

БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ



Проректор по учебной работе
и образовательным инновациям
О.Г.Прохоренко
«20» декабря 2022 г.
Регистрационный № УД-11607/уч.

Высшая математика

Учебная программа учреждения высшего образования
по учебной дисциплине для специальности:

- 1-25 01 01 Экономическая теория
- 1-25 01 02 Экономика
- 1-25 01 04 Финансы и кредит
- 1-25 01 12 Экономическая информатика
- 1-26 02 02 Менеджмент (по направлениям)
направления специализации
- 1-26 02 02-05 Менеджмент (международный)
- 1-26 02 02-08 Менеджмент (инновационный)
- 1-96 01 02 Экономическая безопасность

2022 г.

Учебная программа составлена на основе образовательных стандартов ОСВО1-25- 01-02-2021, ОСВО1-25-01-04-2021, ОСВО1-25-01-12-2021, ОСВО1-26-02-02-2021, Р96-01-02-2021 от 11.08.2022, типовой программы ТД-Е.890/тип. от 11.05.2022 г., учебных планов №Е25-1-224/уч., №Е25-1-226/уч., №Е25-1-227/уч., №Е26-1-228/уч., №Е26-1-230/уч., №Р96-1-203/уч., №Е25-1-214/уч. ин., №Е25-1-215/уч. ин., №Е25-1-216/уч. ин. от 22.03.2022, №Е25-1-210/уч. з, №Е26-1-211/уч. з, №Е26-1-212/уч. з от 27.05.2022

СОСТАВИТЕЛИ:

С.В. Рогозин, доцент кафедры аналитической экономики и эконометрики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент

В.С. Мастяница, доцент кафедры аналитической экономики и эконометрики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент

А.А. Королева, доцент кафедры аналитической экономики и эконометрики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент

А.А. Просяной, доцент кафедры аналитической экономики и эконометрики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

С.И. Василец, проректор по учебной работе БГПУ им. М. Танка, доцент кафедры математики и методики преподавания математики БГПУ им. М. Танка, кандидат физико-математических наук, доцент

Л.А. Хвощинская, доцент кафедры общей и медицинской физики МГЭИ им.

А.Д. Сахарова, кандидат физико-математических наук, доцент

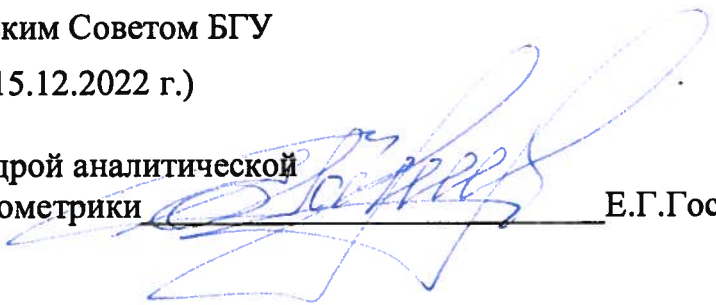
РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой аналитической экономики и эконометрики
(протокол № 4 от 25 ноября 2022 г.);

Научно-методическим Советом БГУ

(протокол № 3 от 15.12.2022 г.)

Заведующий кафедрой аналитической
экономики и эконометрики


Е.Г.Господарик

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Дисциплина «Высшая математика» изучает основные понятия и свойства функций, а также основные алгебраические и геометрические понятия. Высшая математика изучается на основе знаний школьных курсов алгебры, начал математического анализа и геометрии. На основе этого курса формируется целостное представление об основных математических объектах и взаимосвязях между ними. В терминах этих понятий можно сформулировать и дать описание процессов, происходящих в современной экономике, производстве и технике. В этом состоит объективная важность высшей математики в подготовке экономистов.

Преподавание высшей математики имеет **цели**:

- дать фундаментальную подготовку в области математических понятий и методов, необходимых для анализа экономических и производственных процессов;
- обеспечить возможность понимания основных и специальных курсов, для которых данная дисциплина является базовой;
- научить студентов практическим навыкам математического исследования задач экономики с применением современных компьютерных технологий;
- развить у студентов логическое и алгоритмическое мышление;
- привить студентам умение к самостоятельному изучению экономико-математической литературы.

Для решения поставленной цели определены следующие **задачи**:

- изучение свойств элементарных функций, элементов дифференциального и интегрального исчисления и теории дифференциальных уравнений;
- изучение функций, встречающихся в простейшие экономико-математические модели;
- изучение основных элементов линейной и векторной алгебры;
- изучение основных геометрических объектов на плоскости и в пространстве.

Место учебной дисциплины в системе подготовки специалиста с высшим образованием.

Учебная дисциплина относится к модулю «Экономико – математические методы» (компонент учреждения высшего образования) для специальностей 1-25 01 01 Экономическая теория, 1-25 01 02 Экономика, 1-25 01 04 Финансы и кредит, 1-25 01 12 Экономическая информатика, 1-26 02 02 Менеджмент (по направлениям), направления специальности: 1-26 0202 -05 Менеджмент (международный), 1-26 02 02 -08 Менеджмент(инновационный), 1-96 01 02 Экономическая безопасность.

Связи с другими дисциплинами

Высшая математика изучается на основе знаний школьных курсов алгебры, начал математического анализа и геометрии. Высшая математика является базовой для дисциплин «Теория вероятностей и математическая статистика», «Теория игр и исследование операций», «Эконометрика», «Статистика», «Актuarный анализ», «Математическая экономика», «Основы информатики и программирования», «Экономическая информатика». Элементы курса «Высшая математика» используются при чтении курсов «Экономическая теория», «Микроэкономика», «Макроэкономика», «Компьютерные информационные технологии», «Инвестиционный анализ».

Требования к компетенциям

Освоение учебной дисциплины «Высшая математика» должно обеспечить формирование следующих базовых профессиональных, учебных и социальных компетенций:

БПК 1 Использовать основные математические понятия и методы вычислений для анализа и моделирования экономических процессов.

УК-1 Владеть основами исследовательской деятельности, осуществлять поиск, анализ, синтез информации.

УК-5 Быть способным к саморазвитию и совершенствованию в профессиональной деятельности.

СК 9 Выбирать и применять математический инструментарий, вероятностные и статистические методы, экономико-математические модели для решения профессиональных задач.

Кроме того, по отдельным специальностям должны быть сформированы следующие компетенции:

- для специальности 1-25 01 01 Экономическая теория

БПК 13 Использовать междисциплинарный подход к решению экономических проблем, понимать взаимосвязи институтов с экономическим развитием, проводить институциональный анализ экономики.

- для специальности 1-25 01 02 Экономика:

БПК 4 Применять метод математического моделирования в экономике, проводить расчеты и анализ экономических процессов на основе моделей микро-и макроэкономики.

- для специальности 1-25 01 04 Финансы и кредит:

СК-20 Применять положения международных стандартов финансовой отчетности при формировании отчетности в организации в соответствии с выдвигаемыми требованиями.

- для специальности 1-25 01 12 Экономическая информатика:

УК-2 Решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе применения информационно-коммуникационных технологий.

- для специальности 1-26 02 02 Менеджмент (по направлениям):

СК-26 Владеть методами измерений в маркетинге, оценивать ограничения и возможности разных методов анализа в конкретной ситуации, выявлять связи между различными характеристиками деятельности компании, использовать ключевые понятия, интерпретировать результаты расчетов.

В результате изучения дисциплины «Высшая математика» студенты должны **знать**:

- сущность и содержание основных понятий математического анализа;
- основные понятия и методы линейной и векторной алгебры;
- основные геометрические понятия и методы.

В результате изучения студенты должны **уметь**:

- применять основные методы и приемы математического анализа, алгебры и геометрии для решения модельных математических задач;

- использовать основные понятия теории функций, дифференциального и интегрального исчисления для построения и изучения простейших экономико-математических моделей;

- применять полученные знания для изучения экономико-математической литературы и анализа экономических и производственных процессов.

владеть:

- основными понятиями и методами высшей математики;

- методами построения и анализа экономико-математических моделей.

Структура изучения учебной дисциплины

Дисциплина изучается в 1 и 2 семестрах. Всего на изучение учебной дисциплины «Высшая математика» отведено:

для очной формы получения высшего образования

- в первом семестре:

– 198 часов, в том числе 102 аудиторных часа, из них: лекции – 38 часов, практические занятия – 64 часа.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 6 зачетных единиц.

Форма текущей аттестации – экзамен.

- во втором семестре:

– 198 часов, в том числе 102 аудиторных часа, из них: лекции – 38 часов, практические занятия – 64 часа.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 6 зачетных единиц.

Форма текущей аттестации – экзамен.

для заочной формы получения высшего образования

- в первом семестре:

– 198 часов, в том числе 26 аудиторных часов, из них: лекции – 14 часов, практические занятия – 12 часов. Предусмотрена установочная сессия для второго семестра – 6 аудиторных часов, из них: лекции – 4 часа, практические занятия – 2 аудиторных часа.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 6 зачетных единиц.

Форма текущей аттестации – контрольная работа, экзамен.

- во втором семестре:

– 198 часов, в том числе 20 аудиторных часов, из них: лекции – 8 часов, практические занятия – 12 часов.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 6 зачетных единиц.

Форма текущей аттестации – контрольная работа, экзамен.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Раздел 1.ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА

Тема 1.1Матрицы и действия над ними

Понятие матрицы и линейные операции над ними. Транспонирование матриц. След матрицы. Экономическая интерпретация матриц. Перестановки и транспозиции. Определители второго и третьего порядка. Алгебраические дополнения и миноры. Определители n -го порядка и их свойства. Правила вычисления определителей, теорема Лапласа. Определитель произведения матриц.

Тема 1.2Обратная матрица, ранг матрицы

Обратная матрица, свойства обратных матриц. Методы вычисления обратной матрицы. Ранг матрицы, свойства и его вычисление. Условие равенства нулю определителя. Теорема о базисном миноре. Подобные матрицы. Приведение матрицы к диагональному виду.

Тема 1.3Системы линейных алгебраических уравнений

Системы линейных алгебраических уравнений. Теорема Кронеккера-Капелли. Исследование разрешимости систем линейных алгебраических уравнений.

Тема 1.4Методы решения систем линейных алгебраических уравнений

Решение произвольной системы линейных уравнений. Метод Гаусса. Невырожденные системы. Метод обратной матрицы. Метод Крамера.

