной игры двух лиц с нулевой суммой в смешанных стратегиях	3	6				Устный опрос, контрольная работа по темам 3.1 – 3.4
3.5	Статистические игры	2	2				Устный опрос
3.6	Биматричные игры	2	4				Устный опрос, контрольная работа по темам 3.5 – 3.6
	ИТОГО	34	52				

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Заочная форма получения образования специальность 1-25 01 04 Финансы и кредит

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов					УСР	Формы контроля знаний
		Лекции	Практические занятия	Семинарские занятия	Лабораторные занятия	Иное		
1	2	3	4	5	6	7	8	9
	Введение. Предмет и задачи исследования операций	1						
1	Детерминированные методы и модели обоснования решений	4	6					
1.1	Линейное программирование	2	2					Устный опрос
1.2	Двойственность и ее применение в экономическом анализе	1	2					Устный опрос
1.3	Транспортная задача	1	2					Устный опрос, контрольная работа, тест по темам 1.1 – 1.3
2	Специальные модели исследования операций	2	2					
2.2	Модели сетевого планирования и управления	2	2					Устный опрос.
3	Модели теории игр	3	4					
3.1	Основные понятия и определения теории игр	1						Устный опрос

3.2	Матричные игры двух лиц с нулевой суммой игры. Чистые и смешанные стратегии и их свойства	1	2					Устный опрос
3.3	Анализ матричной игры 2×2 , $2 \times n$, $m \times 2$	1	2					Устный опрос, тест по темам 3.1 – 3.3
	ИТОГО	10	12					

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Перечень основной литературы

1. Болотский, А. В. Математическое программирование и теория игр : учебное пособие [Электронный ресурс] / А. В. Болотский. – Санкт-Петербург ; Москва; Краснодар: Лань, 2019. – Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/217433>. – Дата доступа: 11.11.2022.
2. Кораблев, Ю. А. Теория игр. Примеры и задачи : учебное пособие для направления бакалавриата "Экономика" / Ю. А. Кораблев ; Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации. – Москва: КНОРУС, 2022. – 176 с.
3. Исследование операций в экономике: учебник для академического бакалавриата/ Н.Ш. Кремер [и др.]; под ред. проф. Н.Ш. Кремера. – М.: Издательство Юрайт, 2018. – 438 с.
4. Лабскер, Л. Г. Теория игр в экономике, финансах и бизнесе: учебник для студентов вузов, обучающихся по направлению подготовки "Экономика" / Л. Г. Лабскер, Н. А. Яценко; под ред. Л. Г. Лабскера. – Москва: КНОРУС, 2021. – 526 с.

Перечень дополнительной литературы

1. Васин, А.А. Введение в теорию игр с приложениями в экономике: учеб. пособие для вузов/ А.А. Васин, В.В. Морозов. – М.: 2003. – 278 с.
2. Васин, А.А. Исследование операций /А.А. Васин, П.С. Краснощеков, В.В. Морозов. – М.: Академия, 2008. – 464 с.
3. Вентцель, Е.С. Исследование операций. Задачи, принципы, методология / Е.С. Вентцель – М.: ЮСТИЦИЯ, 2018. – 192 с.
4. Данилов, В.И. Лекции по теории игр/ В.И. Данилов – М.: РЭШ, 2002. – 140 с.
5. Диксит, Авинаш. Теория игр. Искусство стратегического мышления в бизнесе и жизни / Авинаш Диксит и Барри Нейблбафф – М.: Манн, Иванов и Фербер, 2017. – 464с.
6. Косоруков, О.А. Исследование операций/ О.А. Косоруков, А.В. Мищенко – М.: Экзамен, 2003. – 448.
7. Костевич, Л.С. Математическое программирование: практикум / Л.С. Костевич, И.В. Гайдукевич. – Минск: БГЭУ, 2009. – 424 с.
8. Костевич, Л.С. Исследование операций. Теория игр: учеб. пособие/ Л.С. Костевич, А.А. Лапко. – 2-е изд., перераб. и доп. – Минск: Вышэйшая школа, 2008. – 368 с.
9. Кузнецов, А.В. Высшая математика. Математическое программирование /А.В. Кузнецов, В.А. Сакович, Н.И. Холод. – 4-е изд., перераб. и доп. Минск: Вышэйшая школа, 2013. – 352 с.
10. Шапкин, А.С. Математические методы и модели исследования операций: Учебник / А.С. Шапкин, В.А. Шапкин. – М.: Дашков и К, 2016. – 400 с.

