

БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе и
образовательным инновациям

О.Г. Прохоренко

«05» января 2023 г.

Регистрационный № УД -11718 /уч.

Исследование операций и теория игр

**Учебная программа учреждения высшего образования
по учебной дисциплине для специальностей:**

1-25 01 02 Экономика (по направлениям)

направления специальности

1-25 01 02 01 Аналитическая экономика;

1-25 01 02 02 Финансы и банковская экономика

2023 г.

Учебная программа составлена на основе образовательного стандарта ОСВО 1-25- 01-02-2021, учебных планов № Е25-1-004/уч. от 25.05.2021 г. №Е25-1-224/уч. от 22.03.2022 г.

СОСТАВИТЕЛИ:

А. В. Капусто, доцент кафедры аналитической экономики и эконометрики экономического факультета Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент;

С. В. Рогозин, доцент кафедры аналитической экономики и эконометрики экономического факультета Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент.

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

И.В. Белько, профессор кафедры высшей математики Белорусского государственного аграрного технического университета, доктор физико-математических наук, профессор

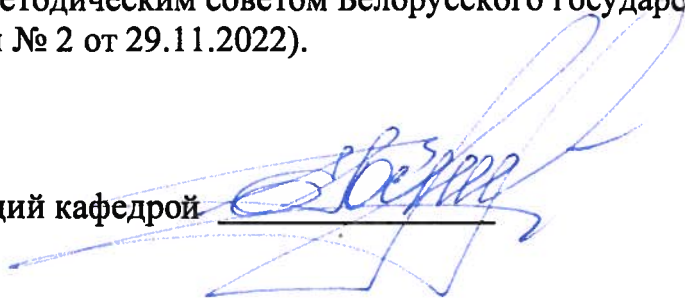
Е.А. Крушевский, доцент кафедры «Математические методы в строительстве» Белорусского национального технического университета, кандидат физико-математических наук, доцент

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой аналитической экономики и эконометрики экономического факультета Белорусского государственного университета (протокол № 4 от 25 ноября 2022);

Научно-методическим советом Белорусского государственного университета (протокол № 2 от 29.11.2022).

Заведующий кафедрой



Е.Г.Господарик

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Цель и задачи учебной дисциплины

Целями изучения дисциплины «Исследование операций и теория игр» для студентов специальности «Экономика» (направления: Аналитическая экономика, финансы и банковская экономика) являются:

- ознакомление обучающихся с основными понятиями и методами дисциплины;
- выработка системного экономического мышления;
- формирование навыков построения математических моделей, проведения экономических расчетов и использования их для обоснования экономических решений.

Задачи учебной дисциплины состоят в следующем:

- изучение постановок и содержания задач теории игр и исследования операций;
- изучение методики построения моделей теории игр и исследования операций;
- приобретение навыков аналитического исследования моделей;
- изучение подходов к решению задач;
- приобретение навыков в использовании результатов математического моделирования для выработки и обоснования управленческих решений;

Место учебной дисциплины

Учебная дисциплина относится к модулю «Экономико-математические методы» компонента учреждения высшего образования.

Связи с другими учебными дисциплинами

Дисциплина «Исследование операций и теория игр» основана на учебных дисциплинах «Высшая математика» и «Теория вероятностей и математическая статистика».

Требования к компетенциям

Освоение учебной дисциплины «Исследование операций и теория игр» должно обеспечить формирование следующих компетенций:

УК-1. Владеть основами исследовательской деятельности, осуществлять поиск, анализ, синтез информации.

УК-5. Быть способным к саморазвитию и совершенствованию в профессиональной деятельности.

БПК-1. Использовать основные математические понятия и методы вычислений для анализа и моделирования экономических процессов.

БПК-4. Применять метод математического моделирования в экономике, проводить расчеты и анализ экономических процессов на основе моделей микро- и макроэкономики.

СК-11. Применять игровые и оптимизационные модели для анализа экономических ситуаций.

В результате изучения учебной дисциплины студент должен:

знать:

- принципы математического моделирования ситуаций принятия решений;
- основные классы математических моделей и методов принятия оптимальных решений;

уметь:

- строить математические модели принятия экономических решений и иметь навыки их использования для решения соответствующих задач;

владеть:

- навыками использования математических моделей для решения соответствующих задач.

Структура учебной дисциплины

Структура содержания учебной дисциплины включает такие дидактические единицы, как разделы и темы, в соответствии с которыми разрабатываются и реализуются соответствующие лекционные и практические занятия. Примерная тематика практических занятий приведена в информационно-методической части.

Дисциплина изучается в 4-5 семестрах. Всего на изучение учебной дисциплины «Исследование операций и теория игр» отведено:

- для очной формы получения высшего образования – 216 часа, в том числе 104 аудиторных часа, из них: лекции – 40 часов (20 часов 4 семестр, 20 часов 5 семестр), практические занятия – 64 часа (32 часа 4 семестр, 32 часа 5 семестр).