Раздел 2.ВЕКТОРНАЯ АЛГЕБРА И АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ

Тема 2.1 Векторы на плоскости и в пространстве

Понятие вектора на плоскости и в трехмерном пространстве. Основные линейные операции над векторами. Проекция вектора на ось. Линейная зависимость векторов. Базис на плоскости и в пространстве. Декартова система координат. Радиус-вектор и координаты точки. Деление отрезка в данном отношении. Скалярное произведение векторов, его свойства и экономическая интерпретация. Условие ортогональности двух векторов. Ориентация тройки векторов в пространстве. Условие компланарности трех векторов. Линейные пространства. Подпространство и линейная оболочка. Базис и размерность линейного пространства. Евклидовы пространства. Норма вектора и ее свойства. Ортогональный и ортонормированный базисы. Процесс ортогонализации Грамма-Шмидта.

Тема 2.2 Прямые и плоскости в пространстве

Предмет аналитической геометрии. Метод координат. Кривая на плоскости и способы ее задания. Основные виды уравнения прямой. Угол между прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых. Расстояние от точки до прямой. Общее, нормальное уравнение плоскости. Уравнение плоскости, проходящей через точку и перпендикулярно вектору. Уравнение плоскости, проходящей через три точки. Каноническое и параметрическое уравнение прямой. Уравнение прямой, проходящей через точку и с заданным направляющим вектором.

Тема 2.3 Взаимное расположение прямых, прямой и плоскости, а также плоскостей

Угол между прямыми. Угол между прямой и плоскостью. Взаимное расположение двух прямых. Расстояние от точки до плоскости. Взаимное расположение плоскостей. Взаимное расположение прямой и плоскости.

Тема 2.4. Простейшие кривые и поверхности второго порядка

Кривые второго порядка: окружность, эллипс, парабола, гипербола. Параметрическое представление линий. Эллипсоид, однополостный и двухполостный гиперболоид, параболоид, конус.

Раздел 3. МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

Тема 3.1 Функции и их простейшие свойства

Функции, их области определения и значений, способы задания и график функции. Основные характеристики поведения функции: четность, нечетность. периодичность. Основные элементарные функции и их графики. Суперпозиция функций, обратные функции. Неявные функции.

Тема 3.2 Числовые последовательности и их пределы

Числовые последовательности. Предел последовательности и его свойства. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности. Монотонные, ограниченные последовательности. Свойства сходящихся последовательностей и критерий их сходимости. Способы вычисления пределов последовательностей. Число « e » и его экономическая интерпретация. Задача о непрерывном начислении процентов. Подпоследовательности. Верхний и нижний пределы.

Тема 3.3 Предел функции

Предел функции в точке и на бесконечности. Основные теоремы о пределах функций. Замечательные пределы. Односторонние пределы. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Методы вычисления предела функции.

Тема 3.4 Непрерывные функции

Непрерывность функции в точке. Свойства непрерывных функций. Односторонняя непрерывность. Точки разрыва функций и их классификация. Непрерывность элементарных функций. Сравнение функций, символы « o » и « O ». Эквивалентные функции, их применение к вычислению пределов функций. Функции, непрерывные на отрезке, и их свойства: теоремы Вейерштрасса, Коши о прохождении функции через ноль, Коши о промежуточном значении. Непрерывность обратной функции. Равномерная непрерывность функции на отрезке.

Тема 3.5 Дифференцируемые функции

3.5.1. Задачи, приводящие к понятию производной. Производная функции, ее геометрический, физический и экономический смыслы. Проверочная работа «Таблица производных». Основные правила дифференциального исчисления. Производная сложной, обратной и неявной функций. Производные элементарных функций. Логарифмическое дифференцирование. Дифференцирование параметрически заданных функций.

3.5.2. Дифференциал функции, его геометрический смысл и применение в приближенных вычислениях. Инвариантность формы дифференциала. Дифференциал и приближенные вычисления.

3.5.3. Основные теоремы дифференциального исчисления. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница.

3.5.4. Приложения дифференциального исчисления функций одной переменной. Локальный экстремум функции. Основные теоремы дифференциального исчисления: Ферма. Ролля, Коши, Лагранжа. Применение теорем. Раскрытие неопределенностей, правило Лопиталя-Бернулли. Формула Тейлора. Остаточный член в форме Пеано и Лагранжа. Основные разложения по формуле Тейлора. Приложения формулы Тейлора. Экстремумы функции, стационарные точки. Необходимое и достаточное условия локального экстремума. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке. Выпуклость и точки перегиба. Достаточное условие выпуклости. Необходимое условие перегиба. Достаточные условия перегиба. Вертикальные и наклонные асимптоты графика функции. Общая схема исследования функции и построение ее графика. Экономические приложения: предельные показатели в экономике, эластичность экономических показателей, максимизация прибыли.

Раздел 4. ВЕКТОРНЫЕ ПРОСТРАНСТВА И ОПЕРАТОРЫ

Тема 4.1 Векторные (линейные) пространства

n -мерные векторные пространства. Линейная независимость, базис пространства. Разложение вектора по ортогональному базису. Переход к новому базису.

Тема 4.2 Линейные операторы

Линейные операторы. Матричное представление. Собственные векторы и собственные значения матриц, их свойства. Характеристические уравнения. Собственные векторы и собственные значения симметричных матриц.

Тема 4.3 Квадратичные формы

Квадратичные формы и их матрицы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду ортогональным преобразованием. Знакоопределенные квадратичные формы. Условия знакоопределенности квадратичных форм.

Тема 4.4 Положительные матрицы

Положительные матрицы и их применение в экономике. Модель межотраслевого баланса В.В.Леонтьева. Отличительные черты белорусской экономической модели.

Раздел 5. ЭЛЕМЕНТЫ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Тема 5.1 Линейные модели

Линейные экономические модели. Формализация моделей.

Тема 5.2 Методы решения линейных задач с двумя переменными

Геометрическая интерпретация задач линейного программирования. Графический метод решения задач линейного программирования. Системы линейных неравенств. Графический метод решения системы линейных неравенств с двумя переменными. Применение элементов линейной алгебры в экономике.

Тема 5.3 Методы решения линейных задач с двумя переменными

Каноническая форма записи задач. Решение задач линейного программирования. Метод искусственного базиса. Табличная реализация.

Тема 5.4 Элементы теории двойственности

Теоремы двойственности и их экономическая интерпретация.

Раздел 6. МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ (ЧАСТЬ 2)

Тема 6.1 Неопределенный интеграл

6.1.1. Первообразная и неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла.

6.1.2. Таблица неопределенных интегралов. Простейшие методы интегрирования (метод преобразования, замена переменных, интегрирование по частям). Проверочная работа «Таблица неопределенных интегралов».

Тема 6.2 Методы вычисления неопределенных интегралов

6.2.1. Интегрирование рациональных функций. Метод неопределенных коэффициентов.

6.2.2. Интегрирование некоторых иррациональных выражений. Дифференциальный бином.

6.2.3. Интегрирование тригонометрических функций. Некоторые интегралы, не выражающиеся через элементарные функции.

Тема 6.3 Определенный интеграл

6.3.1. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Определенный интеграл. Основные свойства определенного интеграла. Условия интегрируемости функций. Интеграл с переменным верхним пределом и его дифференцирование. Формула Ньютона-Лейбница.

6.3.2. Методы вычисления определенных интегралов (замена переменных, интегрирование по частям).

6.3.3. Геометрические приложения определенных интегралов: вычисление площадей плоских фигур, объемов тел, длин дуг, площадей поверхностей вращения. Экономические приложения определенных интегралов. Среднее значение определенного интеграла.

Тема 6.4 Несобственные интегралы

Несобственные интегралы и признаки их сходимости. Несобственный интеграл 1-го рода (по неограниченному промежутку). Признаки сравнения для несобственных интегралов. Специальный признак сравнения. Несобственный интеграл 2-го рода (от неограниченной функции).

Тема 6.5 Функции многих переменных

Множества на плоскости и в пространстве. Предельные точки множеств. Связные, выпуклые, ограниченные множества. Понятие функции многих переменных, примеры из экономики. Линии уровня, изокосты, изокванты. Однородные функции. Выпуклые и вогнутые функции. Предел функции в точке, повторные пределы. Непрерывность. Свойства непрерывных функций.

Тема 6.6 Дифференцируемые функции многих переменных

6.6.1. Частные производные. Частная эластичность. Примеры применения частных производных в экономике. Дифференцируемость функции многих переменных, необходимые и достаточные условия дифференцируемости. Полный дифференциал и его связь с частными производными. Дифференцирование сложных функций. Инвариантность формы полного дифференциала. Производная по направлению и ее свойства. Градиент функции и его смысл. Частные производные высших порядков. Теорема о равенстве смешанных производных. Дифференциалы высших порядков. Якобиан, матрица Гессе. Формула Тейлора для функции двух переменных.

6.6.2. Понятие экстремума функции многих переменных. Необходимое и достаточное условия экстремума. Метод наименьших квадратов. Наибольшее и наименьшее значения функции в заданной области. Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа. Приложения к экономическим проблемам.

Тема 6.7 Двойной интеграл

Определение двойного интеграла. Применение двойного интеграла в геометрии и экономике. Понятие о несобственном двойном интеграле.

Тема 6.8 Числовые ряды

6.8.1. Числовой ряд и его сумма. Действие над рядами. Простейшие свойства числовых рядов. Необходимое условие сходимости ряда. Гармонический ряд. Признаки сходимости числовых рядов: критерий Коши, признаки сравнения, признаки Даламбера и Коши, интегральный признак.

6.8.2. Знакопеременные ряды, абсолютная и условная сходимость. Знакочередующиеся ряды, признак Лейбница. Оценка остатка ряда. Свойства абсолютно и условно сходящихся рядов.

Тема 6.9 Степенные ряды

Степенные ряды, теорема Абеля. Радиус, интервал и область сходимости степенного ряда. Непрерывность суммы, интегрирование и дифференцирование степенных рядов. Ряды Тейлора и Маклорена. Достаточные условия представления функции рядом Тейлора. Разложение основных элементарных функций в ряд Тейлора. Применение рядов Тейлора в приближенных вычислениях.

Раздел 7. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ И РАЗНОСТНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Тема 7.1 Основные понятия теории дифференциальных уравнений

Основные понятия теории обыкновенных дифференциальных уравнений, общее и частное решение. Математическое моделирование в экономике и технике с помощью дифференциальных уравнений. Задача Коши. Теорема существования и единственности решения.

Тема 7.2 Некоторые типы дифференциальных уравнений первого порядка

Уравнения с разделяющимися переменными. Уравнения с однородными коэффициентами. Линейные дифференциальные уравнения и уравнения Бернулли.

Тема 7.3 Дифференциальные уравнения высших порядков

Понятие о решениях дифференциальных уравнений высших порядков. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка со специальной правой частью. Характеристическое уравнение. Линейная независимость решений. Метод Лагранжа вариации произвольной постоянной.

