

М. Ю. Барабаненков, Ю. Н. Барабаненков, И. А. Щелоков
РЕЗОНАНСНЫЕ ОПТИЧЕСКИЕ ЭФФЕКТЫ В СПЕКТРАХ
ДВУМЕРНЫХ ДИФРАКЦИОННЫХ РЕШЕТОК И ФОТОННЫХ
СТРУКТУР

Введение

Обнаружение удивительных оптических свойств фотонных структур (ФС) и появление самого этого термина связано с работами Яблоновича [1] и Джона [2], завершившими некоторый этап в развитии двух фундаментальных физических проблем. Это, классическая в квантовой электродинамике задача спонтанного излучения и проблема локализации Андерсоновского типа классических волновых полей.

В 1946 году Парселл [3] высказал соображение о том, что люминесценция атомов не является абсолютно неуправляемым внутренним свойством связи материи и окружающего пространства. В частности, Парселл показал увеличение скорости распада возбужденного состояния двухуровневой системы, находящейся в резонаторе, настроенном на частоту ее перехода. В общем случае, эффективность люминесценции может быть значительно изменена посредством модификации плотности электромагнитных (ЭМ) состояний пространства в спектральном диапазоне, содержащем частоту испускаемых фотонов (см. [4,5] и ссылки).

В работе [1] предложен способ формирования искусственного материала, способного воздействовать на ЭМ поле, т.е. на фотоны, тем же образом, каким кристаллическое поле воздействует на электроны. Периодичность диэлектрического контраста в таком материале приводит к нарушению полной трансляционной симметрии свободного пространства и ЭМ поле приобретает структуру мод. Дисперсионное соотношение для фотонов становится нелинейным $\omega_m \neq c|\vec{k}|$. Каждая (m – ая) дисперсионная ветвь является непрерывной функцией блоховского вектора \vec{k} в зоне Бриллюэна. В зонной структуре возможно появление запрещенной зоны (зон), среди которых различают полную, прямую и стоп-зону [6,7]. Тип зоны определяют соотношением $\omega_{m+1}(\vec{k}) > \omega_m(\vec{k}')$. Если, независимо от поляризации ЭМ волны, это неравенство выполняется для любых \vec{k}, \vec{k}' , то говорят о полной зоне; случай $\vec{k} = \vec{k}'$ соответствует прямой зоне; если же указанное неравенство справедливо только для некоторого значения $\vec{k} = \vec{k}'$, то реализуется т.н. стоп-зона по направлению задаваемому волновым вектором \vec{k} .

нищаемостью ϵ^{bac} . Плоскость xu декартовой системы координат находится на поверхности слоя. Переходная область может иметь подложку в виде однородного слоя. Плоская монохроматическая линейно поляризованная ЭМ волна с длиной волны λ падает на слой из верхнего полупространства. Переходной слой может быть представлен, например, одной из двух нижеследующих моделей. “Однозначная” модель – гофрированная поверхность с профилем в виде периодической функции $z=f(x)$ с треугольной ячейкой в плоскости xz , вытянутой вдоль оси y (рис.1) и “двухзначная” модель – система цилиндров, лежащих параллельно плоскости xu , ориентированных по оси y и эквидистантно расположенных вдоль оси x (рис. 2).

Условие периодичности переходного слоя позволяет записать матричное уравнение Риккати [8]

$$dR_{\mu\nu}/dz - i(\sigma R_{\mu\nu} + R_{\mu\nu}\sigma) = aF(z) + aF(z)R_{\mu\nu} + R_{\mu\nu}aF(z) + R_{\mu\nu}aF(z)R_{\mu\nu}, \quad (1)$$

$$0 < z < h$$

Здесь $R_{\mu\nu}(k_{0x})$ – матричный коэффициент отражения усеченным переходным слоем, т.е. отражения вспомогательной поверхностью $f(x,z)$, являющейся сечением переходного слоя плоскостью $z = const$; h – максимальная глубина профиля поверхности (рис.1); индексы $\mu, \nu = 0, \pm 1, \pm 2$, нумеруют дифрагированные и падающие спектральные порядки. “Начальным” условием для (1) является коэффициент отражения подложки $R(k_{0x})$, т.е. условие $R_{\mu\nu}(k_{0x}) \rightarrow R(k_{0x} + 2\pi\nu/\Lambda)\delta_{\mu-\nu,0}$ при $z \rightarrow 0$.

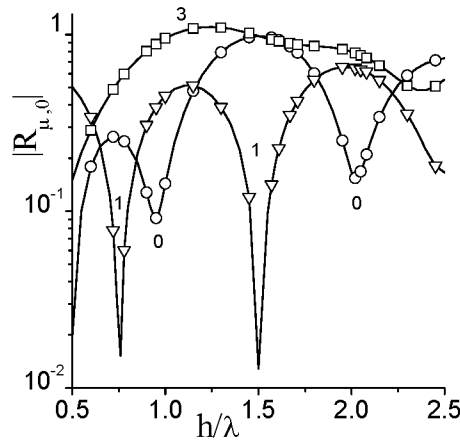


Рис. 2. Зависимость коэффициента отражения ТЕ поляризованной волны ($\lambda = 0.6328$ мкм), нормально падающей из воздуха на серебряную решетку с периодом $\lambda/\Lambda = 1/3 + 10^{-7}$ ($\Lambda \approx 1.9$ мкм), от глубины h треугольного профиля решетки

Цифрами обозначены номера спектральных порядков: $\mu = 0$ (\circ), 1 (∇), 3 (\square).