11. Шиловская, Н.А. Теория игр: учебник и практикум для вузов / Н.А. Шиловская. – Москва: Юрайт, 2020. – 318 с.
12. Юферева, О.Д. Экономико-математические методы и модели: сб. задач / О.Д. Юферева. – Минск: БГЭУ, 2002. – 103 с.

Перечень рекомендуемых средств диагностики и методика формирования итоговой отметки

Перечень рекомендуемых средств диагностики:

1. Выполнение индивидуальных заданий на практических занятиях.
2. Устный опрос.
3. Контрольные работы.

Методика формирования итоговой отметки:

Итоговая отметка формируется на основе 3-х документов:

- Правила проведения аттестации студентов, курсантов, слушателей при освоении содержания образовательных программ высшего образования (Постановление № 53 от 29.05.2012 г.).
- Положение о рейтинговой системе оценки знаний студентов по дисциплине в Белорусском государственном университете (утверждено приказом ректора БГУ от 31.03.2020 №189-ОД).
- Критерии оценки результатов учебной деятельности обучающихся в учреждениях высшего образования по десятибалльной шкале (Письмо Министерства образования Республики Беларусь от 28.05.2013 г. № 09-10/53-ПО).

Отметка за ответы на лекциях (опрос) и практических занятиях включает в себя полноту ответа, наличие аргументов, примеров из практики и т.д.

Отметка выполнения практического задания включает обоснование выбора метода решения, правильное применение формул и выполнения расчетов, наличие вывода по результатам решения.

Формой текущей аттестации по дисциплине «Исследование операций и теория игр» учебным планом предусмотрен экзамен.

При формировании итоговой отметки используется рейтинговая система оценки знаний студента, дающая возможность проследить и оценить динамику процесса достижения целей обучения. Рейтинговая система предусматривает использование весовых коэффициентов для текущего контроля знаний и текущей аттестации студентов по дисциплине.

Примерные весовые коэффициенты, определяющие вклад текущего контроля знаний в итоговую отметку.

Формирование отметки за текущую успеваемость:

- ответы на практических занятиях – 25 %;
- средняя арифметическая по выполненным контрольным работам – 75 % .

Итоговая отметка по дисциплине рассчитывается на основе отметки текущей успеваемости (рейтинговой системы оценки знаний) и экзаменационной отметки с учетом их весовых коэффициентов. Вес отметки по текущей успеваемости составляет 50 %, экзаменационной отметки – 50 %.

Примерный перечень заданий для контрольных работ

Темы 1.1. – 1.3. Линейное программирование. (2 ч.)

1. Решить ЗЛП графически.

$$\begin{aligned} z &= 5x_1 + 2x_2 \rightarrow \max, \\ \begin{cases} x_1 + 7x_2 \geq 9, \\ 3x_1 - x_2 \leq 40, \\ -3x_1 + 2x_2 \leq 12, \end{cases} \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{aligned}$$

2. Решить ЗЛП симплексным методом. $z = x_1 - x_2 \rightarrow \max$,

$$\begin{aligned} \begin{cases} -2x_1 + x_2 \leq 2, \\ -x_1 + 2x_2 \geq 8, \\ x_1 + x_2 \geq 10, \end{cases} \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{aligned}$$

3. Для ЗЛП построить двойственную: $z = x_1 + 6x_2 \rightarrow \max$,

$$\begin{aligned} \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \leq 8, \\ 3x_1 - x_2 \leq 15, \\ -4x_1 + x_2 = 12, \end{cases} \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{aligned}$$

4. На складах A_1 , A_2 , A_3 и A_4 оптовой базы сосредоточен однородный товар в количествах 40, 50, 60 и 30 единиц соответственно. Этот товар необходимо перевезти в магазины B_1 , B_2 , B_3 , B_4 и B_5 . Каждый из магазинов должен получить 55, 65, 35, 15 и 20 единиц товара соответственно. Транспортные

издержки (ден.ед.) на перевозку одной единицы товара со склада A_i ($i = \overline{1,4}$)

в магазин B_j ($j = \overline{1,5}$) представлены матрицей тарифов $\begin{pmatrix} 4 & 3 & 5 & 2 & 3 \\ 6 & 2 & 1 & 3 & 4 \\ 7 & 4 & 2 & 3 & 5 \\ 5 & 6 & 3 & 5 & 4 \end{pmatrix}$.

