

Белорусский государственный университет



Проректор по учебной работе и образовательным инновациям

О.Г. Прохоренко

«05» января 2023 г.

Регистрационный № УД – 11631/уч.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЛОГИКА

**Учебная программа учреждения высшего образования
по учебной специальной дисциплине для специальности**

1-31 03 01 Математика (по направлениям)

направление специальности

1-31 03 01-02 Математика (научно-педагогическая деятельность)

2023 г.

Учебная программа составлена на основе ОСВО 1-31 03 01-2021, типового учебного плана № G31-1-011/пр-тип от 31.03.2021, учебных планов №G31-1-016/уч. от 25.05.2021, №G31-1-010/уч. ин. от 31.05.2021, №G31-1-002/уч.з от 31.05.2021.

СОСТАВИТЕЛИ:

Беняш-Кривец Валерий Вацлавович – заведующий кафедрой высшей алгебры и защиты информации механико-математического факультета Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук, профессор

Каскевич Виктор Иванович – доцент кафедры высшей алгебры и защиты информации механико-математического факультета Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент

Иванов Константин Александрович – старший преподаватель кафедры высшей алгебры и защиты информации механико-математического факультета Белорусского государственного университета.

РЕЦЕНЗЕНТ:

Васильев Денис Владимирович, заведующий отделом теории чисел и дискретной математики Института математики НАН Беларуси, кандидат физико-математических наук.

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой высшей алгебры и защиты информации Белорусского государственного университета (протокол № 5 от 22.12.2022);

Научно-методическим советом Белорусского государственного университета (протокол № 4 от 29.12.2022).

Зав. кафедрой высшей алгебры и защиты информации, профессор

В.В. Беняш-Кривец

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Цели и задачи учебной дисциплины

Образовательная цель: сообщение студентам знаний о предмете и методе математической логики и ее значении для математики, математической кибернетики, программирования и вычислительной техники, повышение уровня профессиональной компетентности, умение ориентироваться в вопросах исследования оснований математики, структуры доказательств, логических основ программирования.

Развивающая цель: улучшить понимание студентами строения математических теорий, сущности и структуры математических доказательств и понятия алгоритма, логики ЭВМ.

Основные задачи, решаемые в рамках изучения дисциплины «Математическая логика»:

- повторить основные базовые математические понятия: множества, отображений, отношений и их свойства;
- ознакомить студентов с основными понятиями и операциями логики высказываний, логики предикатов и теории алгоритмов;
- изучить булевы функции их способы задания и их применения;
- показать возможность применения изучаемых понятий в различных математических дисциплинах;
- показать основные принципы применения логики в обучении математике;
- привить студентам навыки самостоятельной работы с учебной и научной литературой..

Место учебной дисциплины в системе подготовки специалиста с высшим образованием.

Учебная дисциплина относится к **дополнительным видам обучения** компонента учреждения высшего образования.

Связи с другими учебными дисциплинами, включая учебные дисциплины компонента учреждения высшего образования, дисциплины специализации и др.

Дисциплина связана с дисциплинами «Алгебра и теория чисел», «Компьютерная математика», «Методы программирования».

Требования к компетенциям специалиста

Освоение учебной дисциплины «Математическая логика» должно обеспечить формирование следующей **специализированной компетенции:**

СК-6. Осуществлять обоснованный выбор рациональной численной методики для решения типовых математических задач, проводить ее реализацию с использованием современных программных средств компьютерных вычислений, оценивать корректность полученных результатов и анализировать возможности альтернативных подходов.

В результате изучения учебной дисциплины студент должен

знать:

- основные понятия логики высказываний, логики предикатов, представления и задания булевых функции, методы минимизации ДНФ;
- методы доказательства результатов, изучаемых в рамках данной дисциплины;
- алгоритмы решения основных задач курса «Математическая логика»;

уметь:

- проверять и доказывать справедливость равенств в теории множеств
- проверять и доказывать справедливость равенств логики высказываний;
- строить нормальные формы логики высказываний;
- строить предваренные нормальные формы логики предикатов;
- строить выводы формул в исчислении высказываний;
- строить выводы формул в исчислении высказываний, полученные в результате применения теоремы дедукции;
- упрощать контактные схемы и схемы из функциональных элементов, соответствующие функциям логики высказываний;

владеть:

- основными навыками решения задач по математической логике;
- методами доказательства основных теорем курса;
- навыками самообразования.

