

Белорусский государственный университет

**УТВЕРЖДАЮ**

Проректор по учебной работе и  
образовательным инновациям

О.Г. Прохоренко

«05» января 2023 г.

Регистрационный № УД – 11620/уч.

### **КОДЫ, ИСПРАВЛЯЮЩИЕ ОШИБКИ**

**Учебная программа учреждения высшего образования  
по учебной дисциплине для специальности:**

**1-31 03 01 Математика (по направлениям)**

Направление специальности

1-31 03 01-01 Математика (научно-производственная деятельность)

2023 г.

Учебная программа составлена на основе образовательного стандарта ОСВО 1-31 03 01-2013, утвержденного 30.08.2013 № 88 и учебного плана № G31-140/уч., утвержденного 30.05.2013.

**СОСТАВИТЕЛИ:**

**Беняш-Кривец Валерий Вацлавович** – заведующий кафедрой высшей алгебры и защиты информации механико-математического факультета Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук, профессор.

**РЕЦЕНЗЕНТ:**

**Васильев Денис Владимирович**, заведующий отделом теории чисел и дискретной математики Института математики НАН Беларуси, кандидат физико-математических наук.

Кафедрой высшей алгебры и защиты информации  
Белорусского государственного университета  
(протокол № 5 от 22.12.2022);

Научно-методическим советом  
Белорусского государственного университета  
(протокол № 4 от 29.12.2022)

Зав. кафедрой высшей алгебры  
и защиты информации, профессор

В.В. Беняш-Кривец

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

### **Цели и задачи учебной дисциплины**

В настоящее время теория кодирования имеет важное широкое практическое применение как средство экономной, удобной, быстрой и надежной передачи сообщений по линиям связи с различного вида шумами (телефон, радио, телевидение, компьютерная, космическая связи и т.д.). Целью курса является ознакомление студентов с основными принципами кодирования и декодирования, изучение наиболее популярных кодов, а также знакомство с некоторыми проблемами теории.

**Образовательная цель:** знакомство с основными понятиями теории кодирования, изучение современных кодов – кодов БЧХ, Рида-Соломона, изучение основных методов кодирования и декодирования.

**Развивающая цель:** формирование у студентов основ математического мышления, знакомство с методами математических доказательств, изучение алгоритмов решения конкретных математических задач, привитие студентам умения самостоятельно изучать учебную и научную литературу в области математики.

**Основные задачи,** решаемые в рамках изучения дисциплины «Коды, исправляющие ошибки»:

- ознакомить студентов с фундаментальными понятиями и методами теории кодирования;
- изучить конкретные коды и методы их построения;
- развить у студентов аналитическое мышление и общую математическую культуру;
- привить студентам умение самостоятельно изучать учебную и научную литературу в области математики и ее приложений.

**Место учебной дисциплины** в системе подготовки специалиста с высшим образованием.

Учебная дисциплина относится к **циклу дисциплин специализаций** компонента учреждения высшего образования.

**Связи** с другими учебными дисциплинами, включая учебные дисциплины компонента учреждения высшего образования, дисциплины специализации и др.

Учебная дисциплина связана с такими дисциплинами как: «Алгебра и теория чисел», «Дополнительные главы алгебры».

### **Требования к компетенциям специалиста**

В результате изучения дисциплины «Коды, исправляющие ошибки» студент должен обладать следующими компетенциями:

### **Академические компетенции:**

АК-1. Уметь применять базовые научно-теоретические знания для решения теоретических и практических задач.

АК-3. Владеть исследовательскими навыками.

АК-4. Уметь работать самостоятельно.

АК-6. Владеть междисциплинарным подходом при решении проблем.

АК-9. Уметь учиться, повышать свою квалификацию в течение всей жизни.

### **Социально-личностные компетенции:**

СЛК-2. Быть способным к социальному взаимодействию.

СЛК-3. Обладать способностью к межличностным коммуникациям.

### **Профессиональные компетенции:**

ПК-3. Применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности и в областях знаний, непосредственно не связанных со сферой деятельности.

ПК-5. Заниматься аналитической и научно-исследовательской деятельностью в области математики и информационных технологий.

ПК-7. Проводить исследования в области эффективности решения производственных задач.

ПК-8. Работать с научной, нормативно-справочной и специальной литературой.

ПК-16. Готовить доклады, материалы к презентациям.

ПК-22. Работать с научной, технической и патентной литературой.