Требуется найти оптимальный план перевозок товаров, минимизирующий транспортные издержки.

Тема 1.4 – 1.5. Задачи целочисленного и динамического программирования. (2 ч.)

1. Построить ММЗ и решить венгерским методом задачу о назначении с матрицей эффективности 5×5 .

2. Решить ЦЗЛП графическим методом.

$$\begin{aligned} z &= 5x_1 - 4x_2 \rightarrow \max, \\ \begin{cases} -2x_1 + x_2 \leq 2, \\ -x_1 + 2x_2 \geq 8, \\ x_1 + x_2 \geq 10, \end{cases} \\ x_i &\geq 0 \quad (i = \overline{1,2}) - \text{целые}. \end{aligned}$$

3. Производственное объединение состоит из четырех предприятий ($n = 4$). Общая сумма капитальных вложений равна 1500 млн. ден.ед., выделяемые предприятиям суммы кратны 250 млн. ден.ед. Если i -е предприятие получает инвестиции в объеме x млн. ден.ед., то дополнительный прирост годовой прибыли на этом предприятии составит $f_i(x)$ млн.ден. ед. Значения функций $f_i(x)$ известны для каждого варианта и представлены в соответствующей таблице.

Требуется:

1. Основываясь на принципах динамического программирования, построить математическую модель задачи распределения инвестиций в виде функциональных уравнений Беллмана.
2. Найти оптимальное распределение инвестиций, обосновывая каждый шаг вычислительного процесса.

Тема 2.1 – 2.2. Специальные модели исследования операций. (2 ч.)

Пусть предприятие имеет возможность реализовать свою продукцию на пяти различных рынках (A_1, A_2, A_3, A_4, A_5). При этом ставятся одновременно сле-

дующие цели: минимизация затрат на рекламу (тыс. ден. ед., f_1), завоевание максимальной доли рынка (% , f_2), максимальный объем продаж (тыс. ден. ед., f_3), минимизация расходов на транспортировку, хранение и реализацию (тыс.

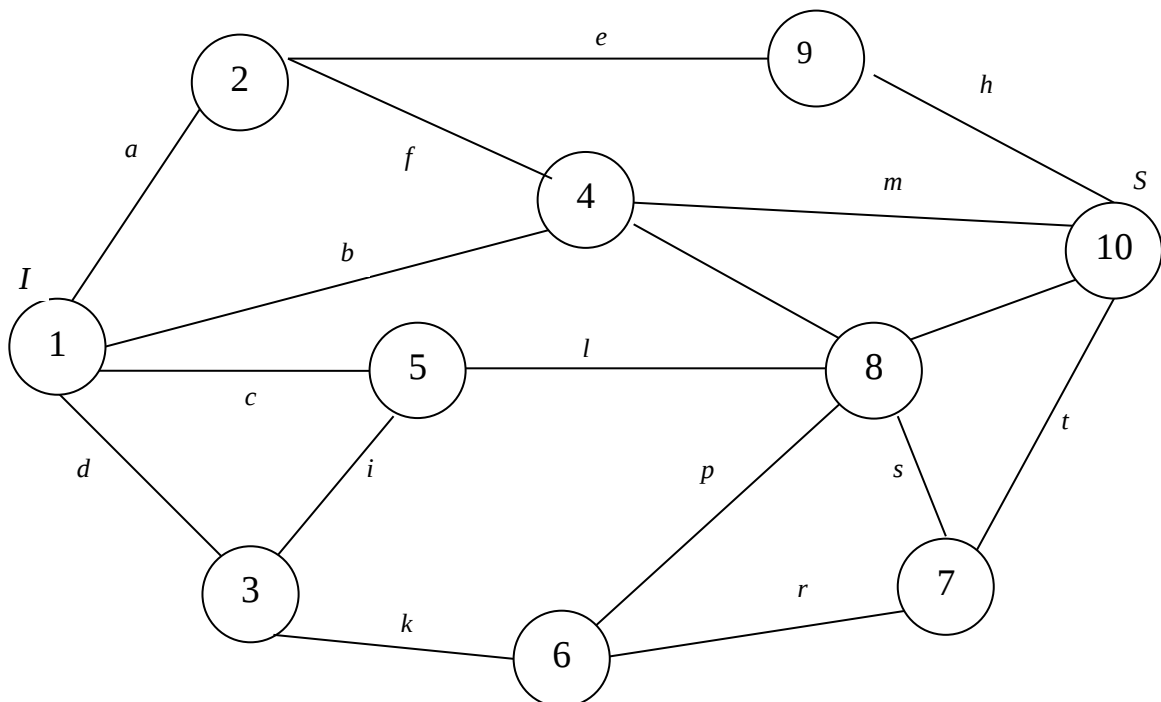
ден. ед., f_4) в течение планируемого периода:

$$\begin{pmatrix} 8 & 55 & 100 & 10 \\ 4 & 30 & 70 & 8 \\ 9 & 45 & 90 & 7 \\ 6 & 30 & 65 & 9 \\ 7 & 50 & 70 & 6 \end{pmatrix}.$$

Требуется:

- 1) представить исходные данные многокритериальной задачи в виде таблицы;
- 2) установить Парето-оптимальное множество вариантов выбора рынка;
- 3) получить решение задачи на основании:
 - а) метода равномерной оптимальности; б) метода справедливого компромисса;
 - в) метода свертывания критериев (рассмотреть случаи, когда предпочтение отдается критерию k ; p);
 - г) метода главного критерия (полагая главным критерием f_j , ограничения по остальным критериям выработать самостоятельно); д) метода идеальной точки;
- 4) дать рекомендации по оптимальному планированию реализации продукции.

2. Для данной сети предполагается, что пропускные способности ребер в обоих направлениях одинаковы.



Требуется:

- 1) сформировать на сети поток максимальной мощности, направленной из истока I в сток S ;
- 2) выписать ребра, образующие на сети разрез минимальной пропускной способности.

3. Проект представлен следующим комплексом работ:

Название работы	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
Время, дни	2	4	8	9	6	12	10	6	7	4

Последовательность выполнения работ следующая:

- 1) C , I , G – исходные работы проекта, которые можно начинать одновременно,
- 2) работы J и B начинаются сразу по окончании работы I ;
- 3) работа H следует за C , а работа A за H ;
- 4) работа F следует за G ;
- 5) работа E следует за B ;
- 6) работа D следует за A и E , но может начаться, пока не будет завершена работа F .

Построить сетевой график проекта, определить критический срок.

Тема 3.2 – 3.4. Матричные игры двух лиц с нулевой суммой. (2 ч).

1. Найти нижнюю чистую цену игры и верхнюю чистую цену игры. Выполнить возможные упрощения платежной матрицы. Решить игру с использованием геометрической интерпретации.

$$\begin{pmatrix} 0 & 5 & 2 & 5 \\ 2 & 4 & 3 & 3 \\ 6 & 2 & 6 & 1 \\ 1 & 7 & 5 & 4 \end{pmatrix}.$$

2. Решить игру с платежной матрицей $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$, сведя ее к паре задач линейного программирования.

3. Графическим методом решить игру с платежной матрицей $\begin{pmatrix} 3 & 8 \\ 12 & 1 \\ 9 & 6 \end{pmatrix}$.

**Тема 3.5 - 3.7. Статистические, биматричные и кооперативные игры.
(2ч).**

1. При подготовке к отопительному сезону владелец дома, в зависимости от погодных условий, должен закупить 5 т угля (мягкая зима), 6 т угля (обычная зима), 7 т угля (холодная зима). При этом средняя цена за 1 т угля составляет 7, 8 и 9 ден. ед. соответственно, при условии, что уголь покупается накануне зимы или в сезон. В конце лета цена угля составляет 6 ден. ед. за 1 т, причем владелец дома располагает площадью для хранения запасов угля объемом до 7 т. Весь неиспользованный зимой уголь необходимо продать для освобождения площадей хранения по цене 5 ден. ед. за 1 т до начала лета.