Тема 7.4 Разностные уравнения

Дискретные (разностные) уравнения. Конечные разности. Экономические задачи, приводящие к разностным уравнениям. Общие понятия разностных уравнений. Однородные и неоднородные линейные разностные уравнения и структура их общих решений. Решение линейных однородных разностных уравнений с постоянными коэффициентами. Системы дискретных уравнений и их свойства, методы нахождения их решений. Приложение разностных уравнений к решению экономических задач (модель Самуэльсона-Хикса, уравнение Хикса, паутинообразная модель рынка, стоимость купонной облигации).

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Дневная форма получения образования с применением дистанционных образовательных технологий
 Специальности 1-25 01 02 Экономика, 1-25 01 04 Финансы и кредит, 1-26 02 02 Менеджмент (по направлениям)
 направления специализации 1-26 02 02-05 Менеджмент (международный), 1-26 02 02-08 Менеджмент (инновационный),
 1-96 01 02 Экономическая безопасность

Номер раздела, темы, занятия	Название раздела, темы, учебного занятия	Количество аудиторных часов					Количество часов УСР	Формы контроля знаний
		Лекции	Практические занятия	Семинарские занятия	Лабораторные занятия	Иное		
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1-й семестр								
1	ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА	6	12					
1.1	Матрицы и действия над ними	2	2					Опрос, решение задач
1.2	Обратная матрица. Ранг матрицы	2	2					Опрос, анализ практических ситуаций
1.3	Системы линейных алгебраических уравнений	2	4					Опрос, дискуссия
1.4	Методы решения систем линейных алгебраических уравнений- Проверочная работа «Решение систем методом Гаусса»	-	4					Проверочная работа
2	ВЕКТОРНАЯ АЛГЕБРА И АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ	12	18					
2.1	Векторы на плоскости и в пространстве	2	6					Решение задач.
2.2	Прямые и плоскости в пространстве	4	4					
	Контрольная работа (Линейная и векторная алгебра)	-	2					
2.3	Взаимное расположение прямых, прямой и плоскости, а также плоскостей	4	4					Опрос
2.4	Простейшие кривые и поверхности второго порядка	2	2					Дискуссия
3	МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ	14	24					
3.1	Функции и их простейшие свойства	2	2					Опрос, анализ практических ситуаций

3.2	Числовые последовательности и их пределы	2	4						Опрос, решение задач
	Контрольная работа(Аналитическая геометрия и предел последовательности)		2						
3.3	Предел функции	2	4						Решение задач.
3.4	Непрерывные функции	2	2						Опрос, решение задач.
3.5	Дифференцируемые функции								
3.5.1	Производная функции, геометрический и экономический смысл Проверочная работа «Таблица производных».	1	2						Опрос, решение задач. Проверочная работа
3.5.2	Дифференциал и приближенные вычисления	1	2						Опрос, дискуссия, решение задач.
3.5.3	Основные теоремы дифференциального исчисления. Производные и дифференциалы высших порядков	2	2						Опрос, решение задач
3.5.4	Приложения дифференциального исчисления функций одной переменной	2	2						Опрос, диалог
4	ВЕТОРНЫЕ ПРОСТРАНСТВА И ОПЕРАТОРЫ	6	10						
4.1	n-мерные векторные пространства	2	2						Опрос, дискуссия, решение задач.
4.2	Линейные операторы. Собственные значения и собственные векторы	2	2						Опрос, анализ практических ситуаций
4.3	Квадратичные формы	2	2						Самостоятельная работа студентов
4.4	Положительные матрицы и их применение в экономике	-	2						
	Контрольная работа(Функции многих переменных; векторные пространства и операторы)		2						
Итого по 1 семестру:		38	64						
2-й семестр									
5.	ЭЛЕМЕНТЫ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ	6	8						
5.1	Линейные экономические модели	1	2						Опрос, диалог
5.2	Графический метод решения задач линейного программирования	1	2						Опрос, диалог
5.3	Симплекс-метод	2	4						Решение задач, опрос
5.4	Теоремы двойственности и их экономическая интерпретация	2	-						Опрос, диалог
6.	МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ	26	46						

(ЧАСТЬ 2)									
6.1	Неопределенный интеграл								
6.1.1	Первообразная и неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла	1	2						Опрос, решение задач, проверка домашнего задания
6.1.2	Таблица неопределенных интегралов. Простейшие методы интегрирования (метод преобразования, замена переменных, интегрирование по частям)	1	2						Опрос, решение задач. Проверочная работа
6.2	Проверочная работа «Таблица неопределенных интегралов»								
6.2	Методы вычисления неопределенных интегралов								
6.2.1	Интегрирование рациональных функций. Метод неопределенных коэффициентов	2	4						Опрос, решение задач
6.2.2	Интегрирование некоторых иррациональных выражений. Дифференциальный бином	2	2						Опрос, решение задач
6.2.3	Интегрирование тригонометрических функций. Некоторые интегралы, не выражающиеся через элементарные функции	2	2						
6.3	Определенный интеграл								
6.3.1	Понятие определенного интеграла. Свойства. Геометрический и экономический смысл определенного интеграла	1	2						Опрос, диалог
6.3.2	Методы вычисления определенных интегралов (замена переменных, интегрирование по частям)	1	2						Опрос, решение задач
6.3.3	Приложения определенных интегралов (площадь криволинейной трапеции, длина дуги кривой, экономические приложения). Среднее значение определенного интеграла	1	4						Опрос, решение задач
6.4	Несобственные интегралы								
	Контрольная работа (неопределенный и определенный интеграл)	1	2						Опрос, диалог, решение задач.
6.5	Понятие функций многих переменных. Предел, непрерывность								
6.5	Понятие функций многих переменных. Предел, непрерывность	2	2						Опрос, диалог
6.6	Дифференцируемые функции многих переменных								
6.6.1	Дифференцирование функций многих переменных. Геометрический и экономический смысл. Частные производные. Частная эластичность	2	4						Решение задач.
6.6.2	Локальные экстремумы функций многих переменных. Условия существования. Экстремумы функции многих переменных при	2	4						Опрос, диалог, решение задач.

	наличии ограничений (условные экстремумы). Метод Лагранжа. Наибольшее/наименьшее значения функции в замкнутой области								
	Контрольная работа(Функции многих переменных)						2		
6.7	Двойной интеграл	2	-						Опрос, диалог
6.8	Числовые ряды								
6.8.1	Понятие числового ряда. Сходимость. Необходимое условие сходимости. Ряды с положительными членами. Критерий сходимости. Признаки сравнения. Признаки сходимости рядов с положительными членами (Даламбера, Коши, интегральный)	2	4						Опрос, решение задач.
6.8.2	Сходимость (абсолютная и условная) рядов с произвольными членами. Признак Лейбница сходимости знакочередующихся рядов	2	4						Опрос, диалог, решение задач
6.9	Степенные ряды	2	2						Проверочная работа
7	ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ И РАЗНОСТНЫЕ УРАВНЕНИЯ	6	10						Опрос, решение задач
7.1	Основные понятия теории дифференциальных уравнений	1							Опрос, решение задач
7.2	Некоторые типы дифференциальных уравнений первого порядка	2	4						Опрос, решение задач
7.3	Дифференциальные уравнения высших порядков	1	2						Опрос, диалог
	Контрольная работа(Ряды и дифференциальные уравнения)		2						
7.4	Разностные уравнения	2	2						Опрос, диалог
Итого по 1 семестру:		38	64						
Итого:		76	136	-	-				

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Специальности 1-25 01 12 Экономическая информатика, 1-25 01 01 Экономическая теория

Дневная форма получения образования с применением дистанционных образовательных технологий

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов					Количество часов УСР	Форма контроля знаний
		Лекции	Практические занятия	Семинарские занятия	Лабораторные занятия	Иное		
1	2	3	4	5	6	7	8	9
	1 семестр							
1	Линейная алгебра и аналитическая геометрия							
1.1	Матрицы, определители.	2	4					Опрос, решение задач.
1.2	Обратная матрица, ранг матрицы.	1	2					Опрос, тест, решение задач.
1.3	Системы линейных уравнений.	2	4					Опрос, решение задач.
1.4	Экономические приложения систем линейных уравнений	2	4					Опрос, тест, решение задач. Самостоятельная работа
1.5	Системы линейных неравенств	1	2					Опрос, тест, решение задач.
1.6	Векторная алгебра.	2	4					Опрос, решение задач.
1.7	Аналитическая геометрия на плоскости.	2	2					Опрос, тест, решение задач.
1.8	Аналитическая геометрия в пространстве.	4	4					Опрос, тест, решение задач Итоговая контрольная работа по разделу
2	Математический анализ							

2.1	Функции одной переменной	1	2					Опрос, решение задач.
2.2	Числовые последовательности.	2	4					Опрос, тест, решение задач.
2.3	Предел функции.	2	4					Опрос, тест, решение задач.
2.4	Непрерывность функции.	1	2					Опрос, тест, решение задач.
2.5	Производная функции.	2	4					Опрос, решение задач.
2.6	Дифференциал функции. Теоремы дифференциального исчисления.	2	2					Опрос, тест, решение задач.
2.7	Правило Лопиталя.	1	2					Опрос, тест, решение задач.
2.8	Формулы Тейлора и Маклорена.	2	2					Опрос, тест, решение задач.
2.9	Исследование функций.	3	8					Опрос, решение задач. Итоговая контрольная работа по разделу
3	Векторные пространства и квадратичные формы.							Опрос, тест, решение задач.
3.1	Векторные пространства.	2	2					Опрос, решение задач.
3.2	Линейные операторы.	2	2					Опрос, тест, решение задач.
3.3	Квадратичные формы	2	4					Итоговая контрольная работа за семестр.
		38	64					
	2 семестр							
1	Математический анализ							
2.12	Первообразная. Неопределенный интеграл. Таблица неопределенных интегралов. Методы интегрирования	2	2					Опрос, решение задач.
2.13	Интегрирование рациональных, иррациональных и тригонометрических функций.	4	4					Опрос, решение задач.
2.14	Определенный интеграл.	2	4					Опрос, решение задач.

2.15	Несобственные интегралы.	2	4					Опрос, решение задач.
2.16	Применение определенного интеграла.	2	6					Опрос, решение задач Итоговая контрольная работы по разделу.
2.17	Функции двух переменных.	2	4					Опрос, решение задач.
2.18	Дифференцирование функций двух переменных.	2	4					Опрос, тест, решение задач.
2.19	Экстремумы функции двух переменных.	4	4					Опрос, решение задач.
2.20	Приложения функции двух переменных в экономических задачах. Метод наименьших квадратов.	1	3					Опрос, тест, решение задач. Самостоятельная работа.
2.21	Двойные интегралы.	1	3					Опрос, решение задач.
2.22	Числовые ряды.	2	4					Опрос, тест, решение задач.
2.23	Степенные ряды.	2	2					Опрос, решение задач. Итоговая контрольная работа по разделу
2	Дифференциальные и разностные уравнения.							
3.1	Обыкновенные дифференциальные уравнения..	2	2					Опрос, решение задач.
3.2	Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами.	2	4					Опрос, тест, решение задач.
3.3	Системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.	1	2					
3.4	Экономические приложения дифференциальных уравнений.	1	2					
3.5	Разностные уравнения. Разностные уравнения первого порядка.	1	2					Опрос, решение задач.
3.4	Линейные разностные уравнения с постоянными коэффициентами второго порядка.	2	2					Опрос, тест, решение задач.