В результате изучения учебной дисциплины студент должен

#### ***знать:***

- основные понятия и результаты теории кодов, исправляющих ошибки;
- методы доказательств важнейших результатов, изучаемых в рамках учебной дисциплины «Коды, исправляющие ошибки»;
- алгоритмы решения задач по дисциплине «Коды, исправляющие ошибки»;

#### ***уметь:***

- выполнять вычисления в конечных полях;
- строить коды с заданными параметрами;
- кодировать и декодировать информацию;

#### ***владеть:***

- основными навыками решения задач, связанных с теорией кодов, исправляющих ошибки;
- методами доказательств основных теорем, встречающихся в курсе «Коды, исправляющие ошибки»;

– навыками самообразования и способами использования аппарата алгебры и теории чисел для проведения математических и междисциплинарных исследований.

### **Структура учебной дисциплины**

Дисциплина изучается в 8 семестре очной формы получения высшего образования.

На изучение учебной дисциплины «Коды, исправляющие ошибки» отводится всего 62 часа, в том числе 36 аудиторных часов, из них: лекции – 18 часов, лабораторные занятия – 16 часов, управляемая самостоятельная работа – 2 часа.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 1,5 зачетные единицы.

Форма текущей аттестации по учебной дисциплине – зачет.

## СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

### **Тема 1. Основные понятия теории кодирования.**

Передача информации, основная проблема передачи информации. Понятие кода. Метрика Хэмминга. Минимальное расстояние кода. Принцип декодирования в ближайшее. Количество ошибок, детектируемых и исправляемых кодом, его связь с минимальным расстоянием.

### **Тема 2. Линейные коды.**

Линейные коды. Порождающая и проверочная матрицы линейного кода. Общие свойства линейных кодов. Систематическое кодирование. Вес линейного кода. Минимальное расстояние линейного кода, его связь с проверочной матрицей. Таблица стандартного расположения кода. Декодирование линейного кода по лидеру смежного класса и по синдрому. Двоичные коды Хэмминга. Коды Хэмминга над полем из  $q$  элементов. Параметры кодов Хэмминга. Декодирование кодов Хэмминга.

### **Тема 3. Совершенные коды.**

Совершенные коды. Критерий совершенности кода. Коды Хэмминга – совершенные коды. Коды Голея.

### **Тема 4. Границы объема кода.**

Границы объема кода: граница Синглтона, граница Хэмминга, граница Варшамова-Гилберта, граница Плоткина.

### **Тема 5. Циклические коды.**

Конечные поля и их свойства. Многочлены над конечными полями. Понятие циклического кода. Циклические коды – идеалы в факторкольце  $F_q[x]/(g(x))$ . Порождающий многочлен и порождающая матрица циклического кода. Проверочный многочлен и проверочная матрица циклического кода. Кодирование циклических кодов.

### **Тема 6. Коды БЧХ и коды Рида-Соломона.**

Определение кодов БЧХ. Граница БЧХ. Декодирование кодов БЧХ. Коды Рида-Соломона и их применение.

**УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**  
 Дневная форма получения образования с применением электронных средств  
 обучения (ДО)

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов					Количество часов по УСР	Формы контроля знаний
		лекции	практические занятия	семинарские занятия	лабораторные	Иное		
1.	<b>Основные понятия теории кодирования.</b>	2			2			Устный опрос
2.	<b>Линейные коды.</b>	4			2		2	Контрольная работа
3	<b>Совершенные коды.</b>	2			2			Устный опрос
4	<b>Границы объема кода.</b>	2			2			Устный опрос
5	<b>Циклические коды.</b>	4			4			Коллоквиум
6	<b>Коды БЧХ и коды Рида-Соломона.</b>	4			4			Контрольная работа
	<b>Итого</b>	<b>18</b>			<b>16</b>		<b>2</b>	

## **ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ**

### **Перечень основной литературы**

1. Кудряшов, Б.Д. Теория информации : учеб. пособие для студ. вузов, обуч. по напр. подготовки 230200 "Информационные системы" / Б.Д. Кудряшов. - Санкт-Петербург [и др.]: Питер, 2018. - 314 с.
2. Березкин, Е.Ф. Основы теории информации и кодирования : учеб. пособие / Е. Ф. Березкин. - Изд. 2-е, испр. - Санкт-Петербург; Москва; Краснодар: Лань, 2018. - 319 с.
3. Чечёта, С.И. Введение в дискретную теорию информации и кодирования: учеб. пособие для студ. вузов, обуч. по спец. "Криптография" и "Компьютерная безопасность" / С. И. Чечёта. - Москва : МЦНМО, 2011. - 223 с.
4. Марков, А.А. Введение в теорию кодирования: учеб. пособие для студ. вузов, обуч. по спец. "Прикладная математика" / А.А. Марков. - Москва: Наука, 1982. - 192 с.
5. Сидельников, В. М. Теория кодирования / В.М. Сидельников. - Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2008. - 323 с.
6. Марков, А.А. Сборник задач по теории кодирования: учеб. пособие / А.А. Марков, Л.Г. Киселева; Горьков. гос. ун-т им. Н. И. Лобачевского. - Горький: ГГУ, 1986. - 80 с.