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 6 зачетных единиц (3 з.е. 4 семестр, 3 з.е. 5 семестр).

Форма текущей аттестации – зачет (4 семестр) и экзамен (5 семестр).

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Раздел 1. Основы методологии исследования операций и теории игр

Тема 1.1. Предмет и задачи исследования операций. Разновидности задач исследования операций и подходов к их решению

Основные понятия и принципы исследования операций. Математические модели операций. Этапы исследования операций. Прямые и обратные задачи исследования операций. Детерминированные и стохастические задачи. Проблема выбора решения в условиях неопределенности. Многокритериальные задачи.

Раздел 2. Детерминированные модели и методы их исследования

Тема 2.1 Линейное программирование

Предмет линейного программирования. Примеры экономических задач. Общая формулировка задачи линейного программирования (ЗЛП). Виды записи ЗЛП. Переход от одной формы записи к другой. Порядок решения ЗЛП с двумя переменными графическим способом. Понятие опорного плана. Основная теорема линейного программирования. Алгоритм симплексного метода решения ЗЛП. Метод искусственного базиса. Особые случаи решения ЗЛП.

Тема 2.2 Двойственность и ее применение в экономическом анализе Правила построения модели двойственной задачи к ЗЛП в общей и симметричной форме. Примеры двойственных задач. Основные теоремы двойственности. Экономическая интерпретация двойственных переменных. Двойственный симплекс-метод.

Тема 2.3 Транспортная задача

Постановка транспортной задачи (ТЗ). Модель транспортной задачи. Опорные планы транспортной задачи. Алгоритм решения ТЗ методом потенциалов. Усложненная постановка ТЗ.

Тема 2.4. Целочисленное программирование

Примеры задач целочисленного линейного программирования (ЗЦЛП). Классификация методов решения ЗЦЛП. Алгоритм метода Гомори. Решение ЗЦЛП методом ветвей и границ.

Тема 2.5. Нелинейное программирование

Особенности задач нелинейного программирования и их геометрическая интерпретация. Простейшие задачи условной оптимизации функций нескольких переменных. Необходимые условия локальной оптимальности Ку-

на – Таккера. Достаточные условия оптимальности для нелинейной задачи оптимизации с ограничениями общего вида (седловые точки и функция Лагранжа, свойства седловых точек, связь с условиями Куна – Таккера). Модель Марковица. Задача выпуклого программирования. Приближенные методы решения нелинейных задач.

Тема 2.6. Динамическое программирование

Общая постановка задачи динамического программирования. Принцип оптимальности и уравнение Беллмана. Схема решения задач динамического программирования. Задача о распределении средств между предприятиями. Задача об определении оптимальной стратегии замены оборудования. Задача определения оптимальной производственной программы. Задача инвестирования.

Раздел 3. Специальные модели исследования операций

Тема 3.1. Методы многокритериальной оптимизации

Постановка задачи многокритериальной оптимизации. Оптимальность по Парето. Проблемы многокритериальной оптимизации. Классификация методов решения задач многокритериальной оптимизации: методы свертывания критериев, метод последовательных уступок, метод ведущего критерия, метод равных и наименьших относительных отклонений, метод идеальной точки.

Тема 3.2. Модели сетевого планирования и управления

Базовые понятия и определения из теории графов. Алгоритм Фалкерсона. Задача о максимальном потоке. Методы сетевого планирования. Понятие задачи сетевого планирования и управления и ее применение. Понятие оптимизации сетевых графиков, зависимость продолжительности работы от затрат. Оптимизационные модели на основе сетевых графиков. Сетевой анализ проектов на основе вероятностной оценки срока реализации.

Раздел 4. Модели теории игр

Тема 4.1. Основные понятия и определения теории игр. Чистые и смешанные стратегии и их свойства.

Конфликтные ситуации и оптимизация. Математическое моделирование конфликта. Понятие игры, игрока, стратегии. Классификация игр. Примеры. Математическая модель игры. Примеры экономических ситуаций, описываемых методами теории игр. Понятие матричной игры двух лиц с нулевой суммой. Верхняя чистая цена игры и нижняя чистая цена игры. Седловые точки в игре двух лиц с нулевой суммой. Теорема о существовании седловой точки. Свойства седловых точек. Смешанные стратегии и их свойства.

Вид функции выигрыша. Цена игры и решение игры в смешанных стратегиях.

Тема 4.2. Принципы доминирования в матричных играх. Аналитическое решение матричных игр.