3.5	Экономические приложения разностных уравнений.	1	2						Опрос, решение задач.
3	Линейное программирование								
3.1	Линейное программирование. Геометрический метод решения задач линейного программирования.	2	4						Итоговая контрольная работа.
		38	64						

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Заочная форма получения образования

Номер раздела, темы, занятия	Название раздела, темы, учебного занятия; перечень изучаемых вопросов	Количество аудиторных часов						Количество часов УРС	Формы контрольных
		Количество аудиторных часов							
		Лекции	Практические занятия	Семинарские занятия	Лабораторные занятия	Иное			
1	2	3	4	5	6	7	8	9	
1 семестр (з/о)									
1	ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА (8 ч)	4	4						
1.1	Матрицы. Определители. Обратная матрица. Ранг матрицы.	2	2						Опрос, решение задач.
1.2	Системы линейных уравнений. Построение и исследование общего решения методом Жордана-Гаусса. Модель Леонтьева многоотраслевой экономики.	2	2						Опрос, решение задач.
2	ВЕКТОРНАЯ АЛГЕБРА И АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ (8 ч)	4	4						
2.1	Векторы на плоскости и в пространстве. Линейное пространство. Линейные операторы и квадратичные формы.	2	2						Опрос, решение задач.
2.2	Прямая линия на плоскости. Плоскость и прямая в пространстве.	2	2						Опрос, решение задач.

3	МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ. (10 ч)										6	4						
3.1	Функции и их простейшие свойства. Числовые последовательности и их пределы. Предел функции. Непрерывность и разрывы функции.										2	2						Опрос, решение задач.
3.2	Дифференцируемые функции.										2	2						Опрос, решение задач.
3.2.1	Производная. Содержательный смысл производной. Дифференциал и приближенные вычисления. Основные теоремы дифференциального исчисления. Производные и дифференциалы высших порядков. Приложения дифференциального исчисления функций одной переменной.										2	2						
3.3	Установочные лекции и практическое занятие. Комплексные числа. Неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла и таблица простейших интегралов. Простейшие методы интегрирования.										4	2						
	Итоговая контрольная работа																2	Проверка заданий.
Итого 1 сем											18	14						
2 семестр (3/0)																		
4.	МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ (ЧАСТЬ 2). Разностные уравнения (20 ч).										8	12						
4.1	Неопределенный интеграл. Простейшие методы интегрирования(замена переменной, интегрирование по частям, интегрирование рациональных дробей,интегрирование некоторых иррациональных функций,интегрирование тригонометрических функций). Сведения об «неберущихся» интегралах.											2						Опрос, решение задач.
4.2	Определенный интеграл. Понятие определенного интеграла. Формула Ньютона – Лейбница. Свойства. Методы вычисления определенных интегралов (замена переменной, интегрирование по частям). Приложения определенного интеграла к задачам геометрии и экономики. Несобственные интегралы.										2	2						Опрос, решение задач.
4.3	Функции многих переменных. Понятие функций многих переменных. Предел, непрерывность. Частные производные первого порядка. Производная по направлению. Градиент. Дифференциал. Частные производные и										1	2						Опрос, решение задач.

	дифференциалы высших порядков. Экстремумы функций. Наибольшее и наименьшее значение функции в ограниченной замкнутой области.								
4.4	Числовые ряды. степенные ряды. Понятие числового ряда. Сходимость. Необходимое условие сходимости. Ряды с положительными членами. Критерий сходимости. Признаки сравнения. Признаки сходимости рядов с положительными членами (Даламбера, Коши, интегральный). Знакопеременный ряд. Знакоочередующийся ряд. Признак Лейбница. Степенные ряды.	1	2						Опрос, решение задач.
4.5	Дифференциальные уравнения. Основные понятия теории дифференциальных уравнений. Некоторые типы дифференциальных уравнений первого порядка. Дифференциальные уравнения высших порядков. Приложения дифференциальных уравнений к решению экономических задач.	2	2						Опрос, решение задач.
4.6	Разностные уравнения. Разностные уравнения с постоянными коэффициентами первого порядка. Разностные уравнения с постоянными коэффициентами второго порядка. Приложения разностных уравнений к решению экономических задач.	1	1						Опрос, решение задач.
4.7	Линейное программирование. Примеры составления оптимизационных математических моделей экономических задач. Общая задача линейного программирования. Графический метод решения задач линейного программирования с двумя переменными.	1	1						Опрос, решение задач.
Итого 2 сем.		8	12					2	
Итого по курсу		26	26						

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Литература

Основная:

1. Высшая математика. Практикум: учебное пособие для студентов учреждений высшего образования по естественнонаучным и экономическим специальностям : в 2 ч. Ч. 1 / [авт.: О. М. Матейко и др.] ; под ред. С. А. Самаля. – Минск : РИВШ, 2020. – 329 с.
2. Высшая математика. Практикум: учебное пособие для студентов учреждений высшего образования по естественнонаучным и экономическим специальностям : в 2 ч. Ч. 2 / [авт.: О. М. Матейко и др.] ; под ред. С. А. Самаля. – Минск : РИВШ. – 2022. – 359 с.
3. Высшая математика : учебник для студ. учреждений высшего образования по экон. спец. / [авт.: Е. А. Ровба и др.]. - Минск : Вышэйшая школа, 2018. – 398 с.
4. Мастяница В.С. Сборник задач и упражнений по высшей математике для экономических специальностей: учеб.-метод. пособие / В.С.Мастяница, С.В.Рогозин, М.В.Дубатовская. – Минск: БГУ, 2018. – 335 с.
5. Сборник задач по высшей математике : с контрольными работами / К. Н. Лунгу [и др.]. - 13-е изд. - Москва : Айрис пресс, 2021-. - (Высшее образование). Ч. 1 : . - 2021. - 575 с.

Дополнительная:

1. Замков О. О., Математические методы в экономике. / О.О. Замков, А.В. Толстопятенко, Ю.Н. Черемных. – 5-е изд. М. «Дело и Сервиз», 2009. – 384 с.
2. Иванов Ю. Н. Математическое описание элементов экономики / Ю.Н. Иванов, В.В. Токарев, А.П. Уздемир. – М., Фмзматлит: Наука, 1994. – 414 с.
3. Кремер, Н. Ш. Высшая математика для экономического бакалавриата : учебник и практикум / Н. Ш. Кремер ; ответственный редактор Н. Ш. Кремер. — 4-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. – 909 с.
4. Кузнецов А.В. Высшая математика. Математическое программирование. Учебник / А.В. Кузнецов, В.А. Сакович, Н.И. Холод. – 4-е изд. – М. УРСС, 2019. 352 с.
3. Мастяница В. С., И. В. Большакова. Лекции и практикум по линейной алгебре и аналитической геометрии для студентов экономических специальностей: пособие / – Минск: БГУ, 2020.

4. Общий курс высшей математики для экономистов: Учебник / Под ред. В.И. Ермакова. – 2 изд. исправл. – М.: ИНФРА-М, 2010. – 656 с.
5. Плис А.И. MATHCAD: математический практикум для экономистов и инженеров. / А.И. Плис, Н.А. Сливина. – 2-е изд. перераб. и дополн. – М. Финансы и Статистика, 2003. – 656 с.
6. Рябушко, А.П. Высшая математика: теория и задачи: учеб. пособие. В 5 ч. Ч 1. Линейная и векторная алгебра. Аналитическая геометрия. Дифференциальное исчисление функции одной переменной / А.П. Рябушко, Т.А. Жур 2-е изд.; М-во образования Респ. Беларусь. – Минск: Вышэйшая школа, 2017. – 303, [1] с.: ил.
7. Рябушко, А.П. Высшая математика: теория и задачи: учеб. пособие. В 5 ч. Ч 3. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Ряды. Краткие интегралы / А.П. Рябушко, Т.А. Жур; М-во образования Респ. Беларусь. – Минск: Вышэйшая школа, 2017. – 319, [1] с.: ил.
8. Сборник задач по высшей математике для экономистов. / Под редакцией В.И Ермакова. – 2 изд., испр. – М.: ИНФРА-М, 2008. – 575 с.
9. Солодовников А.С. Математика в экономике. / А.С. Солодовников и др. – 3-е изд. – М.: Финансы и статистика. – Часть 1, 2013 – 384 с.; Часть 2, 2013 – 560 с.
10. Стренг Г. Линейная алгебра и ее применения / Г. Стренг. – М.: Книга по Требованию, 2013. – 460 с.

Перечень рекомендуемых средств диагностики и методика формирования итоговой отметки на дневном отделении

В процессе преподавания дисциплины используется текущий и итоговый контроль знаний. Формы текущей диагностики знаний: устный опрос, решение задач и проверка домашних заданий на практических занятиях; опрос, анализ практических ситуаций и дискуссия на лекциях; выполнение заданий в системе дистанционного обучения и проверка их решения, выполнение контрольных и проверочных работ в письменной форме.

При оценивании работы на лекциях (опрос, дискуссия) и практических занятиях учитывается полнота и аргументированность ответов, знание необходимых формул, достоверность полученных результатов.

Формой текущей аттестации по дисциплине «Высшая математика» является экзамен.

Итоговая отметка по дисциплине рассчитывается на основе отметки текущей успеваемости и экзаменационной отметки с учетом их весовых коэффициентов. Вес отметки по текущей успеваемости составляет 50 %, экзаменационной отметки – 50 %.

Весовые коэффициенты, определяющие вклад текущего контроля знаний для формирования оценки за текущую успеваемость за семестр на специальностях «Экономика», «Экономическая безопасность», «Финансы и кредит», «Менеджмент», составляют:

- оценка работы на практических занятиях и лекциях – 50 %;

- результаты контрольных работ – 50 %.

Весовые коэффициенты, определяющие вклад текущего контроля знаний для формирования оценки за текущую успеваемость за семестр на специальностях «Экономическая теория», «Экономическая информатика», составляют:

- оценка работы на практических занятиях и лекции – 20%,
- оценка за самостоятельную работу – 20%,
- оценка за контрольные работы – 60%.

Отметка текущей успеваемости за каждый семестр составляет 50%.