Матричные коэффициенты σ и a являются диагональными матрицами с элементами вида $\sigma(\mu) = [k_0^2 - (k_{0x} + 2\pi\mu/\Lambda)^2]^{1/2}$ и $2\pi a(\mu) = -iV_0/\sigma(\mu)$, где Λ – период модуляции поверхности, $V_0 = -k_0^2(\epsilon - \epsilon^{bac})/\epsilon^{bac}$ диэлектрический потенциал, $k_0 = (\omega/c)(\epsilon^{bac})^{1/2}$ – волновое число оптического излучения, ω и c –

циклическая частота и скорость света в свободном пространстве.

Диагональ матрицы σ составлена из z -компонент волновых векторов k_μ^+ излучения, рассеянного в μ -ый дифракционный порядок. Вектор k_μ^+ имеет x -компоненту $k_{\mu x}^+ = k_{0x} + 2\pi\mu/\Lambda$, где $k_{0x} = -k_0 \sin \alpha$ (см. рис. 1), α – угол падения волны.

Элементы матрицы $F_{\mu\nu}(z) = F_{\mu-\nu}(z)$ трансформации однородных и неоднородных волн даются соотношениями

$$F_\mu(z) = (1/\mu) \sin[2\pi\mu X_0(z)/\Lambda], \quad (2)$$

где $X_0 = (\Lambda/2)(1-z/h)$ в случае решетки треугольного профиля.

В случае действительной величины диэлектрической проницаемости материала решетки, прошедшая через нее мощность излучения рассчитывается по формуле

$$P_z(z = -L_0) = k_{0z} + \sum_\mu k_{\mu z}^+ |R_{\mu 0}(k_{0x}; h)|^2, \quad (3)$$

где L_0 – толщина подложки. Причем, суммирование в (3) проводится только по однородным спектральным порядкам, $|k_{0x} + 2\pi\mu/\Lambda| \leq k_0$.

В численных расчетах бесконечная система уравнений (1) усекалась до системы 15×15 уравнений, по которым методом Рунге-Кутты рассчитывались коэффициенты отражения $R_{\mu\nu}$ в спектральные порядки $\mu, \nu = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \pm 7$.

Рассмотрим резонансные эффекты в спектре отражения металлической (серебро) и диэлектрической (нитрид кремния) решеток с треугольным профилем, а также роль эванесцентных спектральных порядков в формировании спектров отражения. Диэлектрическая проницаемость Ag и Si_3N_4 на длине волны HeNe лазера ($\lambda = 0.6328$ мкм) составляет $\epsilon(\text{Ag}) = -17.42 + i \times 0.58$ и $\epsilon(\text{Si}_3\text{N}_4) = 4.41$. Переменными параметрами в расчетах являются период и глубина профиля решетки.

На рис.2 приведены зависимости спектрального коэффициента отражения ТЕ излучения от серебряной решетки с периодом $\lambda/\Lambda = 1/3 + 10^{-7}$, лежащей на полубесконечной подложке. Малая добавка в величине отношения λ/Λ несколько уменьшает период от точного равенства $\Lambda = 3\lambda$, обеспечивая тем самым смещение от рэлеевского резонанса и удержание спектральных порядков $|\mu| < 3$ в качестве однородных.

Как видно из рис.2, при отражении от некоторых решеток, например, от решетки с глубиной профиля $h/\lambda \approx 1.1$ ($h \approx 0.7$ мкм) происходит частичное подавление зеркального отражения (локальные минимумы на спектре (○)). Это означает, что подавляющая доля энергии отраженного поля уносится первым дифракционным порядком или же приходится, напри-

мер, на третий порядок (спектр (\square)).

Спектры отражения, приведенные на рис.3, свидетельствуют о наличии эффекта зеркального отражения и в случае диэлектрической решетки ($\text{Im}(\epsilon) = 0$). Однако, в случае прозрачного материала значительно больший интерес представляет решетка на тонкой подложке.

Спектры рис. 4 и 5 соответствуют случаю отражения излучения HeNe лазера от треугольной решетки из Si_3N_4 , интегрированной на волновой пластинке того же нитрида кремния. Спектры рис. 4 (а, б, в), помеченные открытыми значками (\circ , ∇ , \square), иллюстрируют коэффициент отражения ТЕ волны в нулевой (а), первый (б) и третий (в) спектральные порядки.