Используя игровой подход, дать рекомендации по определению оптимального размера запаса угля, обеспечивающие домовладельцу наименьшие расходы при следующих предположениях:

1) о вероятностях погодных условий ничего определенного сказать нельзя;

2) известны вероятности $q_1 = 0,2$, $q_2 = 0,5$ и $q_3 = 0,3$ возможных погодных условий (теплая, обычная и холодная зима) соответственно.

2. Найти все ситуации равновесия биматричной игры:

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 8 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 6 & 9 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}.$$

3. Три фирмы, занимающиеся перевозкой грузов в различных регионах с помощью автотранспортных средств, обратилась к консультационной фирме (арбитру) с просьбой определить возможную прибыль каждой из них в том случае, если они объединятся. При этом все три фирмы, занимающиеся перевозкой грузов, обязались предоставить арбитру всю информацию, необходимую для проведения расчетов. По предоставленным данным ($v(\{1\})$, $v(\{2\})$, $v(\{3\})$, $v(\{1,2\})$, $v(\{1,3\})$, $v(\{2,3\})$, $v(\{1,2,3\})$) установить существование игры, проверить наличие нулевого игрока, записать С-ядро, получить дележ Шепли.

**Примерная тематика практических занятий
очная форма обучения для специальностей
1-96 01 02 Экономическая безопасность,
1-25 01 04 Финансы и кредит**

- Занятие № 1. Графический метод решения ЗЛП.
Занятие № 2. Симплексный метод решения КФЗЛП.
Занятие № 3. Симплексный метод решения ЗЛП общего вида. Двойственные ЗЛП (построение и решение).
Занятие № 4. Решение ТЗ закрытого и открытого типа.
Занятие № 5. Контрольная работа «Линейное программирование».
Занятие № 6. Решение ЦЗЛП методом ветвей и границ.
Занятие № 7. Задача о назначении.
Занятие № 8. Задача о распределении средств между предприятиями. Задача об определении оптимальной стратегии замены оборудования.
Занятие № 9. Контрольная работа «Задачи целочисленного и динамического программирования».
Занятие № 10. Методы многокритериальной оптимизации.
Занятие № 11. Задача о максимальном потоке
Занятие № 12. Построение сетевого графика и расчет основных параметров.
Занятие № 13. Расчет вероятного времени завершения проекта методом PERT.
Занятие № 14. Контрольная работа «Специальные модели исследования операций».
Занятие № 15. Платежная матрица парной игры, ее упрощение и определение седловых точек. Геометрическая интерпретация парной игры.
Занятие № 16. Решение матричной игры двух лиц с нулевой суммой в смешанных стратегиях (графический метод).
Занятие № 17. Решение матричной игры двух лиц с нулевой суммой в смешанных стратегиях (симплексный метод).
Занятие № 18. Контрольная работа «Матричные игры двух лиц с нулевой суммой».
Занятие № 19. Статистические игры.
Занятие № 20. Биматричные игры.
Занятие № 21. Кооперативные игры.
Занятие № 22. Контрольная работа «Статистические, биматричные и кооперативные игры».

**Примерная тематика практических занятий
очная форма обучения для специальностей
1-25 01 12 Экономическая информатика**

- Занятие № 1. Графический метод решения ЗЛП.

Занятие № 2. Симплексный метод решения КФЗЛП.
Занятие № 3. Симплексный метод решения ЗЛП общего вида. Двойственные ЗЛП (построение и решение).
Занятие № 4. Решение ТЗ закрытого и открытого типа.
Занятие № 5. Контрольная работа «Линейное программирование».
Занятие № 6. Задача о назначении. Решение ЦЗЛП методом ветвей и границ.
Занятие № 7. Задача о распределении средств между предприятиями. Задача об определении оптимальной стратегии замены оборудования.
Занятие № 8. Контрольная работа «Задачи целочисленного и динамического программирования».
Занятие № 9. Методы многокритериальной оптимизации.
Занятие № 10. Задача о максимальном потоке
Занятие № 11. Построение сетевого графика и расчет основных параметров.
Занятие № 12. Контрольная работа «Специальные модели исследования операций».
Занятие № 13. Платежная матрица парной игры, ее упрощение и определение седловых точек. Геометрическая интерпретация парной игры.
Занятие № 14. Решение матричной игры двух лиц с нулевой суммой в смешанных стратегиях (графический метод).
Занятие № 15. Решение матричной игры двух лиц с нулевой суммой в смешанных стратегиях (симплексный метод).
Занятие № 16. Контрольная работа «Матричные игры двух лиц с нулевой суммой».
Занятие № 17. Статистические игры.
Занятие № 18. Биматричные игры.
Занятие № 19. Кооперативные игры.
Занятие № 20. Контрольная работа «Статистические, биматричные и кооперативные игры».