Отметка за письменный экзамен 50%.

Перечень рекомендуемых средств диагностики и методика формирования итоговой отметки на заочном отделении

В процессе преподавания дисциплины используется текущий и итоговый контроль знаний. Формы текущей диагностики знаний: устный опрос, решение задач и проверка заданий на практических занятиях; опрос, анализ практических ситуаций и дискуссия на лекциях; выполнение заданий в системе дистанционного обучения и проверка их решения, выполнение итоговой контрольной работы в письменной форме (1 семестр).

При оценивании работы на лекциях (опрос, дискуссия) и практических занятиях учитывается полнота и аргументированность ответов, знание необходимых определений и формул, достоверность полученных результатов.

Формой текущей аттестации по дисциплине «Высшая математика» является экзамен.

Итоговая отметка по дисциплине рассчитывается на основе отметки текущей успеваемости и экзаменационной отметки с учетом их весовых коэффициентов. Вес отметки по текущей успеваемости составляет 50 %, экзаменационной отметки – 50 %.

Весовые коэффициенты, определяющие вклад текущего контроля знаний для формирования отметки за текущую успеваемость:

- оценка работы на практических занятиях и лекциях – 50 %;
- результаты итоговой контрольной работы (1 семестр) – 50 %.

Примерный перечень заданий для контрольных работ (дневное отделение)

За время изучения дисциплины «Высшая математика» студенты должны выполнить в каждом семестре по три контрольных работы.

Контрольная работа по теме «Линейная и векторная алгебра» (контрольная работа № 1 в 1 семестре). В эту работу входят задания на действия с матрицами. Нахождение определителей, обратной матрицы, ранга матрицы. Решение систем линейных алгебраических уравнений. Действия с векторами и их применения, включая решение задач с помощью различных типов произведений векторов.

Контрольная работа по теме «Аналитическая геометрия, элементы математического анализа функций одной переменной» (контрольная работа № 2 в 1 семестре). В эту работу входят задания на нахождение уравнений прямых и плоскостей, а также на взаимное расположение прямых, взаимное расположение плоскостей, а также прямых и плоскостей. Предел функции. Дифференциальное исчисление функций одной переменной.

Контрольная работа по теме «Векторные пространства» (контрольная работа № 3 в 1 семестре). В эту работу входят задания, связанные с представлениями n -мерных векторов в базисах пространств. Собственные значения и собственные векторы линейных операторов. Квадратичные формы и их приведение к каноническому виду.

Контрольная работа по теме «Интегральное исчисление функций одной переменной» (контрольная работа № 1 во 2 семестре). В эту работу входят задания на вычисление неопределенных интегралов, определенных интегралов и их приложений, а также определение сходимости несобственных интегралов.

Контрольная работа по теме «Экстремумы функций многих переменных» (контрольная работа № 2 во 2 семестре). В эту работу входят задания на нахождение и определение типов точек локального экстремума функций многих переменных, условных экстремумов, а также нахождение наибольших и наименьших значений дифференцируемых функций в замкнутых областях.

Контрольная работа по теме «Числовые ряды и дифференциальные уравнения» (контрольная работа № 3 во 2 семестре). В эту работу входят задания, связанные с исследованием сходимости числовых рядов. Решение некоторых типов дифференциальных уравнений первого порядка, а также однородных и неоднородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Решение разностных уравнений.

Примерная тематика практических занятий (дневное отделение)

1 семестр

1. Действия над матрицами.
2. Вычисление определителей.
3. Обратная матрица. Вычисление ранга матрицы.
4. Решение систем линейных уравнений.
5. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений.
6. Разрешимость систем линейных уравнений.
7. Векторы.
8. Векторное произведение векторов.
9. Смешанное произведение векторов.
10. (Контрольная точка №1) Контрольная работа № 1.
11. Уравнения плоскостей.

12. Уравнения прямых.
13. Взаимное расположение прямых. Взаимное расположение прямой и плоскости, а также плоскостей.
14. Выполнение задания на определение взаимного расположения прямых, прямых и плоскостей, плоскостей.
15. Предел последовательности.
16. Вычисление пределов последовательностей.
17. Простейшие приемы вычисления пределов функций.
18. Вычисление пределов с помощью замечательных.
19. Точки разрыва и их классификация.
20. (Контрольная точка № 2) Контрольная работа № 2.
21. Таблица производных (самостоятельная работа на 10 мин, Контрольная точка № 3). Вычисление производных. Вычисление производных сложных функций.
22. Дифференциалы и производные высших порядков.
23. Вычисление пределов с помощью правила Лопиталя.
24. Формула Тейлора.
25. Применение производных к исследованию свойств функций.
26. Локальные экстремумы. Задачи на наибольшее и наименьшее значения функций.
27. Построение графиков функций.
28. (Контрольная точка № 4) Выполнение задания на исследование свойств функций с помощью производных и построение графиков функций.
29. Векторные (линейные) пространства.
30. Собственные значения и собственные векторы линейных операторов.
31. Квадратичные формы n переменных. Приведение к каноническому виду.
32. (Контрольная точка № 5) Контрольная работа № 3.

2 семестр

1. Линейные модели.
 2. Графический метод решения задач линейного программирования. (Контрольная точка №1) Выполнение индивидуального задания на моделирование и графический метод решения задач линейного программирования.
 3. Симплекс-метод.
 4. Метод искусственного базиса.
 5. Первообразная и неопределенный интеграл.
 6. Таблица неопределенных интегралов. (Контрольная точка №2)
- Простейшие методы интегрирования.
7. Интегрирование рациональных функций.
 8. Некоторые интегралы от иррациональных функций.
 9. Интегрирование тригонометрических функций.

10. Методы вычисления определенных интегралов
11. Геометрические приложения определенных интегралов.
12. Экономические приложения определенных интегралов.
13. Несобственные интегралы.
14. Сходимость несобственных интегралов.
15. (Контрольная точка №3) Контрольная работа № 1.
16. Функции многих переменных. Предел и непрерывность.
17. Дифференцирование функций многих переменных.
18. Дифференциал и приближенные вычисления.
19. Производные и дифференциалы высших порядков.
20. Экстремумы.
21. Условные экстремумы.
22. Наибольшее и наименьшее значения функции в замкнутой области.
23. (Контрольная точка №4) Контрольная работа № 2.
24. Числовые ряды. Сходимость положительных рядов.
25. Числовые ряды с произвольными членами.
26. Степенные ряды.
27. Дифференциальные уравнения.
28. Простейшие типы дифференциальных уравнений. Дифференциальные уравнения первого порядка.
30. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка со специальной правой частью.
32. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка со специальной правой частью.
33. Разностные уравнения.
34. (Контрольная точка №5) Контрольная работа № 3.

Примерная тематика практических занятий (заочное и заочное сокращенное отделение)

1 семестр

Занятие № 1. Матрицы. Определители. Обратная матрица. Ранг матрицы.

Занятие № 2. Системы линейных уравнений (метод обратной матрицы, формулы Крамера). Построение и исследование общего решения методом Жордана-Гаусса. Продуктивность матрицы.

Занятие № 3. Векторы на плоскости и в пространстве. Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов. Линейное (векторное) пространство. Ранг и базис системы векторов. Однородные системы уравнений.

Занятие № 4. Квадратичные формы. Критерий Сильвестра. Прямая линия на плоскости. Плоскость и прямая в пространстве.

Занятие № 5. Функция. Сложная функция. Обратная функция. Предел функции по Коши и по Гейне. Бесконечно малые и бесконечно большие

функции. Элементарные приемы раскрытия неопределенностей. Производная функции. Таблица производных.

Занятие № 6. Производная функций, заданных неявно и параметрически. Производные высших порядков. Дифференциалы первого и второго порядков. Правило Лопиталя раскрытия неопределенностей. Интервалы монотонности. Экстремум функции. Наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке. Выпуклость вверх и выпуклость вниз. Точки перегиба. Эластичность.

Итоговая контрольная работа.

2 семестр

Занятие № 1. Метод интегрирования подстановкой (заменой переменной). Метод интегрирования по частям. Интегрирование рациональных дробей. Интегрирование некоторых иррациональных функций. Интегрирование тригонометрических функций. Сведения об «неберущихся» интегралах.

Занятие № 2. Определенный интеграл. Понятие определенного интеграла. Формула Ньютона – Лейбница. Свойства определенного интеграла. Вычисления определенных интегралов. Замена переменной в определенном интеграле. Интегрирование по частям. Приложения определенного интеграла к задачам геометрии. Несобственные интегралы.

Занятие № 3. Функции многих переменных. Определение функции n - переменных. Предел функции. Непрерывность функции. Линии и поверхности уровня. Частные производные первого порядка. Производная по направлению. Градиент. Дифференциал. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Экстремумы функций. Необходимые условия экстремума. Достаточные условия экстремума. Наибольшее и наименьшее значение функции в ограниченной замкнутой области.

Занятие № 4. Числовые ряды. Необходимый признак сходимости. Свойства сходящихся рядов. Признаки сходимости положительных рядов. Предельный признак сравнения. Признак Даламбера. Признак Коши. Интегральный признак Коши. Обобщенный гармонический ряд. Знакопеременный ряд. Знакопеременный ряд. Признак Лейбница. Степенные ряды. Теорема Абеля. Радиус и интервал сходимости. Область сходимости.

Занятие № 5. Дифференциальные уравнения. Задача Коши. Общее решение дифференциального уравнения. Уравнение с разделяющимися переменными. Линейное дифференциальное уравнение первого порядка. Линейное неоднородное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами и специальной правой частью. Приложения дифференциальных уравнений к решению экономических задач.

Занятие № 6. Разностные уравнения. Разностные уравнения с постоянными коэффициентами первого порядка. Разностные уравнения с постоянными

коэффициентами второго порядка. Приложения разностных уравнений к решению экономических задач.

Линейное программирование. Примеры составления оптимизационных математических моделей экономических задач. Общая задача линейного программирования. Графический метод решения задач линейного программирования с двумя переменными.

Описание инновационных подходов и методов к преподаванию учебной дисциплины (эвристический, проективный, практико-ориентированный)

При проведении занятий по дисциплине «Высшая математика» используется **практико-ориентированный подход**, который предполагает:

- освоение содержания образования через решения практических задач;
- приобретение навыков эффективного выполнения разных видов профессиональной деятельности;
- ориентацию на генерирование идей, реализацию групповых студенческих проектов, развитие предпринимательской культуры;
- использованию процедур, способов оценивания, фиксирующих сформированность профессиональных компетенций.

При организации образовательного процесса используется **метод учебной дискуссии**, который предполагает участие студентов в целенаправленном обмене мнениями, идеями для предъявления и/или согласования существующих позиций по определенной проблеме.