Основная теорема матричных игр. Свойства оптимальных смешанных стратегий. Теорема об активных стратегиях. Понятие о доминируемых и доминирующих стратегиях. Упрощение платежной матрицы. Аналитическое решение матричной игры 2×2 , геометрическое решение игры 2×2 . Геометрическое решение игры $2 \times n$, геометрическое решение игры $m \times 2$. Сведение матричной игры к задаче линейного программирования. Итерационные алгоритмы выбора оптимальной стратегии. Понятие о методе Брауна-Робинсона.

Тема 4.3. Статистические игры

Понятие игры с природой. Виды неопределенностей. Критерии пессимизма, оптимизма. Построение матрицы рисков. Критерий Байеса, критерий Вальда, критерий Сэвиджа, критерий Гурвица, критерий Лапласа, критерий Ходжа-Лемана.

Тема 4.4. Биматричные игры

Понятие о биматричных бескоалиционных играх. Вид функций выигрышей игроков. Смешанные стратегии игроков в биматричных играх. Оптимальность по Парето в биматричной игре. Равновесие по Нэшу. Графическое и аналитическое решение биматричных игр 2×2 . Решение игр $2 \times n$ и $m \times 2$.

Тема 4.5. Кооперативные игры

Понятие кооперативной игры. Характеристические функции и их свойства. Построение характеристических функций для простых ситуаций. Коалиции и дележи. Существенные и несущественные кооперативные игры. С-ядро кооперативной игры. Дележ игры по Шепли.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Номер раздела, темы		Название раздела, темы	Количество аудиторных часов					УСР	Формы контроля знаний
			Лекции	Практические занятия	Семинарские занятия	Лабораторные занятия	Иное, контрольная работа		
1		2	3	4	5	6	7	8	9
4 семестр									
1		Основы методологии исследования операций и теории игр	1						
1.1		Предмет и задачи исследования операций. Разновидности задач исследования операций и подходов к их решению	1						
2		Детерминированные методы и модели обоснования решений	19	32					
2.1		Линейное программирование	5	8					Устный опрос,
2.2		Двойственность и ее применение в экономическом анализе	2	4					Устный опрос, контрольная работа по темам 2.1, 2.2
2.3		Транспортная задача	2	6					Устный опрос
2.4		Целочисленное программирование	4	6					Устный опрос, контрольная работа по темам 2.3, 2.4
2.5		Нелинейное программирование	2	2					Устный опрос
2.6		Динамическое программирование	4	6					Устный опрос, контрольная работа по темам 2.5, 2.6

ИТОГО за 4 семестр		20	32						
1	2	3	4	5	6	7	8	9	
5 семестр									
3	Специальные модели исследования операций	8	12						
3.1	Методы многокритериальной оптимизации	3	4						Устный опрос, выполнение индивидуальных заданий
3.2	Модели сетевого планирования и управления	5	8						Устный опрос, выполнение индивидуальных заданий, контрольная работа по темам 3.1–3.2
4	Модели теории игр	12	20						
4.1	Основные понятия и определения теории игр. Чистые и смешанные стратегии и их свойства.	2	2						Устный опрос
4.2	Принципы доминирования в матричных играх. Аналитическое решение матричных игр.	4	10						Устный опрос, контрольная работа по теме 4.2
4.3	Статистические игры	2	2						Устный опрос
4.4	Биматричные игры	2	2						Устный опрос
4.5	Кооперативные игры	2	4						Устный опрос, контрольная работа по темам 4.3, 4.4, 4.5
ИТОГО за 5 семестр		20	32						
ИТОГО		40	64						

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Перечень основной литературы

1. Афанасьев М.Ю. Исследование операций в экономике: модели, задачи, решения: Учеб. пособие. / М.Ю. Афанасьев, Б.П.Суворов – М.: ИНФРА-М, 2003. — 444 с.
2. Бурда, А.Г. Исследование операций в экономике: учебное пособие. – Санкт-Петербург: Изд-во «Лань», 2021. – 564 с. – Режим доступа: <https://reader.lanbook.com/book/169285#2>. – Дата доступа: 12.12.2022.
3. Кораблев, Ю. А. Теория игр. Примеры и задачи : учебное пособие для направления бакалавриата "Экономика" / Ю. А. Кораблев ; Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации. – Москва : КНОРУС, 2022. – 176 с.
4. Кузнецов, А.В. Высшая математика. Математическое программирование /А.В. Кузнецов, В.А. Сакович, Н.И. Холод. – 4-е изд., перераб. и доп. Минск: Вышэйшая школа, 2013. –352 с.
5. Лабскер, Л. Г. Теория игр в экономике, финансах и бизнесе: учебник для студентов вузов, обучающихся по направлению подготовки "Экономика"/ Л. Г. Лабскер, Н. А. Яценко; под ред. Л. Г. Лабскера. – Москва: КНОРУС, 2021. – 526 с.