**Примерная тематика практических занятий
очной формы обучения для специальностей
1-25 01 04 Финансы и кредит (иностранные студенты)**

Занятие № 1. Математические модели и различные формы записи ЗЛП.
Занятие № 2. Графический метод решения ЗЛП.
Занятие № 3. Симплексный метод решения КФЗЛП.
Занятие № 4. Симплексный метод решения ЗЛП общего вида.
Занятие № 5. Двойственные ЗЛП (построение и решение графическим методом).
Занятие № 6. Двойственные ЗЛП (построение и решение симплексным методом).
Занятие № 7. Решение ТЗ закрытого типа.
Занятие № 8. Решение ТЗ открытого типа с дополнительными условиями.
Занятие № 9. Контрольная работа «Линейное программирование».
Занятие № 10. Задача о назначении закрытого типа.

Занятие № 11. Решение задачи о назначении открытого типа.
Занятие № 12. Решение ЦЗЛП методом ветвей и границ.
Занятие № 13. Задача о распределении средств между предприятиями.
Занятие № 14. Контрольная работа «Задачи целочисленного и динамического программирования».
Занятие № 15. Методы многокритериальной оптимизации (дискретный случай).
Занятие № 16. Методы многокритериальной оптимизации (непрерывный случай).
Занятие № 17. Задача о максимальном потоке
Занятие № 18. Построение сетевого графика и расчет основных параметров.
Занятие № 19. Контрольная работа «Специальные модели исследования операций».
Занятие № 20. Платежная матрица парной игры, ее упрощение и определение седловых точек. Геометрическая интерпретация парной игры.
Занятие № 21. Решение матричной игры двух лиц с нулевой суммой в смешанных стратегиях (графический метод).
Занятие № 22. Решение матричной игры двух лиц с нулевой суммой в смешанных стратегиях (симплексный метод).
Занятие № 23. Контрольная работа «Матричные игры двух лиц с нулевой суммой».
Занятие № 24. Статистические игры.
Занятие № 25. Биматричные игры.
Занятие № 26. Контрольная работа «Статистические и биматричные игры».

**Примерная тематика практических занятий
заочная и заочная сокращенная форма обучения для специальностей
1-25 01 04 Финансы и кредит**

Занятие № 1. Графический метод решения ЗЛП.
Занятие № 2. Симплексный метод решения ЗЛП. Двойственные ЗЛП, построение и решение.
Занятие № 3. Решение ТЗ закрытого типа.
Занятие № 4. Построение сетевого графика и расчет основных параметров.
Занятие № 5. Платежная матрица парной игры, ее упрощение и определение седловых точек.
Занятие № 6. Решение матричной игры двух лиц с нулевой суммой в смешанных стратегиях (графический метод).

**Описание инновационных подходов и методов
к преподаванию учебной дисциплины**

При организации образовательного процесса используются *эвристический и практико-ориентированный подходы.*

Эвристический подход, который предполагает:

- осуществление студентами личностно-значимых открытий окружающего мира;
- демонстрацию многообразия решений большинства профессиональных задач и жизненных проблем;
- творческую самореализацию обучающихся в процессе создания образовательных продуктов;
- индивидуализацию обучения через возможность самостоятельно ставить цели, осуществлять рефлекссию собственной образовательной деятельности.

Практико-ориентированный подход предполагает:

- освоение содержания образования через решения практических задач;
- приобретение навыков эффективного выполнения разных видов профессиональной деятельности;
- ориентацию на генерирование идей, реализацию групповых студенческих проектов, развитие предпринимательской культуры;
- использованию процедур, способов оценивания, фиксирующих сформированность профессиональных компетенций.

Методические рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа студентов включает следующие виды работ:

- подготовку к текущим занятиям (лекциям, практическим занятиям, контрольным работам, устным опросам);
- проработку лекционного материала и научной литературы при изучении разделов лекционного курса;
- выполнение домашних заданий и индивидуальных заданий;
- составление тематической подборки литературных источников, интернет-источников;
- подготовку докладов и презентаций для выступления в группе, на студенческих конференциях;
- подготовку ко всем видам текущей аттестации (зачет, экзамен).