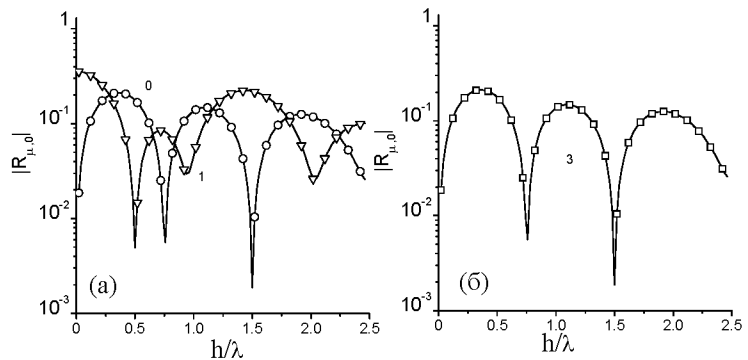


Рис. 3. Зависимость коэффициента отражения ТЕ поляризованной волны ($\lambda = 0.6328$ мкм) от глубины h решетки из нитрида кремния треугольного профиля с периодом $\lambda/\Lambda = 1/3 + 10^{-7}$ ($\Lambda \approx 1.9$ мкм). Излучение падает по нормали из воздуха. Решетка лежит на полубесконечной подложке (Si_3N_4)

Цифрами обозначены номера спектральных порядков: $\mu = 0$ (\circ), 1 (∇) (а); 3 (\square) (б).

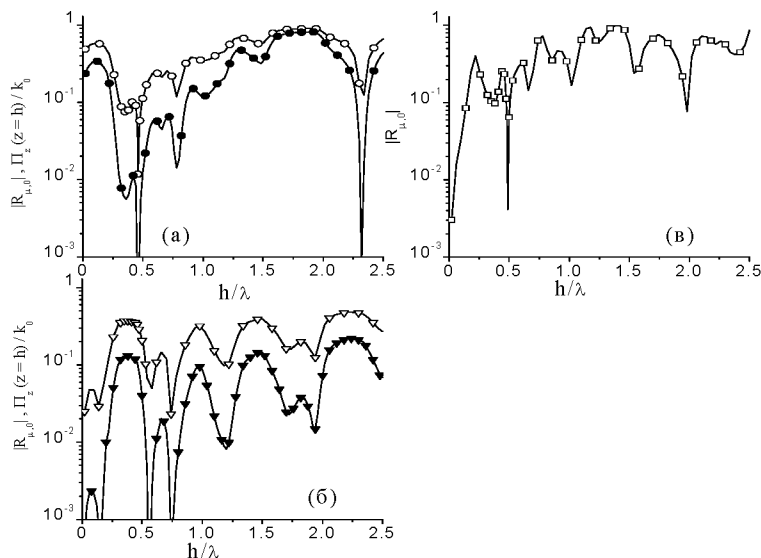


Рис. 4. Зависимость коэффициента отражения (\circ , ∇ , \square) и отраженной мощности (\bullet , \blacktriangledown) ТЕ волны ($\lambda = 0.6328$ мкм) от глубины h Si_3N_4 решетки треугольного профиля, лежащей на слое Si_3N_4 толщиной λ . Период решетки $\lambda/\Lambda = 1/3 + 10^{-7}$ ($\Lambda \approx 1.9$ мкм). Излучение падает по нормали из воздуха. Спектр зеркального отражения приведен на рис. (а); отражения в $\mu = 1$ порядок (б); отражения в эванесцентный $\mu = 3$ порядок (в).

Спектры графиков (а, б), помеченные закрашенными значками (\bullet , \blacktriangledown), показывают долю падающей мощности излучения, приходящуюся на нулевой и первый спектральные порядки. Отметим, что третий порядок соответствует неоднородной отраженной моде и не уносит энергии поля в дальнюю зону решетки. Сопоставление спектров рис.3 (а) и 4 (а,б) показывает, что коэффициент отражения решетки на волновой подложке превышает коэффициент отражения от решетки на полубесконечном непоглощающем слое; в обоих случаях наблюдается эффект частичного подавления зеркального отражения.

Спектры рис.5 иллюстрируют роль неоднородных мод в формировании отражающих свойств диэлектрических решеток. Сопоставление кривых с открытыми (\circ , ∇) и закрашенными (\bullet , \blacktriangledown) значками показывает, что эванесцентные спектральные порядки, возбуждаемые в процессе рассеяния излучения, обуславливают увеличение коэффициента отражения ТЕ излучения. Роль неоднородных волн мала только для мелких решеток $h/\lambda < 1$ и некоторых значений глубин решеток. Например, при $h \sim 2.25\lambda$ для нулевой моды (рис.5(а)) или $h \sim 1.2\lambda$ для первой моды (рис.5(б)).

Отметим, что неоднородные порядки ответственны за эффект частичного подавления зеркального отражения (см. кривые (\circ , \bullet) на рис. 5(а) при $h/\lambda \sim 0.4$). Эффект частичного подавления зеркального отражения является частным случаем т.н. “параллельных” аномалий Вуда. Согласно предположению [9,10] причиной “параллельных” аномалий коэффициента отражения ЭМ волны от решетки является многократное отражение волн между склонами соседних гребней решетки. В то же время, формирование отраженного поля происходит в условиях существенного энергетического обмена между однородными и неоднородными спектральными модами [8]. Следовательно, причиной “параллельных” аномалий является многократное отражение энергетически взаимодействующих однородных и неоднородных волн. Подавление неоднородных волн из-