Использование метода обеспечивает появление нового уровня понимания изучаемой темы, применение знаний (теорий, концепций) при решении проблем, определение способов их решения.

При организации образовательного процесса **используются методы и приемы развития критического мышления**, которые представляют собой систему, формирующую навыки работы с информацией в процессе чтения и письма, а также понимание информации как отправного, а не конечного пункта критического мышления.

При проведении практических занятий **используется метод группового обучения**, который представляет собой форму организации учебно-познавательной деятельности обучающихся, предполагающую функционирование разных типов малых групп, работающих как над общими, так и специфическими учебными заданиями.

Методические рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся

Для организации самостоятельной работы студентов активно применяются современные информационные технологии, в том числе в сетевом доступе размещены сборник задач и упражнений по высшей математике для

экономических специальностей в электронной форме, вопросы к экзамену, образцы экзаменационных заданий, методические рекомендации.

Эффективность самостоятельной работы студентов проверяется в ходе текущего и итогового контроля знаний. Для общей оценки качества усвоения студентами учебного материала используется рейтинговая система.

Экзаменационные вопросы по дисциплине «Высшая математика»

1-й семестр

Теоретические вопросы.

1. Основные понятия. Действия над матрицами. Сложение. Умножение на число. Согласованные матрицы. Произведение матриц.
2. Транспонирование матрицы. Элементарные преобразования матриц.
3. Свойства определителей. Правила вычисления определителей 2-го и 3-го порядков: формулы вычисления, метод разложения по строке или столбцу. Вычисление определителей любого порядка с помощью метода разложения по строке или столбцу.
4. Обратная матрица и ее нахождение (с помощью алгебраических дополнений, с помощью метода элементарных преобразований).
5. Ранг матрицы. Свойства ранга матрицы. Вычисление ранга матрицы (метод элементарных преобразований, метод окаймляющих миноров).
6. Решение систем линейных уравнений методом обратной матрицы. Формулы Крамера. Теорема Кронекера-Капелли. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса.
7. Системы линейных однородных уравнений. Решение произвольной системы линейных уравнений. Исследование разрешимости систем линейных уравнений.
8. Понятие векторов на плоскости и в пространстве. Свободные векторы. Коллинеарность векторов. Компланарность векторов.
9. Линейные операции над векторами. Сумма векторов. Правило треугольника. Произведение вектора на число. Проекция вектора на ось. Основные свойства проекций. Разложение вектора по ортам координатных осей. Модуль (длина) вектора. Направляющие косинусы.
10. Линейная зависимость, линейная независимость векторов. Базис.
11. Определение скалярного произведения. Свойства скалярного произведения. Выражения скалярного произведения через координаты. Угол между векторами, перпендикулярность векторов.
12. Определение векторного произведения. Свойства векторного произведения. Координатные представления векторного произведения.
13. Определение смешанного произведения, его геометрический смысл. Свойства смешанного произведения. Выражения смешанного произведения через координаты. Компланарность векторов в терминах смешанного произведения.
14. Уравнение плоскости, проходящей через данную точку перпендикулярно данному вектору. Общее уравнение плоскости. Уравнение плоскости,

- проходящей через три данные точки. Уравнение плоскости в отрезках. Нормальное уравнение плоскости.
15. Угол между двумя плоскостями. Условие перпендикулярности и параллельности двух плоскостей.
 16. Расстояние от точки до плоскости. Расстояние между двумя параллельными плоскостями.
 17. Векторное уравнение прямой. Параметрические уравнения прямой. Канонические уравнения прямой. Уравнение прямой в пространстве, проходящей через две точки. Общее уравнение прямой. Прямая как линия пересечения двух плоскостей.
 18. Угол между прямыми. Условие перпендикулярности и параллельности прямых. Угол между прямыми в пространстве и на плоскости. Расстояние между двумя прямыми.
 19. Угол между прямой и плоскостью. Условие перпендикулярности и параллельности прямой и плоскости. Взаимное расположение прямой и плоскости. Пересечение прямой с плоскостью. Нахождение точки пересечения прямой и плоскости.
 20. Понятие действительного числа. Числовые множества. Абсолютная величина действительного числа. Окрестность точки.
 21. Определение функции. Способы задания функции. Простейшие свойства функций. Четность, нечетность, периодичность, монотонность, ограниченность.
 22. Основные элементарные функции. Элементарные функции. Обратная функция. Сложная функция. Явное задание функции. Неявное задание функции. Функции, заданные параметрически.
 23. Определение числовой последовательности. Определение предела числовой последовательности. Единственность предела сходящейся последовательности. Ограниченность сходящейся последовательности.
 24. Бесконечно малые и бесконечно большие числовые последовательности и их свойства. Арифметические свойства сходящихся последовательностей. Предельный переход в неравенствах.
 25. Лемма «о двух милиционерах». Монотонные последовательности. Число « e ». Экономическая интерпретация числа « e ».
 26. Предел функции в точке (определение в терминах последовательностей или определение по Гейне, определение в терминах $\epsilon - \delta$).
 27. Односторонние пределы. Предел функции на бесконечности. Бесконечно малые величины. Связь между функцией, ее пределом и бесконечно малой функцией. Основные теоремы о пределах. Признаки существования пределов.
 28. Замечательные пределы. Вычисление пределов с помощью применения замечательных пределов. Предел монотонной функции.
 29. Непрерывность функции в точке. Два определения непрерывности функции в точке. Свойства функций непрерывных в точке.

30. Непрерывность функции на отрезке. Теорема Вейерштрасса о наибольших и наименьших значениях функции на отрезке.
31. Теорема Коши о промежуточных значениях. Точки разрыва функции и их классификация.
32. Определение производной. Геометрический смысл производной. Механический смысл производной. Экономический смысл производной.
33. Правила дифференцирования (арифметика производных, производная сложной функции). Производные основных элементарных функций. Производная функции. Производная обратной функции. Дифференцирование неявно заданных функций. Дифференцирование функций заданных параметрически. Логарифмическое дифференцирование.
34. Производные высших порядков. Экономические приложения производной: производительность труда, темп изменения функции, эластичность функции.
35. Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши. Правило Лопиталя раскрытия неопределенностей.
36. Дифференциал функции. Понятие дифференциала. Геометрический смысл дифференциала. Приближенное вычисление при помощи дифференциала.
37. Дифференциалы высших порядков. Основные формулы дифференциалов.
38. Формула Тейлора для многочлена. Формула Тейлора для произвольной функции. Остаточный член в форме Пеано и Лагранжа. Формула Маклорена. Пять основных разложений по формуле Маклорена.
39. Возрастание и убывание функций. Необходимые условия возрастания и убывания функций и достаточные условия возрастания и убывания функций.
40. Максимумы и минимумы функций. Необходимое условие экстремума. Первое достаточное условие экстремума (в терминах «перемены знаков» производной). Второе достаточное условие экстремума (в терминах вторых производных). Третье достаточное условие (в терминах производных высших порядков).
41. Наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке.
42. Выпуклость функции. Точки перегиба. Условия выпуклости функций. Необходимое и достаточное условия существования точек перегиба.
43. Асимптоты графика функции. Нахождение вертикальных и наклонных асимптот.
4. Полное исследование функции и построение графика функции.
45. Основные определения и аксиомы линейных (векторных) пространств. Примеры линейных пространств.
46. Линейная зависимость системы векторов. Базис. Размерность. Матрица перехода.
47. Размерность и базис пространства. Переход к новому базису.
48. Линейные операторы. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора.

49. Основные определения. Закон инерции квадратичных форм. Положительно-определенные квадратичные формы. Канонический базис.
 50. Условия Якоби. Приведение к канонической форме, метод Лагранжа, метод ортогональных преобразований.

Примеры практических заданий

1. Вычислить определитель матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 4 & 0 & -1 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.
2. Найти ранг матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & 0 & -1 \\ -4 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.
3. Найти матрицу, обратную матрице $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 4 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.
4. Решить систему уравнений $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 5, \\ x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 3. \end{cases}$
5. При каких значениях параметра a система уравнений совместна?
 $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 5, \\ x_1 - 3x_2 + 4x_3 = a, \\ 4x_1 - 3x_2 + 7x_3 = 1. \end{cases}$
6. Найти общее решение системы уравнений $\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 0, \\ -x_1 + x_2 + x_3 = 0, \\ -x_1 + 6x_2 - x_3 = 0. \end{cases}$
7. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку $A(2, 1, 3)$ параллельно плоскости $x - 3y + 2z + 8 = 0$.
8. Найти уравнения перпендикуляра к плоскости $x - 2y + z - 9 = 0$, проходящего через точку $A(1, -2, 1)$.
9. Написать уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых $x - 2y = 1$ и $2x + y = 3$ параллельно прямой $2x - 3y - 5 = 0$.
10. Найти расстояние между прямыми $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+2}{1}$ и $\frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+2}{1}$.
11. Найти объем треугольной пирамиды с вершинами $A(1, -2, 1)$, $B(0, -2, -1)$, $C(1, 2, 4)$, $D(2, 1, -2)$.
12. Найти объем параллелепипеда, образованного векторами $\overrightarrow{AB} = (2, 1, 3)$, $\overrightarrow{AC} = (-1, 1, 0)$, $\overrightarrow{AD} = (2, -1, 3)$.
13. Доказать по определению, что $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n+3}{n+4} = 2$.
14. Найти предел последовательности $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^3 - 5n^2 - 7n + 3}{n^3 + 4n^2 - 7n + 2}$.
15. Найти предел последовательности $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n}(\sqrt{2n+3} - \sqrt{2n-5})$.

16. Не используя правило Лопиталя вычислить предел функции $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 2x^2}{x^2 - 3} - x$.

17. Не используя правило Лопиталя вычислить предел функции $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{4x-3} - 1}{\sqrt{2x+2} - 2}$.

18. Не используя правило Лопиталя вычислить предел функции $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 3x - \cos 7x}{\sin^2 x}$.

19. Вычислить производную $f(x) = e^{\frac{x + \ln \frac{x+2}{x-2}}$.

20. Написать первые 4 члена в разложении функции $y = \sin^2 3x$ по формуле Тейлора в точке $x = 0$.

21. Найти промежутки монотонности функции $f(x) = x^3 + 6x^2 + 9x - 2$.

22. Исследовать на экстремум $f(x) = x^3 - 9x^2 + 15x + 9$.

23. Найти промежутки и направление выпуклости и точки перегиба $f(x) = x^4 - 10x^3 + 36x^2 + 12x - 24$.

24. Вычислить, используя правило Лопиталя $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 2x^2 + 1}{2x^3 + 3x^2 - x + 5}$.

Линейные операторы.