### **Перечень дополнительной литературы**

7. Берлекэмп, Э. Алгебраическая теория кодирования / Э. Берлекэмп. - Москва: Мир, 1971.
8. Блейхут, Р.Э. Теория и практика кодов, контролирующих ошибки / Р.Э. Блейхут. - Москва : Мир, 1986. - 576 с.
9. Мак-Вильямс, Ф.Дж. Теория кодов, исправляющих ошибки / Ф.Дж. Мак-Вильямс, Н.Дж. А. Слоэн - Москва: Связь, 1979. - 744 с.

### **Перечень рекомендуемых средств диагностики и методика формирования итоговой отметки**

Формой текущей аттестации по дисциплине «Коды, исправляющие ошибки» учебным планом предусмотрен **зачет**.

Контроль работы студента проходит в форме устных опросов, коллоквиума, выполнения контрольных и самостоятельных работ и практических упражнений в аудитории. Задания к самостоятельным работам составляются согласно содержанию учебного материала.

Зачет по дисциплине выставляется в случае сдачи всех контрольных работ и коллоквиума.

Итоговая отметка формируется на основе 3-х документов:

1. Правила проведения аттестации студентов, курсантов, слушателей при освоении содержания образовательных программ высшего образования (Постановление Министерства образования Республики Беларусь №53 от 29.05.2012 г.).

2. ПОЛОЖЕНИЕ о рейтинговой системе оценки знаний обучающихся по учебной дисциплине в Белорусском государственном университете (Приказ ректора БГУ № 189-ОД от 31.03.2020).

3. Критериев оценки результатов учебной деятельности обучающихся в учреждениях высшего образования по десятибалльной шкале (Письмо Министерства образования Республики Беларусь от 28.05.2013 г. № 09-10/53-ПО).

### **Примерный перечень заданий для управляемой самостоятельной работы**

#### **Тема 2. Линейные коды. (2 ч)**

Перечень заданий:

1. Найти число различных линейных  $[n; k]$ -кодов.
2. Показать, что кодовое расстояние линейного кода равно минимальному из весов его ненулевых векторов.
3. Показать, что в двоичном линейном коде либо каждый кодовый вектор имеет четный вес, либо половина кодовых векторов имеет четные веса и половина – нечетные.
4. Пусть  $H; G$  – проверочная и порождающая матрицы линейного кода соответственно. Доказать, что  $HG^t = 0$  и  $GH^t = 0$ . Исследуя связь между  $H$  и  $G$ , найти число проверочных и порождающих матриц для данного  $[n; k]$ -кода.
5. Построить коды с помощью проверочных матриц

$$\text{а) } H = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{б) } H = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Форма контроля – контрольная работа.

## Примерные варианты контрольных работ

### Контрольная работа 1.

1. Пусть в канале связи используется код Хэмминга длины 7, столбцы проверочной матрицы которого лексикографически упорядочены. Пусть на приемном конце получено слово (0110110). Декодировать его и найти информационный блок.

2. Построить проверочную матрицу:

а) с двумя строками для троичного кода Хэмминга, построить код;

б) с тремя строками для троичного кода Хэмминга.

3. Для линейного кода, заданного порождающей матрицей

$G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$  построить таблицу стандартного расположения.

Декодировать слово (110111) по лидеру смежного класса в таблице стандартного расположения и слово (101011) с помощью синдрома.

### Контрольная работа 2.

1. Построить двоичный код БЧХ размерности 12 с гарантированным расстоянием  $\delta = 5$ .

2. Определить размерность БЧХ-кода над полем  $GF(3)$ , исправляющего 5 ошибок и имеющего длину 80.

3. Описать (15, 13)-код Рида-Соломона над полем  $GF(24)$ , определив его длину, порождающий многочлен и число исправляемых ошибок.

## Примерная тематика лабораторных занятий

**Лабораторное занятие 1.** Метрика Хэмминга. Минимальное расстояние кода. Принцип декодирования в ближайшее. Количество ошибок, детектируемых и исправляемых кодом, его связь с минимальным расстоянием.

**Лабораторное занятие 2.** Декодирование линейного кода по лидеру смежного класса и по синдрому. Двоичные коды Хэмминга. Коды Хэмминга над полем из  $q$  элементов.

**Лабораторное занятие 3.** Совершенные коды. Критерий совершенности кода. Коды Хэмминга – совершенные коды. Коды Голея.

**Лабораторное занятие 4.** Границы объема кода: граница Синглтона, граница Хэмминга, граница Варшамова-Гилберта, граница Плоткина.