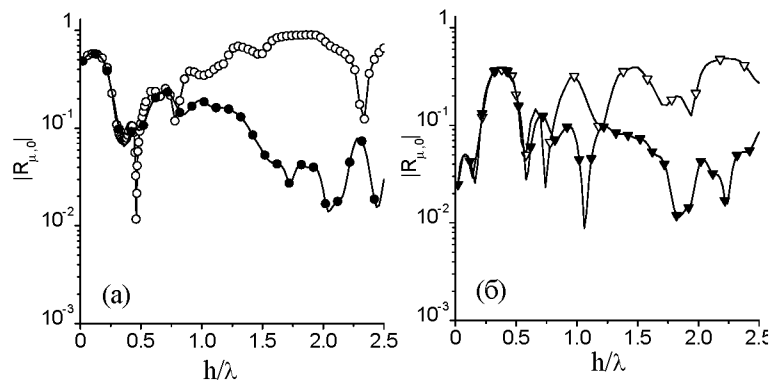


Рис. 5. Зависимость коэффициента отражения в нулевой (а) и первой (б) спектральные порядки от глубины h профиля решетки (Si_3N_4) на волновой (по толщине) подложке (Si_3N_4), рассчитанная с учетом (\circ, ∇) и без учета ($\bullet, \blacktriangledown$) неоднородных спектральных порядков. Параметры расчетов приведены в подписи к рис.4.

меняет режим многократного отражения между склонами гребней, что, в свою очередь, предотвращает формирование эффекта частичного подавления зеркального отражения.

Решетки из сплошных стержней кругового сечения

На рис. 6 приведено xz сечение дифракционной решетки, состоящей из сплошных стержней кругового сечения радиуса R . В случае двумерных круговых стержней безразмерный коэффициент $\hat{\sigma}$ уравнения (1) и безразмерная функция \hat{F} (2) трансформации энергии между спектральными порядками имеют вид

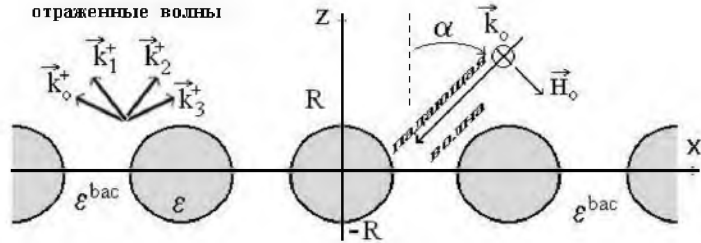


Рис. 6. Схематическое изображение дифракционной решетки из диэлектрических стержней, вытянутых вдоль оси y и отстоящих друг от друга на период Λ .

$$\hat{\sigma}_\mu = \sqrt{1 - \left(\sin \alpha + \kappa \mu / \sqrt{\epsilon^{bac}} \right)^2} \quad (4)$$

$$\hat{F}_\mu(\hat{z}) = \frac{1}{\mu} \sin \left[\pi \mu \kappa \beta \sqrt{1 - \left(\frac{\hat{z}}{\pi \beta \sqrt{\epsilon^{bac}}} \right)^2} \right], \quad (5)$$

где $|\hat{z}| \leq \pi \beta \sqrt{\epsilon^{bac}}$, $\beta = 2R/\lambda$, $\kappa = \lambda/\Lambda$. Однородные спектральные порядки задаются неравенством $|\mu_{prop}| \leq \frac{\sqrt{\epsilon^{bac}}}{\kappa} = \frac{\Lambda}{\lambda}$ при нормальном падении волны.

Спектры рис. 7, 8 соответствуют длине волны среднего ИК диапазона ($\lambda = 4.9$ мкм) и диэлектрической проницаемости рутила $\epsilon = 8.41$. В верхней части рисунков приведены коэффициенты отражения в зеркальный ($\mu = 0$) и два первых спектральных порядка. В нижней части рисунков даны спектры отражения по мощности. Спектры рис.7(а,в) соответствуют стержням радиуса $R=0.1225$ мкм ($\beta=0.05$), а спектры рис.7(б,г) – стержням $R=0.245$ мкм ($\beta=0.1$). Период решетки удовлетворяет неравенству $\Lambda > 3.3$ мкм ($\lambda/\Lambda < 1.5$).

Как видно из спектров рис.7 (а, в) один ряд стержней практически прозрачен при $R=0.1225$ мкм. Однако, при удвоении радиуса цилиндров ($R=0.245$ мкм) в спектрах отражения появляются пики (см. стрелки А и В на рис.7(г)). Стрелка А показывает, что приблизительно 95% падающей

мощности отражается от решетки с периодом $\kappa=1.11$ ($\Lambda=4.4$ мкм). Фактор заполнения $f = \pi R/2\Lambda$ составляет 8.7%. Отметим, что при $\kappa=1.11$ в спектре отражения существует единственный однородный порядок $\mu=0$.

Стрелка В рис.7 (г) указывает на другой максимум в спектре отражения, соответствующий более разреженной решетке ($\kappa=0.5$, $\Lambda=9.8$ мкм) и равный по величине 26 %. Заметим, что при $\kappa=0.5$ уже пять порядков $\mu=0, \pm 1, \pm 2$ являются однородными.

Рис. 8 иллюстрирует эффективность отражения от решеток с периодом $\kappa=0.5$ ($\Lambda=9.8$ мкм) и $\kappa=2$ ($\Lambda=2.45$ мкм) при варьировании радиуса стержней.