Структура учебной дисциплины

Дисциплина изучается в 4 семестре на дневной форме получения высшего образования и в 3-4 семестре на заочной форме получения высшего образования.

Очная форма получения высшего образования

На изучение учебной дисциплины «Математическая логика» отводится всего 90 часов, в том числе 36 аудиторных часов, из них: лекции – 18 часов, практические занятия – 16 часов, управляемая самостоятельная работа – 2 часа.

Форма текущей аттестации по учебной дисциплине – зачет.

Заочная форма получения высшего образования

На изучение учебной дисциплины «Математическая логика» отводится всего 90 часов, в том числе 8 аудиторных часов, из них: лекции – 6 часов, практические занятия – 2 часа.

Форма текущей аттестации по учебной дисциплине – зачет.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Тема 1. Элементы теории множеств.

Понятие множества, способы задания множества. Операции на множествах. Диаграммы Эйлера – Венна. Свойства операций на множествах. Булева алгебра множеств. Отображения множеств и их свойства. Мощности множеств и их свойства. Отношения на множествах.

Тема 2. Элементы логики высказываний.

Понятие логического высказывания. Элементарные и сложные высказывания. Логические операции, способы задания множества. Пропозиционные формулы, тавтологии. Булева алгебра высказываний. Равносильные формулы логики высказываний.

Тема 3. Булевы функции.

Понятие булевой функции. Число булевых функций от n переменных. Элементарные булевы функции. Представление булевых функций пропозиционными формулами. Дизъюнктивная нормальная форма и конъюнктивная нормальная форма. Полином Жегалкина.

Тема 4. Полные системы функций и замкнутые классы.

Полные системы булевых функций. Основные замкнутые классы булевых функций. Теоремы о функциональной полноте. Базисы пространства булевых функций.

Тема 5. Минимизация булевых функций в классе ДНФ.

Постановка задачи минимизации. Метод Квайна-Маккроски. Карты Карно. Реализации булевых функций: контактные схемы; схемы из функциональных элементов.

Тема 6. Логика предикатов.

Понятие предиката. Виды предикатов. Область истинности предиката. Операции над предикатами. Кванторы. Равносильные формулы логики предикатов. Приведенная и предваренная нормальная форма предиката. Применение логики предикатов в логико-математической практике. Математические утверждения, как предикаты.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ
 Дневная форма получения образования с применением электронных средств
 обучения (ДО)

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов					Количество часов по УСР	Формы контроля знаний
		лекции	практические занятия	семинарские занятия	лабораторные	Иное		
1.	Элементы теории множеств	2	2					Устный опрос
2.	Элементы логики высказываний	4	4					Устный опрос
3	Булевы функции	4	4					Контрольная работа
4	Полные системы функций и замкнутые классы	2	2					Устный опрос
5	Минимизация булевых функций в классе ДНФ	4	2				2	Коллоквиум
6	Логика предикатов	2	2					Контрольная работа
	Итого	18	16				2	

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Заочная форма получения образования

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов					Количество часов по УСП	Формы контроля знаний
		лекции	практические занятия	семинарские занятия	лабораторные	Иное		
1.	Элементы теории множеств	1						Устный опрос
2.	Элементы логики высказываний	1						Устный опрос
3	Булевы функции	1	1					Устный опрос
4	Полные системы функций и замкнутые классы	1						Устный опрос
5	Минимизация булевых функций в классе ДНФ	1						Устный опрос
6	Логика предикатов	1	1					Устный опрос
	Итого	6	2					

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Перечень основной литературы