Управляемая самостоятельная работа проводится в форме аудиторных контрольных работ, согласно утвержденному графику (задания выдаются в начале занятия).

Примерный перечень вопросов к экзамену

1. Задача линейного программирования. Различные формы записи. Линейные модели.
2. Геометрическая интерпретация ЗЛП, ее графическое решение.

3. Симплексный метод решения ЗЛП. Построение начального опорного плана.
4. Симплексный метод решения ЗЛП. Исследование опорного плана на оптимальность. Переход к нехудшему опорному плану. Понятие о вырождении. Зацикливание.
5. Понятие двойственности для симметричных ЗЛП (экономическая интерпретация).
6. Постановка транспортной задачи (ТЗ) по критерию стоимости. Теорема о существовании допустимого плана. Закрытая и открытая модели ТЗ.
7. Построение исходного опорного плана ТЗ. Задача закрепления потребителей за поставщиками по критерию прибыли.
8. Решение ТЗ распределительным методом и методом потенциалов.
9. Целочисленное программирование. Примеры задачи целочисленного программирования (постановка задачи, построение модели).
10. Методы решения целочисленных ЗЛП.
11. Задача о назначениях: постановка задачи, построение модели, решение задачи с помощью алгоритма венгерского метода.
12. Постановка задачи динамического программирования (ДП) и ее геометрическая интерпретация. Принципы ДП.
13. Функциональные уравнения Беллмана. Решение задачи методом ДП. Преимущества и недостатки метода ДП.
14. Задача о распределении средств между предприятиями.
15. Задача об определении оптимальной стратегии замены оборудования.
16. Постановка задачи многокритериальной оптимизации. Проблемы многокритериальной оптимизации.
17. Методы решения задач многокритериальной оптимизации (методы свертывания критериев и ограничения на критерии, методы последовательного применения критериев).
18. Задача о максимальном потоке. Перебор разрезом. Алгоритм нахождения максимального потока.
19. Сетевые графики и правила их построения.
20. Расчет временных параметров сетевых графиков.
21. Сетевой анализ проектов на основе вероятностной оценки срока реализации.
22. Понятие о матричной игре. Платежная матрица. Нижняя и верхняя цена игры.
23. Решение матричных игр в чистых стратегиях.
24. Решение матричных игр в смешанных стратегиях.
25. Приведение матричной игры к задаче линейного программирования и способы ее решения.
26. Статистические игры. Методы принятия решений в условиях неопределенности и риска.
27. Биматричные игры. Равновесие по Нэшу. Геометрическая интерпретация биматричной игры.

28. Кооперативные игры. Построение характеристических функций и их свойства. Дележи и классические кооперативные игры.

Примерный перечень задач к экзамену

1. Графический метод решения ЗЛП.
2. Симплексный метод решения ЗЛП.
3. Построение пары двойственных ЗЛП.
4. Решение транспортной задачи.
5. Решение ЦЗЛП методом ветвей и границ.
6. Решение задачи о назначении.
7. Задача о распределении средств между предприятиями.
8. Задача о замене оборудования
9. Решение задачи многокритериальной оптимизации.
10. Построение максимального потока на сети.
11. Построение сетевого графика и расчет временных параметров.
12. Решение матричной игры $2 \times 2, 2 \times n, m \times 2$.
13. Решение статистической игры.
14. Решение биматричной игры 2×2 .
15. Решение кооперативной игры.

ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УВО

Название дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы по изучаемой учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
Статистика	Кафедра аналитической экономики и эконометрики	нет	Вносить изменения не требуется (протокол № 4 от 25.11.2022)
Эконометрика и экономико-математические методы и модели	Кафедра аналитической экономики и эконометрики	нет	Вносить изменения не требуется (протокол № 9 от 25.11.2022)

ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ

на ____/____ учебный год

№№ пп	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры

(название кафедры)

Заведующий кафедрой

(ученая степень, ученое звание)

(подпись)

(И. О. Фамилия)

УТВЕРЖДАЮ
Декан факультета

(ученая степень, ученое звание)

(подпись)

(И. О. Фамилия)