Начиная с радиуса $R=0.6$ мкм ($\beta=0.25$), один ряд стержней с периодом $\Lambda=9.8$ мкм отражает ~30% мощности падающей волны (рис.8(в)). Однако, уменьшение периода

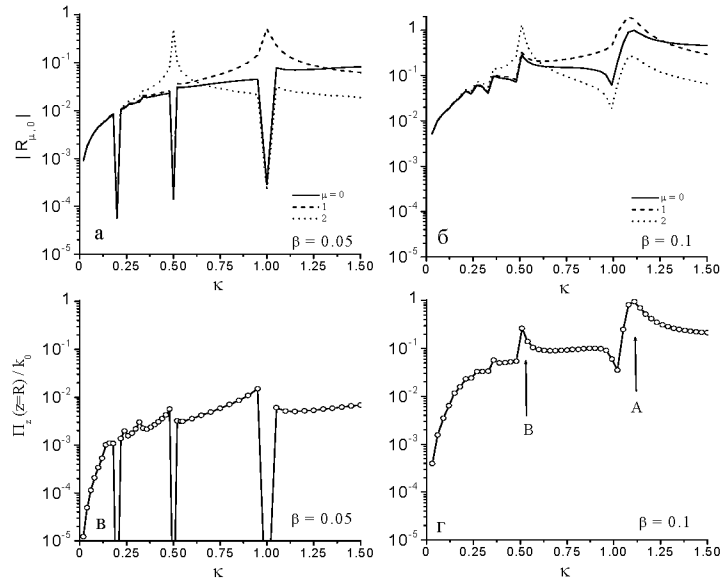


Рис. 7. Зависимость спектральных коэффициентов отражения ($\mu = 0, 1, 2$) (графики а,б) и отраженной мощности (в,г) ТЕ волны ($\lambda = 4.9$ мкм) от периода $\kappa = \lambda / \Lambda$ решетки из TiO_2 стержней ($\epsilon = 8.41$). Спектры (а,в) соответствуют радиусу стержней $\beta = 2R/\lambda = 0.05$ ($R = 0.1225$ мкм); спектры (б,г) – радиусу $\beta = 0.1$ ($R = 0.245$ мкм).

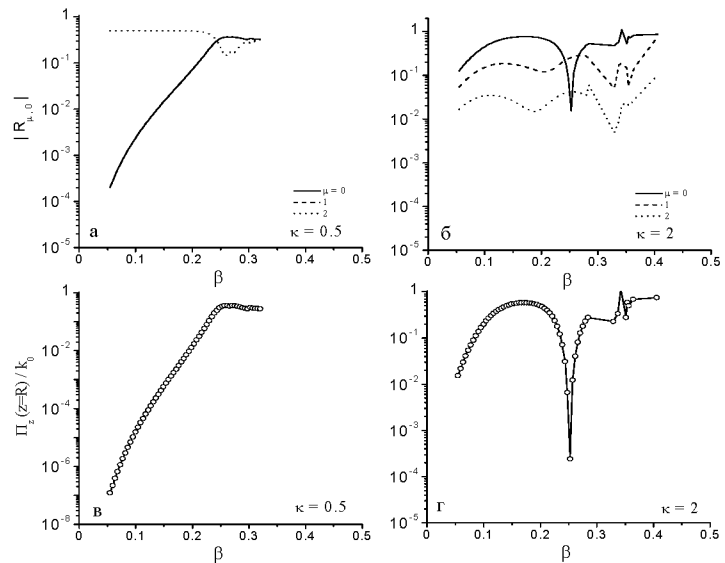


Рис. 8. Зависимость спектральных коэффициентов отражения ($\mu = 0, 1, 2$) (графики а,б) и отраженной мощности (в,г) ТЕ волны ($\lambda = 4.9$ мкм) от радиуса $\beta = 2R/\lambda$ TiO_2 стержней. Спектры (а,в) соответствуют периоду решетки $\kappa = \lambda / \Lambda = 0.5$ ($\Lambda = 9.8$ мкм); спектры (б, г) – периоду $\kappa = 2$ ($\Lambda = 2.45$ мкм).

приблизительно в 4 раза и, следовательно, увеличение фактора заполнения объема стержнями во столько же раз, приводит к почти полной прозрачности одного ряда цилиндров (см. провал на спектре рис.8(г), $k=2$, $\Lambda=2.45$ мкм; $\beta \approx 0.25$, $R \approx 0.6$ мкм; отражение по мощности составляет $\sim 2.4 \times 10^{-4}$). В спектре отражения при $k=2$ только одна нулевая мода является распространяющейся. Следовательно, провал на спектре рис.8(г) означает почти полное подавление зеркального отражения. Решетка становится резонансно прозрачной.

Двумерная фотонная структура

Рассмотрим N_r одинаковых рядов круглых стержней, расположенных над рядом, изображенным на рис.6, и отстоящих друг от друга на расстояние Λ . Толщина $n_r=1,2,\dots,N_r$ рядов составляет $\Delta L = (n_r - 1)\Lambda + 2R$. Непосредственно ряды стержней занимают области $-R + n_r\Lambda < z < R + n_r\Lambda$, с зазорами $R + n_r\Lambda < z < (n_r + 1)\Lambda - R$. Плоскость $z=0$ рассекает пополам последний ряд стержней. Излучение падает на первый ряд. В случае непоглощающего материала ($Im \epsilon = 0$), по уравнениям (1) и (3) рассчитывается суммарная мощность излучения в однородных порядках в полупространстве $z < -R$.