**Лабораторное занятие 5.** Конечные поля и их свойства. Многочлены над конечными полями. Понятие циклического кода. Циклические коды – идеалы в факторкольце  $F_q[x]/(g(x))$ .

**Лабораторное занятие 6.** Порождающий многочлен и порождающая матрица циклического кода. Проверочный многочлен и проверочная матрица циклического кода. Кодирование циклических кодов.

**Лабораторное занятие 7.** Определение кодов БЧХ. Граница БЧХ. Декодирование кодов БЧХ.

**Лабораторное занятие 8.** Коды Рида-Соломона и их применение.

### **Описание инновационных подходов и методов к преподаванию учебной дисциплины**

При организации образовательного процесса используется **практико-ориентированный подход**, который предполагает:

- освоение содержание образования через решения практических задач;
- приобретение навыков эффективного выполнения разных видов профессиональной деятельности;
- ориентацию на генерирование идей, реализацию групповых студенческих проектов, развитие предпринимательской культуры;
- использованию процедур, способов оценивания, фиксирующих сформированность профессиональных компетенций.

### **Методические рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся**

Для организации самостоятельной работы студентов по учебной дисциплине «Коды, исправляющие ошибки» используются современные информационные ресурсы: размещается на образовательном портале комплекс учебных и учебно-методических материалов (учебно-программные материалы, учебное издание для теоретического изучения дисциплины, материалы текущего контроля и текущей аттестации, позволяющие определить соответствие учебной деятельности обучающихся требованиям образовательных стандартов высшего образования и учебно-программной документации, в т.ч. вопросы для подготовки к зачету, задания, вопросы для самоконтроля и др., список рекомендуемой литературы, информационных ресурсов и др.).

При изучении дисциплины до сведения студентов вначале семестра доводится информация, которая включает: методы и формы контроля знаний и правила начисления баллов. Для активации работы студентов в семестре используется:

- организация непрерывного текущего контроля качества знаний студентов в течение всего срока изучения дисциплины;
- стимулирование работы студентов в течение семестра на основе использования накопительной рейтинговой системы;
- повышение значимости самостоятельной и индивидуальной работы путем разработки и выдачи студентам индивидуальных вариантов заданий, возможность получить консультацию и индивидуальную помощь при их выполнении;
- дифференцированный подход к оценке знаний студентов, стимулирование высокого рейтинга по дисциплине.

### **Примерный перечень вопросов к зачету**

1. Определение кода. Метрика Хэмминга. Вес. Связь расстояния с весом. Минимальное расстояние кода. Принцип декодирования в ближайшее кодовое слово. Уметь найти объем заданного шара, число векторов в пересечении двух заданных шаров.
2. Теорема о связи кодового расстояния и числа обнаруживаемых и исправляемых ошибок.
3. Линейные коды. Порождающая и проверочная матрицы, их связь. Уметь найти проверочную матрицу при заданной порождающей и наоборот.
4. Вычисление кодового расстояния линейного кода по проверочной матрице.
5. Кодирование в линейном коде. Таблица стандартного расположения кода. Декодирование по лидеру смежного класса.
6. Синдром вектора. Декодирование по синдрому.
7. Код Хэмминга, его параметры. Уметь записать проверочную матрицу кода Хэмминга.
8. Совершенные коды. Коды Хэмминга совершенны.
9. Построение конечных полей. Примитивные элементы.
10. Циклические коды. Отождествление циклического кода с идеалами в факторкольце  $\mathbb{F}_q[x]/(x^n - 1)$ .
11. Порождающий многочлен и порождающая матрица циклического кода.
12. Проверочный многочлен и проверочная матрица циклического кода.
13. Систематическое кодирование циклических кодов.

14. Циклотомические классы по модулю  $p^n$ . Минимальный полином элемента конечного поля и его свойства.
15. Коды БЧХ, их параметры. Уметь построить код БЧХ и определить его параметры по заданному набору степеней примитивного элемента.
16. Декодирование кода БЧХ.
17. Коды Рида-Соломона, их параметры.

**ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ  
ПО ИЗУЧАЕМОЙ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ  
С ДРУГИМИ ДИСЦИПЛИНАМИ СПЕЦИАЛЬНОСТИ**

Название дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы по изучаемой учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)

**ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ  
ПО ИЗУЧАЕМОЙ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ  
на \_\_\_\_ / \_\_\_\_ учебный год**

№ п/п	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры высшей алгебры и защиты информации (протокол № \_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.)

Заведующий кафедрой

\_\_\_\_\_ (степень, звание)      \_\_\_\_\_ (подпись)      \_\_\_\_\_ (И.О.Фамилия)

УТВЕРЖДАЮ  
Декан факультета

\_\_\_\_\_ (степень, звание)      \_\_\_\_\_ (подпись)      \_\_\_\_\_ (И.О.Фамилия)