Перечень дополнительной литературы

1. Васин, А.А. Исследование операций /А.А. Васин, П.С. Краснощеков, В.В. Морозов. – М.: Академия, 2008. – 464 с.
2. Данилов, В.И. Лекции по теории игр / В.И. Данилов – М.: РЭШ, 2002. – 140 с.
3. Интрилигатор, М. Математические методы оптимизации и экономическая теория / М. Интрилигатор. – М: Айрис-Пресс, 2002. — 553 с.
4. Косоруков, О.А. Исследование операций/ О.А. Косоруков, А.В. Мищенко – М.: Экзамен, 2003. – 448.
5. Костевич, Л.С. Математическое программирование: практикум / Л.С. Костевич, И.В. Гайдукевич. –Минск: БГЭУ, 2009. – 424 с.
6. Костевич, Л.С. Исследование операций. Теория игр: учеб. пособие/ Л.С. Костевич, А.А. Лапко. - 2-е изд., перераб. и доп. – Минск: Вышэйшая школа, 2008. – 368 с.
7. Исследование операций в экономике: учебник для экономического бакалавриата / под ред. проф. Н.Ш. Кремера. 4-е изд., перераб. и доп. – Москва: Издательство Юрайт, 2022. – 414 с.
8. Лежнёв, А.В. Динамическое программирование в экономических задачах [Электронный ресурс] : учебное пособие / А. В. Лежнёв.—3-е изд. (эл.).—Электрон. текстовые дан. (1 файл pdf : 179 с.).—М. : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2015. – 179 с.
9. Пинчук, Т.Г. Исследование операций в экономике : учеб.-метод. пособие / Т. Г. Пинчук, С. А. Поттосина. – Минск : БГУИР, 2017. – 115 с.

- 10.Писарук, Н.Н. Модели и методы смешанно-целочисленного программирования / Н.Н. Писарук. – Минск: БГУ, 2010. – 232 с.
- 11.Писарук, Н.Н. Исследование операций / Н. Н. Писарук. — Минск : БГУ, 2015. — 304 с.
- 12.Сухарев, А. Г. Методы оптимизации. 3-е изд., испр. и доп. Учебник и практикум для бакалавриата и магистратуры / А.Г. Сухарев, А.В. Тимохов, В.В. Федоров – М.: Издательство Юрайт, 2019. – 367 с.
- 13.Таха, Х.А. Введение в исследование операций. 7-е изд., пер. с англ. / Х.А.Таха. – М.: Изд. дом «Вильямс», 2005. – 912 с.
- 14.Шапкин, А.С. Математические методы и модели исследования операций: Учебник / А.С. Шапкин, В.А. Шапкин. – М.: Дашков и К, 2016. – 400 с.
- 15.Шиловская, Н.А. Теория игр: учебник и практикум для вузов / Н.А. Шиловская. –Москва: Юрайт, 2020. – 318 с.
- 16.Юферева, О.Д. Экономико-математические методы и модели: сб. задач / О.Д. Юферева. – Минск: БГЭУ, 2002. – 103 с.

Перечень рекомендуемых средств диагностики методика формирования итоговой отметки

Перечень рекомендуемых средств диагностики:

1. Выполнение индивидуальных заданий на практических занятиях.
2. Устный опрос.
3. Контрольные работы.

Методика формирования итоговой отметки.

При формировании итоговой отметки используется рейтинговая система оценки знаний студента, дающая возможность проследить и оценить динамику процесса достижения целей обучения. Рейтинговая система предусматривает использование весовых коэффициентов для текущего контроля знаний и текущей аттестации студентов по дисциплине.

Примерные весовые коэффициенты, определяющие вклад текущего контроля знаний в итоговую отметку:

Формирование отметки за текущую успеваемость:

- выполнение индивидуальных заданий и ответы на семинарских занятиях – 40 %;
- среднее по каждой из 3 контрольных работ – 60 %.

Итоговая отметка по дисциплине рассчитывается на основе отметки текущей успеваемости (рейтинговой системы оценки знаний) и экзаменационной отметки с учетом их весовых коэффициентов. Вес отметки по текущей успеваемости составляет 50 %, экзаменационной отметки – 50 %.

Примерный перечень заданий для контрольных работ студентов

Четвертый семестр

Тема 2.1, 2.2, 2.3. Линейные задачи оптимизации. Форма контроля – контрольная работа.

1. Фабрика выпускает краски двух видов: I и II. Продукция обоих видов поступает в оптовую продажу. Для производства красок используют два исходных продукта A и B, максимально возможные суточные запасы которых составляют 6 и 8 т соответственно. Расходы продуктов A и B на производство одной тонны каждого вида краски приведены ниже в таблице:

Исходный продукт	Расход исходных продуктов (в тоннах) на тонну краски		Максимально возможный запас, т
	Краска I	Краска II	
A	1	2	6
B	2	1	8

Изучение рынка сбыта показало, что суточный спрос на краску II никогда не превышает суточного спроса на краску I более, чем на 1 тонну. Кроме того,

установлено, что спрос на краску II никогда не превышает 2 тонн в сутки. Оптовые цены одной тонны краски I – 3 тыс. ден. ед., краски II – 2 тыс. ден. ед. Какое количество краски каждого вида должна производить фабрика, чтобы доход от реализации продукции был максимальным?