Данные рис.9, три кривые рис.10(а) и спектры (○) рис.10(б, в) являются результатом расчета спектральной прозрачности по мощности системы рутитовых круговых стержней радиуса $R=0.6$ мкм, упакованных в воздухе в квадратную решетку с периодом $\Lambda=4$ мкм. Фактор заполнения пространства стержнями составляет $f = \pi(R/\Lambda)^2 = 7\%$.

Рис. 9 (б, в) показывают, что в спектре прохождения двух рядов (б) стержней уже формируется спектрально узкая зона блеска (менее 1%) прохождения от падающей мощности; четыре ряда (в) имеют более широкую и глубокую ($10^{-3} \%$)

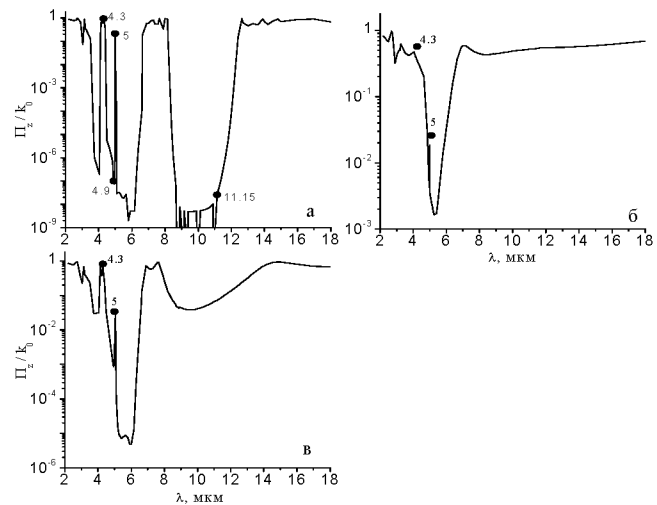


Рис. 9. Рассчитанные по уравнениям (1) и (3) частотные спектры прохождения по мощности нормально $\alpha = 0$ падающей ТЕ поляризованной волны через 18 (сплошная кривая (а)); 2 (б) и 4 (в) ряда стержней ($R = 0.6$ мкм, $\epsilon = 8.41$, $\Lambda = 4$ мкм). Некоторые точки спектров выделены (●) для облегчения визуального сопоставления.

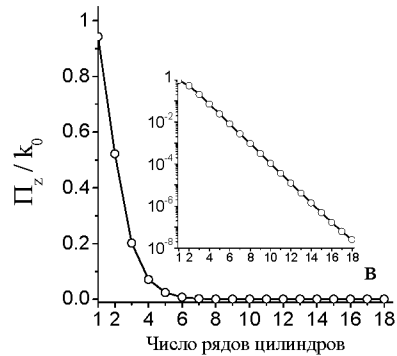
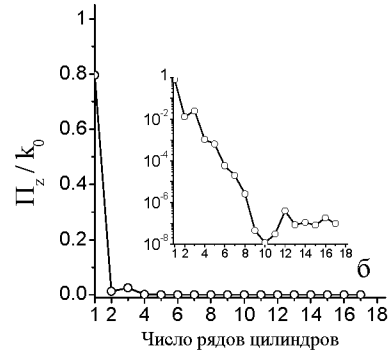
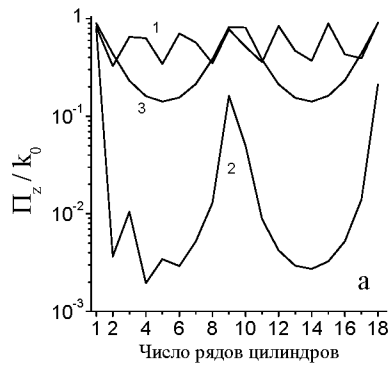


Рис. 10. Уменьшение прозрачности стопки рядов стержней для характерных длин волн (см.рис.9 (а)): (а) $\lambda = 4.3$ (кривая 1), $\lambda = 5$ (2), $\lambda = 8.15$ (3); (б) $\lambda = 4.9$ (\circ); (в) $\lambda = 11.15$. Вставки к рис.(б,в) повторяют данные в полулогарифмическом масштабе.

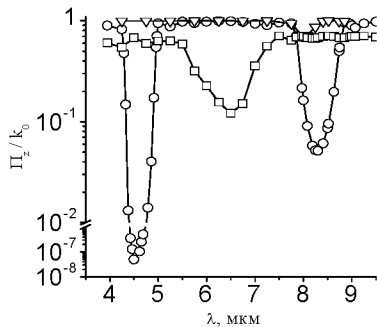


Рис. 11. Спектры прозрачности 18 рядов Ge ($\epsilon = 16$) стержней радиусом $R = 0.15$ мкм для ТЕ ($\alpha = 0$ (\circ), $\alpha = 45^\circ$ (\square)) и ТН ($\alpha = 0$ (∇)) поляризованного излучения.