1. Матросов, В.Л. Математическая логика. Учебник для бакалавриата / В.Л. Матросов, М.С. Мирзоев. – Изд. Прометей, 2020. – 228 с.
2. Судоплатов, С.В. Математическая логика и теория алгоритмов. Учебник и практикум для вузов / С.В. Судоплатов, Е.В. Овчинникова. – Изд. Юрайт, 2021. – 207 с.
3. Гуц, А.К. Математическая логика и теория алгоритмов / А. К. Гуц. – Изд. 2-е, доп. – Москва: URSS, 2009. – 117 с.
4. Лихтарников, Л.М. Математическая логика: курс лекций: задачник-практикум и решения / Л. М. Лихтарников, Т. Г. Сукачева. – Санкт-Петербург ; Москва ; Краснодар: Лань, 2009. – 277 с.
5. Шапоров, С.Д. Математическая логика: курс лекций и практических занятий / С. Д. Шапоров. – Санкт-Петербург: БВХ-Петербург, 2005. – 410 с.
6. Судоплатов, С.В. Математическая логика и теория алгоритмов / С. В. Судоплатов, Е. В. Овчинникова; - Москва: [Инфра-М]; Новосибирск: [Изд-во НГТУ], 2004. – 224с.
7. Математическая логика: учеб. пособие для студ. мат. спец. пед. ин-тов. - Минск : Вышэйшая школа, 1991.
8. Эдельман, С.Л. Математическая логика: [учебное пособие для студентов педагогических институтов] / С. Л. Эдельман. – Москва: Высшая школа, 1975. – 176 с.
9. Карпов, В.Г. Математическая логика и дискретная математика: учеб. пособие для студ. ун-тов по спец. "Прикладная математика" / В. Г. Карпов, В. А. Мощенский. – Минск: Вышэйшая школа, 1977. – 254 с.

Перечень дополнительной литературы

1. Колмогоров, А.Н. Математическая логика: учеб. пособие для студ. математических спец. вузов / А. Н. Колмогоров, А. Г. Драгалин; МГУ им. М. В. Ломоносова. – Изд. 2-е, стер. – Москва: Изд-во УРСС, 2005. – 238 с.
2. Ершов, Ю.Л. Математическая логика: учеб. пособие для студ. мат. спец. вузов. – Москва: Наука, Главная редакция физико-математической лит., 1979.

3. Аляев, Ю.А. Дискретная математика и математическая логика: учебник для студ. вузов, обуч. по спец. "Прикладная информатика (по областям)" и др. экон. спец. / Ю. А. Аляев, С. Ф. Тюрин. – Москва: Финансы и статистика, 2006. – 366 с.

Перечень рекомендуемых средств диагностики и методика формирования итоговой отметки

Формой текущей аттестации по дисциплине «Математическая логика» учебным планом предусмотрен **зачет**.

Контроль работы студента проходит в форме устных опросов, коллоквиума, выполнения контрольных, самостоятельных работ и практических упражнений в аудитории. Задания к самостоятельным работам составляются согласно содержанию учебного материала.

Зачет по дисциплине выставляется в случае сдачи всех контрольных работ и коллоквиума.

Итоговая отметка формируется на основе 3-х документов:

1. Правила проведения аттестации студентов, курсантов, слушателей при освоении содержания образовательных программ высшего образования (Постановление Министерства образования Республики Беларусь №53 от 29.05.2012 г.).

2. ПОЛОЖЕНИЕ о рейтинговой системе оценки знаний обучающихся по учебной дисциплине в Белорусском государственном университете (Приказ ректора БГУ № 189-ОД от 31.03.2020).

3. Критериев оценки результатов учебной деятельности обучающихся в учреждениях высшего образования по десятибалльной шкале (Письмо Министерства образования Республики Беларусь от 28.05.2013 г. № 09-10/53-ПО).

Примерный перечень заданий для управляемой самостоятельной работы студентов

Тема 5. Минимизация булевых функций в классе ДНФ. (2 ч)

Перечень заданий:

1. Доказать неполноту систем функций:

- 1) \wedge ; 2) \vee ; 3) \rightarrow ; 4) \neg ; 5) $+$; 6) \wedge, \vee ; 7) \vee, \rightarrow ; 8) \wedge, \rightarrow ; 9) $\rightarrow, 1$; 10) $+, \neg$; 11) $\wedge, \vee, \rightarrow$; 12) $\wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$;

Привести примеры функций, которые нельзя выразить через данные системы функций.