2. Решить графически линейного программирования.

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 \rightarrow \min, \\ x_1 - x_2 \leq 1, \\ x_1 + x_2 \geq 2, \\ x_1 - 2x_2 \geq 0, \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

3. С помощью метода искусственного базиса решить задачу линейного программирования.

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 \rightarrow \min, \\ x_1 + x_2 - x_4 = 3, \\ x_2 + x_3 - x_4 = 1, \\ x_1 - x_2 + x_3 = 1, \\ x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0 \end{cases}$$

Тема 2.3, 2.4. Целочисленные задачи оптимизации. Форма контроля – контрольная работа.

1. Решить транспортную задачу.

	2		1		5		3		4
	3		2		3		4		20
	1		4		2		2		18
5		13		13		11			

2. Решить задачу целочисленного программирования:

$$z = x_1 + 2x_2 + x_3 \rightarrow \min,$$

$$x_1 + x_2 + 2x_3 \neq 3,$$

$$2x_1 + x_2 \neq 2,$$

$$2x_2 + 3x_3 \neq 4,$$

$$3. \quad x_1, x_2, x_3 \neq 0 - \text{целые.}$$

Тема 2.5, 2.6. Нелинейные и динамические задачи оптимизации. Форма контроля – контрольная работа.

1. Решить задачу квадратичного программирования

$$6x_1 + 3x_2 - \frac{1}{2}x_1^2 - x_1x_2 - x_2^2 \rightarrow \max$$

$$x_1 + x_2 \leq 4,$$

$$x_1 \leq 2.$$

$$x_1, x_2 \geq 0.$$

2. Решить задачу нелинейного программирования градиентным методом

$$z = 2x_1 + 3x_2 - 0,2x_1^2 - 0,2x_2^2 \rightarrow \max$$

$$2x_1 + 3x_2 \leq 34,$$

$$2x_1 + x_2 \leq 20,$$

$$x_1, x_2 \geq 0.$$

Начальный план $X = (2, 2)^T$.

3. Оборудование эксплуатируется в течение 5 лет, после этого продается. В начале каждого года можно принять решение сохранить оборудование или заменить его новым. Стоимость нового оборудования $p_0=4000$ руб. После t лет эксплуатации ($1 \leq t \leq 5$) оборудование можно продать за $g(t) = p_0 2^{-t}$ рублей (ликвидная стоимость). Затраты на содержание в течение года зависят от возраста t оборудования и равны $r(t)=600(t+1)$. Определить оптимальную стратегию эксплуатации оборудования, чтобы суммарные затраты с учетом начальной покупки и заключительной продажи были минимальны.

Пятый семестр

Тема 3.1. – 3.2. Многокритериальная оптимизация. Сетевое планирование. Форма контроля – контрольная работа.

1. Пусть предприятие имеет возможность реализовать свою продукцию на пяти различных рынках (A_1, A_2, A_3, A_4, A_5). При этом ставятся одновременно следующие цели: минимизация затрат на рекламу (тыс. ден. ед., f_1), завоевание максимальной доли рынка (% , f_2), максимальный объем продаж (тыс. ден. ед., f_3), минимизация расходов на транспортировку, хранение и реализацию (тыс. ден. ед., f_4) в течение планируемого периода.

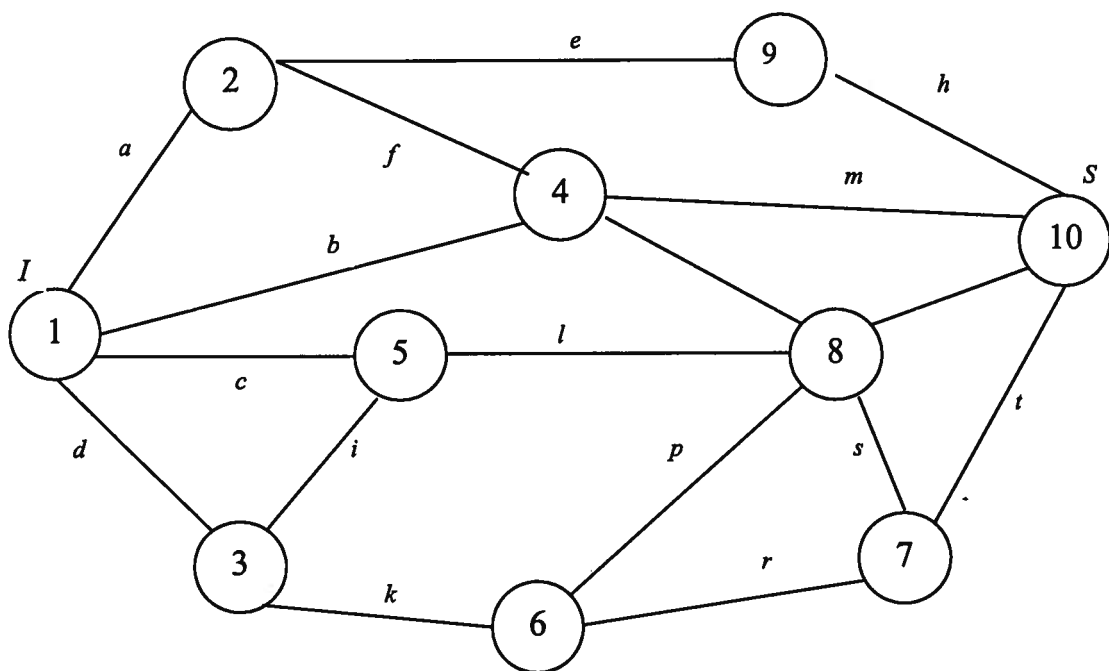
Требуется:

- 1) представить исходные данные многокритериальной задачи в виде таблицы;
- 2) установить Парето-оптимальное множество вариантов выбора рынка;
- 3) получить решение задачи на основании:
 - а) метода равномерной оптимальности; б) метода справедливого компромисса;
 - в) метода свертывания критериев (рассмотреть случаи, когда предпочтение отдается критерию k ; p);
 - г) метода главного критерия (полагая главным критерием f_j , ограничения по остальным критериям выработать самостоятельно); д) метода идеальной точки;
- 4) дать рекомендации по оптимальному планированию реализации продукции.

2. Для данной сети предполагается, что пропускные способности ребер в обоих направлениях одинаковы.

Требуется:

- 1) сформировать на сети поток максимальной мощности, направленной из истока I в сток S ;
- 2) выписать ребра, образующие на сети разрез минимальной пропускной способности.



3. Проект представлен следующим комплексом работ:

Название работы	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
Время, дни	2	4	8	9	6	12	10	6	7	4

Последовательность выполнения работ следующая:

- 1) C , I , G – исходные работы проекта, которые можно начинать одновременно,
- 2) работы J и B начинаются сразу по окончании работы I ;
- 3) работа H следует за C , а работа A за H ;
- 4) работа F следует за G ;

- 5) работа E следует за B ;
 6) работа D следует за A и E , но может начаться, пока не будет завершена работа F .

Построить сетевой график проекта, определить критический срок.

Тема 4.2. Матричные игры с нулевой суммой. Форма контроля – контрольная работа.

1. Найти нижнюю чистую цену игры и верхнюю чистую цену игры. Выполнить возможные упрощения платежной матрицы. Решить игру с использованием геометрической интерпретации.

$$\begin{pmatrix} 0 & 5 & 2 & 5 \\ 2 & 4 & 3 & 3 \\ 6 & 2 & 6 & 1 \\ 1 & 7 & 5 & 4 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

2. Решить игру с платежной матрицей $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$, сведя ее к паре задач линей-

ного программирования.

$$\begin{pmatrix} 3 & 8 \\ 12 & 1 \\ 9 & 6 \end{pmatrix}$$

3. Графическим методом решить игру с платежной матрицей $\begin{pmatrix} 3 & 8 \\ 12 & 1 \\ 9 & 6 \end{pmatrix}$.

$$\begin{pmatrix} 3 & 8 \\ 12 & 1 \\ 9 & 6 \end{pmatrix}$$

4. Получить приближенное решение матричной игры методом Брауна-

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & 5 \\ 2 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

Робинсона (10 партий), если платежная матрица имеет вид: $\begin{pmatrix} 0 & 3 & 5 \\ 2 & 4 & 1 \end{pmatrix}$.

$$\begin{pmatrix} 0 & 3 & 5 \\ 2 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

Тема 4.3-4.5. Статистические, биматричные и кооперативные игры. Форма контроля – контрольная работа.

1. При подготовке к отопительному сезону владелец дома, в зависимости от погодных условий, должен закупить 5 т угля (мягкая зима), 6 т угля (обычная зима), 7 т угля (холодная зима). При этом средняя цена за 1 т угля составляет 6, 7 и 8 ден. ед. соответственно, при условии, что уголь покупается накануне зимы или в сезон. В конце лета цена угля составляет 5 ден. ед. за 1 т, причем владелец дома располагает площадью для хранения запасов угля объемом до

7 т. Весь неиспользованный зимой уголь необходимо продать для освобождения площадей хранения по цене 4 ден. ед. за 1 т до начала лета.