запрещенную зону в диапазоне длин волн $4 \leq \lambda \leq 6$ мкм (дополнительная фотонная запрещенная зона), и мелкую (по уровню $\sim 5\%$), но более широкую зону (основная зона блеска) в диапазоне $8 \leq \lambda \leq 12$ мкм. В дополнительной зоне блеска (рис.10 (а)) имеются два спектрально узких пика прозрачности с максимумами на длинах волн $\lambda = 4.3$ и 5 мкм. Рис.10(а) демонстрирует различную динамику изменения прозрачности на этих длинах волн при увеличении числа рядов стержней. Именно, прозрачность изменяется слабо на длине волны $\lambda = 4.3$ мкм (кривая 1) и более чем на порядок величины и со значительно большей периодичностью по числу рядов на длине $\lambda = 5$ мкм (кривая 2). Для сравнения на том же рисунке приведен некоторый промежуточный режим (кривая 3).

Можно показать, что в случае ТН поляризации падающей электромагнитной волны уравнение Риккати (1) сохраняет свою форму, но имеет более сложные коэффициенты σ и a . На основе уравнения (1) и его модифицированного варианта, были рассчитаны спектры прохождения ТЕ

и ТН поляризованного излучения через ФС с квадратной решеткой из однородных стержней с высоким диэлектрическим контрастом и малым (0.4%) фактором заполнения.

На рис. 11 показаны частотные спектры прозрачности 18 рядов германиевых стержней для ТЕ (нормальное падение $\alpha=0$ (\circ) и $\alpha=45^\circ$ (\square)) и ТН ($\alpha = 0$ (∇)) поляризованного излучения. При радиусе стержней $R=0.15$ мкм и квадратной их упаковке, фактор заполнения составляет 0.4 %. На спектрах видны основная и дополнительная зоны. Как видно квадратная упаковка практически прозрачна для ТН поляризованной волны.

Смещение зон при наклонном падении излучения и изменение их глубины по уровню прохождения 10% показано на рис.12. Для сравнения на рис.13 приведены спектры прозрачности 18 рядов *Si* стержней радиусом 0.15 и 0.07 мкм (на вставке).

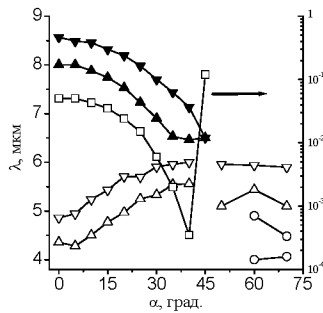


Рис. 12. Спектральная ширина основной(\blacktriangledown) и дополнительной (∇, \circ) запрещенных зон и глубина (\square) основной зоны в зависимости от угла падения ТЕ волны на структуру (18 рядов Si стержней, $R = 0.15$, $\epsilon = 11.56$)

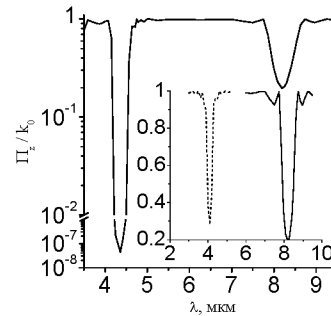


Рис. 13. Спектры прозрачности 18 рядов Si ($\epsilon = 11.56$) стержней радиусом $R = 0.15$ и 0.07 мкм (вставка) для ТЕ ($\alpha = 0$) излучения.

То же самое уравнение Риккати, но с измененными коэффициентами и модифицированной функцией трансформации энергии поля между спектральными порядками позволяет произвести расчет спектров прохождения инверсных 2D ФС. К примеру, на рис.14 приведено xz сечение ФС, образованной гексагональной системой пор в кремнии. В общем случае поры имеют эллиптическое сечение. Элементарный “рассеиватель” фотонной структуры изображен в правой части рис.14.

Расчеты проведены для гексагональной структуры, характеризуемой следующими параметрами: $\epsilon = 3.4$, $\Lambda = 1.5$ мкм, 22 ряда пор, для которых известны экспериментальные спектры [11] (см. рис.15).

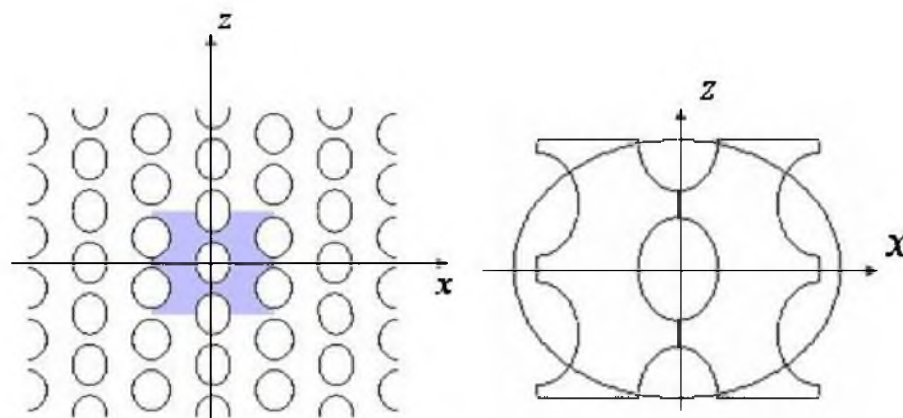


Рис. 14. Схематическое изображение zx сечения гексагональной упаковки эллиптических пор в кремнии и элементарного рассеивателя структуры.