25. Найти собственные числа и собственные векторы матрицы $\begin{pmatrix} -5 & 2 \\ -6 & 2 \end{pmatrix}$.

26. Дана структурная матрицы торговли между двумя странами $A = \begin{pmatrix} \frac{2}{3} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$.

Найти соотношение между государственными бюджетами x_1, x_2 этих стран, чтобы торговля была взаимовыгодной.

Квадратичные формы.

27. Найти все значения λ , при которых отрицательно определена квадратичная форма $2x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 - 4x_1x_2 + 2x_1x_3 + 2x_2x_3$.

28. Методом ортогональных преобразований привести квадратичную форму $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 - 4x_1x_2 + 2x_1x_3 + 2x_2x_3$ к каноническому виду.

29. Методом Лагранжа привести квадратичную форму $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 - 4x_1x_2 + 2x_1x_3 + 2x_2x_3$ к каноническому виду.

Экзаменационные вопросы по дисциплине «Высшая математика»

2-й семестр

Теоретические вопросы.

1. Линейные модели.
2. Графический метод решения задач линейного программирования.
3. Симплекс-метод.
4. Теория двойственности в задачах линейного программирования.

5. Понятие о неопределенном интеграле. Простейшие свойства.
6. Таблица неопределенных интегралов. Замена переменных в неопределенном интеграле. Интегрирование по частям.
7. Интегрирование рациональных функций.
8. Интегрирование выражений, содержащих иррациональности.
9. Интегралы от тригонометрических функций.
10. Понятие определенного интеграла. Свойства. Существование определенного интеграла.
11. Формула Ньютона-Лейбница.
12. Теоремы о среднем значении для определенных интегралов. Приложения (применение теорем о среднем в экономике).
13. Геометрические приложения определенных интегралов.
14. Понятие об интегралах по неограниченному промежутку и интегралов от неограниченных функций.
15. Методы вычисления несобственных интегралов.
16. Сходимость несобственных интегралов. Специальные признаки сходимости несобственных интегралов. Теоремы сравнения.
17. Необходимость использования функций многих переменных в экономико-математических моделях.
18. Понятие функции многих переменных. Примеры функций многих переменных, используемых в экономике (линейные, квадратичные, функции полезности, производственные функции).
19. Предел и его существование. Повторные пределы.
20. Частные производные. Геометрический смысл частных производных.
21. Дифференциал и его связь с частными производными.
22. Производные по направлениям, градиент. Геометрический смысл градиента.
23. Локальный экстремум, необходимые условия локального экстремума, достаточные условия локального экстремума.
24. Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа.
25. Абсолютный экстремум на ограниченной замкнутой области.
26. Понятие двойного интеграла. Методы вычисления. Решение геометрических и экономических задач. Понятие о несобственных двойных интегралах.
27. Понятие числовых рядов. Сходимость. Необходимое условие сходимости. Признаки сравнения.
28. Признаки сходимости числовых рядов (признаки Даламбера, Коши, интегральный признак).
29. Сходимость рядов с произвольными членами. Признак Лейбница.
30. Определение степенного ряда. Область сходимости.
31. Свойства степенных рядов. Ряд Тейлора. Основные разложения функций в ряд Тейлора.
32. Общее и частное решение дифференциальных уравнений. Задача Коши.

33. Разрешимость дифференциальных уравнений. Теоремы существования и единственности.
34. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными. Уравнения в полных дифференциалах. Однородные дифференциальные уравнения. Линейные дифференциальные уравнения 1-го порядка.
35. Дифференциальные уравнения 2-го порядка. Структура общего решения однородных и неоднородных дифференциальных уравнений. Линейные однородные дифференциальные уравнения 2-го порядка. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения 2-го порядка.
36. Применение дифференциальных уравнений в экономике.

Примеры практических заданий

1. Линейное программирование.

- 1) Решить графическим методом задачу линейного программирования

$$\max Z = 6x_1 - 2x_2,$$

$$x_1 - x_2 \leq 1,$$

$$3x_1 - x_2 \leq 6$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$$

2. Вычисление неопределенных интегралов

1) $\frac{2\sqrt{x} - 3\sqrt[3]{x} - 2}{x^2} dx$

2) $\frac{\ln^2 x + \sqrt{\ln x}}{x} dx$

3) $\frac{\cos \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$

4) $(x^2 + 2x + 3) \cos x dx$

5) $\frac{x^2 + 3x + 5}{x + 4} dx$

6) $\frac{dx}{x^3 + x}$

7) $\frac{dx}{(x-1)(x+2)^2}$

8) $\frac{x-8}{x^3 - x^2 + 2x + 4} dx$

9) $\frac{\sqrt[6]{x}}{1 + \sqrt[3]{x}} dx$

10) $\frac{1}{\sqrt[3]{x^2} (\sqrt[6]{x} + 1)^8} dx$

11) $\sin^7 x \cos x dx$

$$12) \frac{1}{5 + 2 \sin x - \cos x} dx$$

3. Вычисление определенных интегралов и исследование сходимости несобственных интегралов.

- 1) Вычислить определенный интеграл $\int_2^9 \frac{x}{\sqrt[3]{x-1}} dx$ заменой переменной интегрирования.
- 2) Вычислить определенный интеграл $\int_0^1 x e^{\frac{x}{2}} dx$, применяя формулу интегрирования по частям.
- 3) Вычислить определенный интеграл $\int_0^1 \frac{x^2 + 2x + 6}{(x+1)(x+2)} dx$.
- 4) Исследовать сходимость несобственного интеграла $\int_1^* \frac{1}{x\sqrt{x}} dx$.
- 5) Исследовать сходимость несобственного интеграла $\int_0^* \sin 5x dx$.

4. Применение определенного интеграла в геометрии и экономике.

- 1) Вычислить площадь фигуры, ограниченной графиками функций $y = -x^2 + 4x - 1$, $y = -x - 1$.
- 2) Вычислить длину дуги кривой $x = a(2 \cos t - \cos 2t)$
 $y = a(2 \sin t - \sin 2t)$
- 3) Распределение доходов в регионе описывается функцией Лоренца $f(x) = 0.96x^2 + 0.04x$. Какую часть дохода получают 10% наиболее низко оплачиваемого населения? Вычислить коэффициент Джини неравномерности распределения совокупного дохода.
- 4) В течении рабочего дня производительность труда меняется по закону $f(t) = 32 + 4t - t^2$. Сколько продукции будет изготовлено за второй час работы?
- 5) Найти среднее значение издержек $K(x) = x^2 + 2$, выраженных в денежных единицах, если объем продукции x изменяется от $x_1 = 1$ до $x_2 = 5$.

5. Функции двух переменных.

- 1) Построить линии уровня функции $z = x^2 + y^2 + 2x - 4y + 3$.
- 2) Вычислить дифференциалы первого и второго порядка функции $z = \sin(x^2 + y^3)$.
- 3) Вычислить дифференциалы первого и второго порядка функции $z = e^{3x \cos 2y}$
- 4) Вычислить производную функции $z = 2(x + y) - x^2 - y^2$ в точке $A(0;0)$ по направлению к точке $B(2;3)$.

- 5) Найти направление максимального роста функции $z = 2(x + y) - x^2 - y^2$ в точке $A(1;1)$.

6. Экстремум функции двух переменных.

- 1) Исследовать на экстремум функцию $z(x, y) = x^2 - xy + y^2 + 9x - 6y + 20$.
- 2) Найти условный экстремум функции $z(x, y) = x^2 - y^2$, если $x + 2y - 6 = 0$.
- 3) Найти условный экстремум функции $z(x, y) = 8 - 2x - 4y$, если $x^2 + 2y^2 = 12$.
- 4) Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = 10 + 2xy - x^2$ в замкнутой области $\bar{D}: 0 \leq y \leq 4 - x^2$.

7. Числовые и степенные ряды.

- 1) Вычислить сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$.
- 2) Исследовать сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!} \left(\frac{2}{5}\right)^n$.
- 3) Исследовать сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt{n+1}}$.
- 4) Исследовать сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n^3 + 2}}{n^2 \sin^2 n}$.
- 5) Найти область сходимости степенного ряда $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{2^k}{k} x^k$.

8. Дифференциальные уравнения.

- 1) $ye^{2x}dx + (1 + e^{2x})dy = 0$.
- 2) $(y^4 - 2x^3y)dx + (x^4 - 2y^3x)dy = 0$.
- 3) Решить методом Бернулли и методом Лагранжа $xy' - 4y = 2x^2 - 3x$.
- 4) Решить методом Бернулли и методом Лагранжа $y' \sin x - y \cos x = \sin x - x \cos x$.
- 5) Найти решение задачи Коши для дифференциального уравнения $y' - 2y = e^{-x}$, $y(0) = -1$.
- 6) Решить дифференциальное уравнение $y'' + 2y' + 2y = 6x^2 + 14x + 6$.
- 7) Решить дифференциальное уравнение $y'' + 3y' + 2y = 26 \sin(x/3) - 8 \cos(x/3)$.
- 8) Найти решение задачи Коши для дифференциального уравнения $y'' - 4y' + 4y = e^{2x}$, $y(0) = 1/4$, $y'(0) = 1/8$.

**Экзаменационные вопросы по дисциплине «Высшая математика»
(заочное и заочное сокращенное отделение)**

1-й семестр

Теоретические вопросы.

1. Понятие матрицы, размер матрицы, элементы матрицы. Виды матриц. Умножение матрицы на число, сложение, умножение, транспонирование матриц. Свойства матричных операций.
2. Суммирование. Понятие определителя порядка n . Определители 2-го и 3-го порядка. Миноры, алгебраические дополнения. Теорема Лапласа. Свойства определителя матрицы. Вычисление определителей порядка n .
3. Обратная матрица. Алгоритм вычисления обратной матрицы. Нахождение обратной матрицы с использованием метода элементарных преобразований. Ранг матрицы. Вычисление ранга матрицы с помощью метода окаймления. Вычисление ранга матрицы с помощью элементарных преобразований.
4. Системы линейных алгебраических уравнений, общие понятия и определения. Элементарные преобразования системы линейных уравнений. Формулы Крамера. Матричный метод решения системы линейных уравнений. Теорема Кронекера – Капелли. Метод Жордана-Гаусса. Построение и исследование общего решения методом Жордана-Гаусса.
5. Межотраслевой баланс. Основные предположения о свойствах экономической системы. Общая схема межотраслевого баланса. Математическая модель межотраслевого баланса. Матрица прямых затрат. Матрица полных затрат. Признаки продуктивности матрицы.
6. Понятие вектора на плоскости и в трехмерном пространстве. Основные линейные операции над векторами. Базис на плоскости и в пространстве. Декартова система координат. Радиус-вектор и координаты точки. Деление отрезка в данном отношении. Скалярное произведение векторов, его свойства и экономическая интерпретация. Условие ортогональности двух векторов. Векторное произведение векторов, его свойства и геометрический смысл. Смешанное произведение векторов, его геометрический смысл. Условие компланарности трех векторов.
7. Уравнение линии на плоскости. Уравнение прямой, проходящей через данную точку перпендикулярно и параллельно данному вектору. Общее уравнение прямой. Уравнение прямой, проходящей через данные две точки. Параметрическое уравнение прямой. Уравнения прямой с угловым коэффициентом, проходящей через данную точку. Расстояние от точки до прямой. Взаимное расположение прямых на плоскости.
8. Эллипс, гипербола, парабола. Канонические уравнения кривых 2-го порядка. Кривые 2-го порядка в экономике. Сведения о поверхностях второго порядка.
9. Плоскость в пространстве. Уравнение плоскости, проходящей через данную точку перпендикулярно данному вектору. Общее уравнение плоскости. Уравнение плоскости, проходящей через три данные точки. Уравнение плоскости в отрезках. Расстояние от точки до плоскости. Каноническое и

параметрическое уравнение прямой. Общее уравнение прямой. Угол между прямыми. Взаимное расположение прямых. Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве

10. Комплексные числа. Алгебраическая форма комплексного числа. Тригонометрическая форма комплексного числа. Действия над комплексными числами в алгебраической форме. Действия над комплексными числами в тригонометрической форме.