Используя игровой подход, дать рекомендации по определению оптимального размера запаса угля, обеспечивающие домовладельцу наименьшие расходы при следующих предположениях:

1) о вероятностях погодных условий ничего определенного сказать нельзя;

2) известны вероятности $q_1 = 0,3$, $q_2 = 0,5$ и $q_3 = 0,2$ возможных погодных условий (теплая, обычная и холодная зима) соответственно.

2. Найти все ситуации равновесия биматричной игры:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 5 \\ 8 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 5 & 8 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}; \text{ дать геометрическую иллюстрацию.}$$

3. Три фирмы, занимающиеся перевозкой грузов в различных регионах с помощью автотранспортных средств, обратилась к консультационной фирме (арбитру) с просьбой определить возможную прибыль каждой из них в том случае, если они объединятся. При этом все три фирмы, занимающиеся перевозкой грузов, обязались предоставить арбитру всю информацию, необходимую для проведения расчетов. По предоставленным данным ($v(\{1\})$, $v(\{2\})$, $v(\{3\})$, $v(\{1,2\})$, $v(\{1,3\})$, $v(\{2,3\})$, $v(\{1,2,3\})$) установить существование игры, проверить наличие нулевого игрока, записать С-ядро, получить дележ Шепли.

Примерная тематика практических занятий (четвертый семестр)

Занятие № 1. Построение линейных оптимизационных моделей.

Занятие № 2. Графический симплекс-метод.

Занятие № 3. Решение задач симплекс-методом.

Занятие № 4. Метод искусственного базиса.

Занятие № 5. Двойственный симплекс метод.

Занятие № 6. Контрольная работа № 1 (линейные задачи оптимизации).

Занятие № 7. Решение транспортной задачи методом потенциалов. Усложненные постановки транспортной задачи.

Занятие № 8. Решение задач целочисленного линейного программирования методом сечений Гомори.

Занятие № 9. Решение задач целочисленного линейного программирования методом ветвей и границ.

Занятие № 10. Контрольная работа № 2 (целочисленное программирование).

Занятие № 11. Простейшие задачи нелинейной оптимизации.

Занятие № 12. Условия Куна-Таккера. Решение задач выпуклого программирования.

Занятие № 13. Градиентный метод решения нелинейных задач оптимизации.

Занятие № 14. Схема Беллмана решения задач динамического программирования.

Занятие № 15. Решение различных производственных задач методами динамического программирования.

Занятие № 16. Контрольная работа № 3 (нелинейные и динамические задачи оптимизации).

Примерная тематика практических занятий (пятый семестр)

Занятие № 1. Методы многокритериальной оптимизации (дискретный и непрерывный случай).

Занятие № 2. Методы многокритериальной оптимизации (непрерывный случай).

Занятие № 3. Задача о максимальном потоке

Занятие № 4. Построение сетевого графика и расчет основных параметров.

Занятие № 5. Расчет вероятного времени завершения проекта методом PERT.

Занятие № 6. Контрольная работа «Многокритериальная оптимизация. Сетевое планирование и управление».

Занятие № 7. Платежная матрица парной игры, ее упрощение и определение седловых точек.

Занятие № 8. Геометрическая интерпретация парной игры.

Занятие № 9. Решение матричной игры двух лиц с нулевой суммой в смешанных стратегиях (графический метод).

Занятие № 10. Решение матричной игры двух лиц с нулевой суммой в смешанных стратегиях (симплексный метод).

Занятие № 11. Метод Брауна-Робинсона.

Занятие № 12. Контрольная работа «Матричные игры с нулевой суммой».

Занятие № 13. Решение статистических игр.

Занятие № 14. Биматричные игры, доминирование стратегий, равновесные ситуации. Решение биматричных игр 2×2 .

Занятие № 15. Кооперативные игры

Занятие № 16. Контрольная работа «Статистические, биматричные и кооперативные игры».

Описание инновационных подходов и методов к преподаванию учебной дисциплины (эвристический, проективный, практико-ориентированный)

При организации образовательного процесса используются *эвристический* и *практико-ориентированный подходы*.

Эвристический подход, который предполагает:

- осуществление студентами личностно-значимых открытий окружающего мира;
- демонстрацию многообразия решений большинства профессиональных задач и жизненных проблем;
- творческую самореализацию обучающихся в процессе создания образовательных продуктов;
- индивидуализацию обучения через возможность самостоятельно ставить цели, осуществлять рефлексию собственной образовательной деятельности.

Практико-ориентированный подход предполагает:

- освоение содержания образования через решения практических задач;
- приобретение навыков эффективного выполнения разных видов профессиональной деятельности;
- ориентацию на генерирование идей, реализацию групповых студенческих проектов, развитие предпринимательской культуры;
- использованию процедур, способов оценивания, фиксирующих сформированность профессиональных компетенций.

Методические рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся

Управляемая самостоятельная работа проводится в форме аудиторных контрольных работ согласно утвержденному графику (задания выдаются в начале занятия).