2. Выразить через основные логические операции следующие булевы функции, заданные в алгебре Жегалкина:

- 1) $XY + Y + 1$;
- 2) $(X + Y)(Z + 1)$;
- 3) $(X + 1)Y + X + 1$;
- 4) $X + Y + Z + 1$;
- 5) $(X + Y)Z + 1$;
- 6) $(XY + 1)Z + X + 1$;
- 7) $XY + YZ + XZ$;
- 8) $(X + Y + Z)Y + XY + 1$;
- 9) $(XY + 1)(X + Y + 1)$;
- 10) $(X + Y + Z)(X + 1)Y$;
- 11) $(XY + YZ + XZ)(X + 1)$;
- 12) $X + Y + Z + T$.

3. Представить высказывательную схему в виде многочлена Жегалкина.

- 1). $\neg(\neg X \vee X \wedge \neg Y)$; 2) $X \vee Y \vee Z$; 3) $X \wedge Y \vee Y \wedge Z \vee X \wedge Z$;
- 4) $(Y \rightarrow Z) \wedge (Z \rightarrow Y) \vee \neg(X \vee Y)$; 5) $\neg(X \vee \neg Y \vee Z) \wedge X \wedge \neg(Y \wedge Z)$.

Форма контроля – коллоквиум.

Примерные варианты контрольных работ

Контрольная работа 1.

1. Выразить: 1) \wedge и \rightarrow через \vee и \neg ; 2) \vee и \rightarrow через \wedge и \neg .
2. Доказать, что следующие множества логических операций являются полными: 1) $\{\wedge, \vee, \neg\}$.
3. Доказать полноту и независимость систем функций: 1) $\rightarrow, \not\leftrightarrow$, где $x \not\leftrightarrow y = \neg(y \rightarrow x)$.
4. Найти многочлен над списком переменных X, Y, Z, V , принимающий значение 1 только на наборах 1110, 1101, 1011, 0111.
5. Выразить через основные логические операции следующую булеву функцию, заданную в алгебре Жегалкина: $XY + Y + 1$.

Контрольная работа 2.

1. Найти какое-нибудь предложение с одной свободной числовой переменной, которое выполняется для всех значений переменной, кроме 3, 5, 17.
2. Верно ли, что 1) $(\exists p)(\exists q)(\exists x)(x^2 + px + q = 0)$? 2) $(\forall p)(\exists q)(\exists x)(x^2 + px + q = 0)$?
3. Докажите, что $(\forall x)(\forall y)(x - y \geq 4 \rightarrow x^2 - 5x \geq y - 5)$.

3. Привести к предваренной нормальной форме следующую формулу:
 $\neg(\exists x)(\forall y)(\exists z)(\forall u)p(x, y, z, u)$.
4. Упростить с помощью равносильных преобразований: $(X \rightarrow (X \rightarrow Y)) \rightarrow (X \rightarrow Y)$.
5. Представить высказывательную схему в виде многочлена Жегалкина:
 $\neg(\neg X \vee X \wedge \neg Y)$.

Примерная тематика практических занятий

Практическое занятие 1. Понятие множества, способы задания множества. Операции на множествах. Диаграммы Эйлера – Венна. Свойства операций на множествах. Булева алгебра множеств. Отображения множеств и их свойства. Мощности множеств и их свойства. Отношения на множествах.

Практическое занятие 2. Понятие логического высказывания. Элементарные и сложные высказывания. Логические операции способы задания множества. Пропозиционные формулы, тавтологии.

Практическое занятие 3. Булева алгебра высказываний. Равносильные формулы логики высказываний.

Практическое занятие 4. Полные системы булевых функций. Основные замкнутые классы булевых функций.

Практическое занятие 5. Теоремы о функциональной полноте. Базисы пространства булевых функций.

Практическое занятие 6. Полные системы булевых функций. Основные замкнутые классы булевых функций. Теоремы о функциональной полноте. Базисы пространства булевых функций.