11. Линейное (векторное) пространство. Линейная зависимость и независимость системы векторов. Ранг системы векторов. Базис системы векторов. Решения системы линейных однородных уравнений. Общее решение системы линейных уравнений. Структура общего решения.

12. Евклидово пространство. Норма вектора и ее свойства. Ортогональный и ортонормированный базисы. Процесс ортогонализации Грамма-Шмидта. Линейные операторы. Матрица линейного оператора. Действия над линейными операторами. Зависимость между матрицами одного и того же оператора в разных базисах.

13. Ортогональные матрицы и операторы. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора. Квадратичная форма и её матрица. Преобразование квадратичной формы при линейном преобразовании переменных. Канонический вид квадратичной формы. Закон инерции квадратичных форм.

14. Свойства симметричного оператора (матрицы). Приведение квадратичной формы к каноническому виду с помощью ортогонального преобразования. Приведение уравнения кривой второго порядка к каноническому виду. Положительно (отрицательно) определенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра.

15. Основные понятия теории множеств. Операции над множествами. Числовые множества. Числовые промежутки. Абсолютная величина действительного числа. Окрестность точки. Определение функции. График функции. Четность и нечетность функции. Периодичность функции. Возрастание и убывание функции.

16. Сложная функция. Обратная функция. Ограниченная функция. Основные элементарные функции и их графики. Элементарные функции. Классификация функций. Преобразование графиков.

17. Числовая последовательность. Последовательности: ограниченные сверху, ограниченные снизу, ограниченные, возрастающие (убывающие), монотонные. Действия над последовательностями. Определение предела последовательности. Предельный переход в неравенствах. Монотонные, ограниченные последовательности. Число e и его экономическая интерпретация.

18. Предел функции. Геометрический смысл. Определение предела функции по Коши и по Гейне. Определение предела функции на бесконечности. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Операции над пределами функций.

19. Признаки существования пределов. Неопределенности. Замечательные пределы. Элементарные приемы раскрытия неопределенностей. Пределы функций и неравенства. Сравнение бесконечно малых функций. Эквивалентные бесконечно малые функции. Применение эквивалентных бесконечно малых функций при вычислении пределов. Связь между бесконечно малыми и бесконечно большими функциями.
20. Определение односторонних пределов функции в точке. Определение непрерывности функции в точке. Точки разрыва функции. Свойства функций, непрерывных в точке. Свойства функций, непрерывных на отрезке. Непрерывность обратной функции.
21. Определение производной. Правила дифференцирования. Производная сложной функции. Таблица основных производных. Геометрический смысл производной. Механический смысл производной. Экономический смысл производной. Производная функции, заданной параметрически. Производная неявной функции. Производные высших порядков.
22. Дифференциалы первого и второго порядков. Применение дифференциала к приближенным вычислениям. Абсолютная погрешность. Относительная погрешность. Эластичность.
23. Основные теоремы дифференциального исчисления. Теорема Ферма. Теорема Ролля. Теорема Лагранжа. Теорема Коши. Правило Лопиталя раскрытия неопределенностей.
24. Интервалы монотонности. Экстремум функции. Необходимое условие локального экстремума. Достаточное условие экстремума. Наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке. Выпуклость вверх и выпуклость вниз. Точки перегиба.
25. Вертикальные, горизонтальные и наклонные асимптоты. Общая схема исследования функции и построения ее графика. Примеры.
26. Ряды Тейлора и Маклорена. Разложение в ряд Маклорена элементарных функций.
27. Абсолютные и относительные показатели в экономике. Суммарная величина. Средняя величина. Предельная (маржинальная) величина. Максимизация прибыли.

**Экзаменационные вопросы по дисциплине «Высшая математика»
(заочное и заочное сокращенное отделение)**

2-й семестр

Теоретические вопросы.

1. Общие сведения о математическом программировании. Примеры составления математических моделей экономических задач. Общая задача линейного программирования. Приведение общей задачи линейного программирования к канонической форме.
2. Геометрическая интерпретация задач линейного программирования. Графический метод решения задач линейного программирования с двумя переменными. Свойства решений задач линейного программирования.

3. Первообразная. Неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла и таблица простейших интегралов.
4. Метод непосредственного интегрирования. Метод интегрирования подстановкой (заменой переменной). Метод интегрирования по частям.
5. Разложение рациональной дроби на простейшие. Интегрирование простейших рациональных дробей. Интегрирование произвольных рациональных дробей.
6. Интегрирование функций, содержащих рациональные степени переменной. Интегрирование функций, содержащих рациональные степени дробно-рациональных функций. Квадратичные иррациональности.
7. Интегралы вида $R(\sin x, \cos x) dx$, $\sin^m x \cos^n x dx$. Интегрирование функций $\sin nx \cos mx$, $\cos nx \cos mx$, $\sin nx \sin mx$. Сведения о «неберущихся» интегралах.
8. Понятие определенного интеграла. Формула Ньютона – Лейбница. Свойства определенного интеграла.
9. Вычисления определенных интегралов. Замена переменной в определенном интеграле. Интегрирование по частям. Приложения определенного интеграла к задачам геометрии.
10. Интегралы с бесконечным промежутком интегрирования. Интегралы от разрывных функций. Признаки сходимости.
11. Приближенное вычисление определенного интеграла. Формула прямоугольников. Формула трапеций. Формула парабол (Симпсона).
12. Коэффициент неравномерности распределения дохода. Кривая обучения. Выигрыш потребителей и выигрыш поставщиков. Среднее значение. Объем выпускаемой продукции.
13. Пространство R^n . Общие сведения (расстояния между точками евклидова пространства R^n , окрестность точки, определение предела последовательности точек, предельные точки, внутренние точки, изолированные точки, открытые множества, замкнутые множества). Функция n переменных. Предел функции. Непрерывность функции. Функция двух переменных. Линии и поверхности уровня.
14. Частные производные первого порядка. Геометрический смысл частных производных функции двух переменных. Производная по направлению. Градиент. Дифференциал. Использование дифференциала для приближенных вычислений. Частные производные и дифференциалы высших порядков.
15. Матрица Гессе. Дифференциал второго порядка функции многих переменных. Безусловные экстремумы функции многих переменных. Необходимые условия экстремума. Достаточные условия экстремума.
16. Условный экстремум. Необходимые условия условного экстремума. Достаточные условия условного экстремума. Наибольшее и наименьшее значение функции в ограниченной замкнутой области. Метод наименьших

квадратов. Линейная зависимость. Квадратичная зависимость. Производственная функция.

17. Интерполирование.

18. Определение двойного интеграла. Геометрический смысл двойного интеграла. Основные свойства двойного интеграла. Вычисление двойного интеграла в декартовых координатах. Применение двойного интеграла в геометрии.

19. Понятие числового ряда. Необходимый признак сходимости ряда. Свойства сходящихся рядов. Гармонический ряд. Ряд геометрической прогрессии. Признаки сходимости положительных рядов. Признаки сравнения положительных рядов. Признак Даламбера. Признак Коши. Интегральный признак Коши. Обобщенный гармонический ряд.

20. Знакопеременный ряд. Абсолютно и условно сходящиеся ряды. Теорема Римана. Знакопередающий ряд. Признак Лейбница.

21. Сходимость степенного ряда. Теорема Абеля. Радиус и интервал сходимости. Свойства степенных рядов. Разложение функции в степенные ряды. Ряды Тейлора и Маклорена. Разложение в ряд Маклорена элементарных функций. Применение рядов в приближенных вычислениях.

22. Дифференциальные уравнения (общие сведения). Задача Коши. Общее решение обыкновенного дифференциального уравнения. Геометрический смысл дифференциального уравнения первого порядка.

23. Уравнение с разделяющимися переменными. Однородное уравнение. Линейное дифференциальное уравнение первого порядка. Уравнение Бернулли. Уравнения в полных дифференциалах. Уравнения n -го порядка, допускающие понижение порядка.

24. Линейное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами. Линейные неоднородные уравнения с постоянными коэффициентами и специальной правой частью.

25. Системы линейных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами.

26. Приложения дифференциальных уравнений к решению экономических задач. Общие сведения. Эластичность и функция спроса. Уравнение снабжения. Простейшая демографическая модель. Макроэкономическая модель Кейнса.

27. Разностные уравнения с постоянными коэффициентами первого порядка. Разностные уравнения с постоянными коэффициентами второго порядка.

28. Приложения разностных уравнений к решению экономических задач. Модель Самуэльсона-Хикса. Паутинная модель рынка. Определение текущей стоимости купонной облигации. Подсчет прироста денежного вклада, положенного в сбербанк под сложный процент.

ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УВО

Название учебной дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
Теория вероятностей и математическая статистика	Аналитической экономики и эконометрики	нет	Протокол № 4 от 25.11.2022 г.
Статистика	Аналитической экономики и эконометрики	нет	Протокол № 4 от 25.11.2022 г.
Эконометрика	Аналитической экономики и эконометрики	нет	Протокол № 4 от 25.11.2022 г.
Теория игр и исследование операций	Аналитической экономики и эконометрики	нет	Протокол № 4 от 25.11.2022 г.

**ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ ПО
ИЗУЧАЕМОЙ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ**

на ____ / ____ учебный год

№ п/п	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры
_____ (протокол № ____ от _____ 201_ г.)

Заведующий кафедрой

УТВЕРЖДАЮ
Декан факультета