Примерный перечень теоретических вопросов к зачету (четвертый семестр)

1. Задача линейного программирования. Различные формы записи. Линейные модели.
2. Симплекс-метод и его табличная реализация.
3. Метод искусственного базиса.
4. Двойственная задача. Экономическая интерпретация двойственных переменных. Двойственный симплекс-метод.
5. Транспортная задача. Построение начального плана. Метод потенциалов.
6. Нелинейная задача оптимизации с ограничениями. Конус допустимых направлений. Касательный конус. Условие выделения ограничений.
7. Необходимые условия оптимальности. Теорема Куна-Таккера.
8. Седловые точки. Достаточные условия оптимальности. Существование седловых точек в задаче выпуклого программирования.

9. Лагранжева двойственность. Слабая и сильная теоремы двойственности. Примеры экономических задач.
10. Градиентные методы решения задач нелинейного программирования.
11. Квадратичное программирование. Модель Марковица.
12. Целочисленное программирование. Метод сечений Гомори.
13. Метод ветвей и границ.
14. Общая постановка задачи динамического программирования.
15. Принцип оптимальности и уравнение Беллмана. Схема решения задач динамического программирования.
16. Задача о распределении средств между предприятиями.
17. Задача об определении оптимальной стратегии замены оборудования.
18. Задача определения оптимальной производственной программы.
19. Задача инвестирования.

Примерный перечень практических задач к зачету (четвертый семестр)

1. Графический метод решения линейных оптимизационных задач с двумя переменными.
2. Симплекс-метод.
3. Метод искусственного базиса.
4. Транспортная задача.
5. Решение задач целочисленного программирования.
6. Решение задач квадратичного программирования.
7. Градиентный метод приближенного решения задач нелинейного программирования.
8. Решение задач динамического программирования.
9. Задача о распределении средств между предприятиями.
11. Задача об определении оптимальной стратегии замены оборудования.
13. Задача определения оптимальной производственной программы.
15. Задача инвестирования.

Примерный перечень теоретических вопросов к экзамену (пятый семестр)

1. Постановка задачи многокритериальной оптимизации. Проблемы многокритериальной оптимизации.
2. Методы решения задач многокритериальной оптимизации (методы свертывания критериев и ограничения на критерии, методы последовательного применения критериев).
3. Задача о максимальном потоке. Перебор разрезом. Алгоритм нахождения максимального потока.
4. Сетевые графики и правила их построения.
5. Расчет временных параметров сетевых графиков.

6. Оптимизационные модели на основе сетевых графиков.
7. Сетевой анализ проектов на основе вероятностной оценки срока реализации.
8. Понятие о матричной игре. Платежная матрица. Нижняя и верхняя цена игры.
9. Решение матричных игр в чистых стратегиях.
10. Решение матричных игр в смешанных стратегиях.
11. Приведение матричной игры к задаче линейного программирования и способы ее решения.
12. Метод Брауна-Робинсона решения матричных игр.
13. Статистические игры. Методы принятия решений в условиях неопределенности и риска.
14. Биматричные игры. Смешанные стратегии игроков в биматричных играх. Оптимальность по Парето в биматричной игре. Равновесие по Нэшу.
15. Графическое и аналитическое решение биматричных игр 2×2 .
16. Кооперативные игры. Построение характеристических функций и их свойства. Коалиции и дележи.
17. С-ядро кооперативной игры. Дележ игры по Шепли.

Примерный перечень практических задач к экзамену (шестой семестр)

1. Решение задачи многокритериальной оптимизации для дискретного случая.
2. Решение задачи многокритериальной оптимизации для дискретного случая.
3. Построение максимального потока на сети.
4. Построение сетевого графика и расчет временных параметров.
5. Определение вероятного времени завершения проекта.
6. Решение матричной игры $2 \times 2, 2 \times n, m \times 2$ с использованием геометрической интерпретации.
9. Решение матричной игры сведением к ЗЛП.
10. Приближенное решение матричной игры.
11. Решение статистических игр по различным критериям.
12. Решение биматричной игры 2×2 .
13. Определения С-ядра и дележа Шепли кооперативной игры.

ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УВО

Название дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы по изучаемой учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
Логистика	Кафедра аналитической экономики и эконометрики	нет	Протокол № 4 от 25.11.2022 г.
Математическая экономика	Кафедра аналитической экономики и эконометрики	нет	Протокол № 4 от 25.11.2022 г.

ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ

на ____/____ учебный год

№№ пп	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры
 _____ (протокол № ____ от _____ 20 ____ г.)

(название кафедры)

Заведующий кафедрой

 (ученая степень, ученое звание)

 (подпись)

 (И. О. Фамилия)

УТВЕРЖДАЮ
 Декан факультета

 (ученая степень, ученое звание)

 (подпись)

 (И. О. Фамилия)