Практическое занятие 7. Постановка задачи минимизации. Метод Квайна-Маккроски. Карты Карно. Реализации булевых функций: контактные схемы; схемы из функциональных элементов.

Практическое занятие 8. Понятие предиката. Виды предикатов. Область истинности предиката. Операции над предикатами. Кванторы. Равносильные формулы логики предикатов. Приведенная и предваренная нормальная форма предиката. Применение логики предикатов в логико-математической практике. Математические утверждения, как предикаты.

Описание инновационных подходов и методов к преподаванию учебной дисциплины

При организации образовательного процесса используется **практико-ориентированный подход**, который предполагает:

- освоение содержание образования через решения практических задач;
- приобретение навыков эффективного выполнения разных видов профессиональной деятельности;
- ориентацию на генерирование идей, реализацию групповых студенческих проектов, развитие предпринимательской культуры;
- использованию процедур, способов оценивания, фиксирующих сформированность профессиональных компетенций.

Методические рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся

Для организации самостоятельной работы студентов по учебной дисциплине «Математическая логика» используются современные информационные ресурсы: размещается на образовательном портале комплекс учебных и учебно-методических материалов (учебно-программные материалы, учебное издание для теоретического изучения дисциплины, материалы текущего контроля и текущей аттестации, позволяющие определить соответствие учебной деятельности обучающихся требованиям образовательных стандартов высшего образования и учебно-программной документации, в т.ч. вопросы для подготовки к зачету, задания, вопросы для самоконтроля и др., список рекомендуемой литературы, информационных ресурсов и др.).

При изучении дисциплины до сведения студентов вначале семестра доводится информация, которая включает: методы и формы контроля знаний и правила начисления баллов. Для активации работы студентов в семестре используется:

- организация непрерывного текущего контроля качества знаний студентов в течение всего срока изучения дисциплины;
- стимулирование работы студентов в течение семестра на основе использования накопительной рейтинговой системы;
- повышение значимости самостоятельной и индивидуальной работы путем разработки и выдачи студентам индивидуальных вариантов заданий, возможность получить консультацию и индивидуальную помощь при их выполнении;
- дифференцированный подход к оценке знаний студентов, стимулирование высокого рейтинга по дисциплине.

Примерный перечень вопросов к зачету

1. Понятие множества, способы задания множества. Операции на множествах. Диаграммы Эйлера – Венна. Свойства операций на множествах.
2. Булева алгебра множеств. Отображения множеств и их свойства.
3. Мощности множеств и их свойства. Отношения на множествах.
4. Понятие логического высказывания. Элементарные и сложные высказывания.
5. Логические операции, способы задания множества.
6. Пропозиционные формулы, тавтологии.
7. Булева алгебра высказываний.
8. равносильные формулы логики высказываний.
9. Понятие булевой функции. Число булевых функций от n переменных.
10. Элементарные булевы функции. Представление булевых функций пропозиционными формулами.
11. Дизъюнктивная нормальная форма и конъюнктивная нормальная форма.
12. Полином Жегалкина.
13. Полные системы булевых функций.
14. Основные замкнутые классы булевых функций.
15. Теоремы о функциональной полноте.
16. Базисы пространства булевых функций.
17. Постановка задачи минимизации. Метод Квайна-Маккроски.
18. Карты Карно.
19. Реализации булевых функций: контактные схемы; схемы из функциональных элементов.
20. Понятие предиката. Виды предикатов. Область истинности предиката.
21. Операции над предикатами. Кванторы.
22. равносильные формулы логики предикатов.
23. Приведенная и предваренная нормальная форма предиката.
24. Применение логики предикатов в логико-математической практике.
25. Математические утверждения, как предикаты.

ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УВО

Название учебной дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)

ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ УВО
на ____ / ____ учебный год

№ п/п	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры высшей алгебры и защиты информации (протокол № ____ от _____ 20__ г.)

Заведующий кафедрой

_____ (ученая степень, ученое звание) _____ (подпись) (И.О. Фамилия)

УТВЕРЖДАЮ
 Декан факультета

_____ (ученая степень, ученое звание) _____ (подпись)
 (И.О.Фамилия)