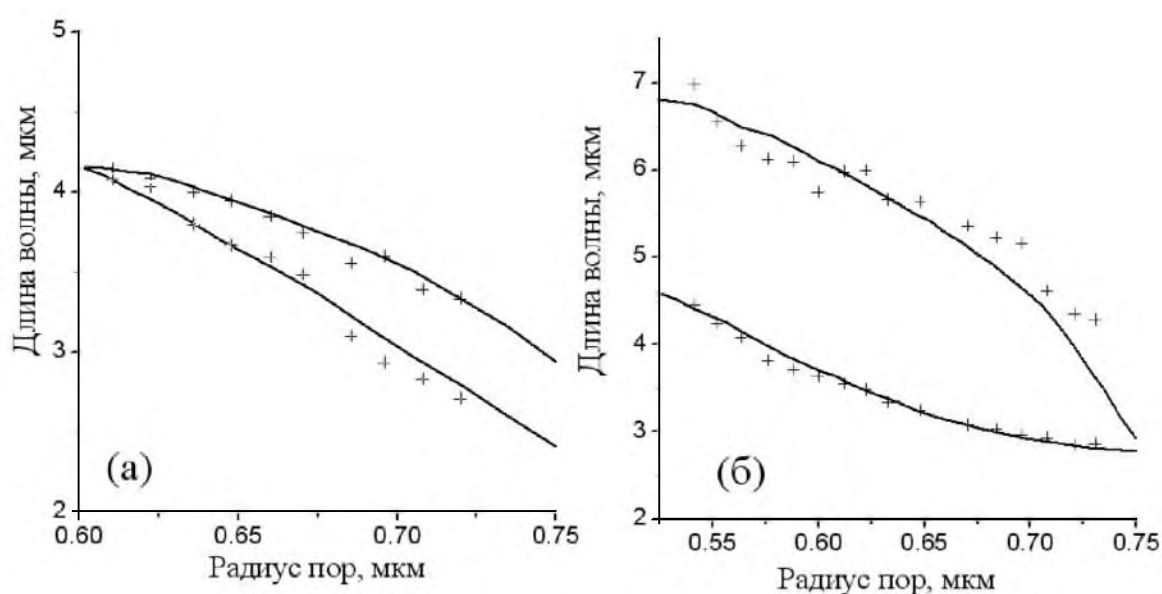


Рис. 15. Длинно- и коротковолновый края фотонной запрещенной зоны в спектре отражения ТЕ (а) и ТН (б) волн, нормально падающих на гексагональную систему пор в кремнии, в зависимости от радиуса пор
 Параметры расчетов (сплошная линия) см. в тексте. Крестиками приведены экспериментальные данные [11].

Работа поддержана грантом научных программ РАН "Создание и исследование свойств новых типов фотонных кристаллов на базе полупроводниковых и магнитных материалов для развития оптоэлектронных элементов инфокоммуникационных сетей" и грантом РФФИ № 06-07-89040-а.

Литература

1. *Yablonovitch E.* Inhibited spontaneous emission in solid-state physics and electronics. *Phys. Rev. Lett.*, 1987. Vol.58, № 20. P. 2059.
2. *John S.* Strong localization of photons in certain disordered dielectric superlattices. *Phys. Rev. Lett.*, 1987. Vol.58, № 23. P. 2486.
3. *Bouckaert L.P., Smoluchowski R., Wigner E.* Theory of Brillouin zones and symmetry properties of wave functions in crystals. *Phys. Rev.* 1936. Vol.50, P. 58.
4. *Yablonovitch E., Gmitter T.J.* Photonic band structure: the face-centered-cubic case *Phys. Rev. Lett.*, 1989. Vol.63, № 18. P. 1950.
5. *John S., Rangarajan R.* Optimal structure for classical wave localization: an alternative to the Ioffe-Regel criterion. *Phys. Rev. B.* 1988. Vol.38, № 38. P.10101.
6. *Economou E.N., Zdetsis A.* Classical wave propagation in periodic structures. *Phys. Rev. B.* 1989. Vol.40, № 2. P.1334.
7. *Zhang Z., Satpathy S.* Electromagnetic wave propagation in periodic structures: Bloch wave solution of Maxwell's equations. *Phys. Rev. Lett.*, 1990. Vol.65, № 21. P.2650.
8. *Барабаненков Ю. Н., Барабаненков М. Ю.* Метод соотношений переноса в теории резонансного многократного рассеяния волн с применением к дифракционным решеткам и фотонным кристаллам // *ЖЭТФ*. 2003. Т. 123, вып. 4. С. 763-774.
9. *Palmer C. H.* Parallel Diffraction Gratings Anomalies // *J. Opt. Soc. Am.* 1952. Vol. 42. № 4. P.269.
10. *Hessel A., Oliver A. A.* A new theory of Wood's anomalies on optical gratings // *Appl. Opt.* 1965. Vol. 4, P.1275.
11. *Birner A., Li A. P., Iller F. M., et al.* *Mater. Sci. Semicond. Proc.* 2000. Vol.3. P.487.