

Белорусский государственный университет

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе и
образовательным инновациям

С.Г. Прохоренко

«08» июля 2022 г.

Регистрационный № УД – 11578/уч.

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ И КОМПЬЮТЕРНАЯ ГРАФИКА

Учебная программа учреждения высшего образования
по учебной дисциплине для специальности:

**1–31 03 08 Математика и информационные технологии (по
направлениям)**

Направления специальности:

**1-31 03 08-01 Математика и информационные технологии (веб-
программирование и интернет-технологии)**

**1-31 03 08-02 Математика и информационные технологии
(математическое и программное обеспечение мобильных устройств)**

2022 г.

Учебная программа составлена на основе ОСВО 1–31 03 08-2021, типового учебного плана № G31-1-012/пр-тип. от 31.03.2021, учебных планов БГУ: № G31-1-017/уч. от 25.05.2021, № G31-1-001/уч. ин. от 31.05.2021, № G31-1-003/уч.з. от 31.05.2021, № G31-1-011/уч. от 25.05.2021, № G31-1-003/уч. ин. от 31.05.2021, № G31-1-004/уч.з. от 31.05.2021.

СОСТАВИТЕЛЬ:

Денис Владимирович Вылегжанин – доцент кафедры геометрии, топологии и методики преподавания математики механико-математического факультета Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук.

РЕЦЕНЗЕНТ:

Владимир Владимирович Шлыков – профессор кафедры математики и методики преподавания математики физико-математического факультета УО “Белорусский государственный педагогический университет имени М.Танка”, доктор педагогических наук, кандидат физико-математических наук, профессор;

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой геометрии, топологии и методики преподавания математики
(протокол № 12 от 25.05.2022)

Научно-методическим советом БГУ
(протокол № 6 от 29.06.2022)

Зав. кафедрой геометрии, топологии
и методики преподавания математики

Д.Ф. Базылев

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Цели и задачи учебной дисциплины

Цель учебной дисциплины – формирование современных представлений об основных геометрических методах и алгоритмах, которые широко используются в теоретических и многих прикладных разделах математики.

Задачи учебной дисциплины:

1. Изучение основ вычислительной геометрии.
2. Изучение математических основ компьютерной графики.
3. Применение методов вычислительной геометрии и математических методов компьютерной графики для исследования и решения прикладных проблем.

Место учебной дисциплины в системе подготовки специалиста с высшим образованием.

Учебная дисциплина «Вычислительная геометрия и компьютерная графика» относится к модулю «Алгебра и геометрия» 2 компонента учреждения высшего образования.

Связи с другими учебными дисциплинами, включая учебные дисциплины компонента учреждения высшего образования, дисциплины специализации и др.

Учебная дисциплина связана с дисциплинами государственного компонента «Геометрия», «Алгебра и теория чисел».

Требования к компетенциям

Освоение учебной дисциплины «Вычислительная геометрия и компьютерная графика» должно обеспечить формирование следующих **специализированных компетенций**:

СК-2. Применять ключевые методы защиты информационных систем при реализации криптоприложений.

СК-3. Применять основные алгоритмы компьютерной геометрии и современные математические средства визуализации изображений и анимации

В результате освоения учебной дисциплины студент должен:

знать: основные математические конструкции, алгоритмы и методы вычислительной геометрии и компьютерной графики;

уметь: решать прикладные задачи используя геометрические алгоритмы и методы;

владеть: основными алгоритмами и геометрическими преобразованиями для решения задач вычислительной геометрии и компьютерной графики.

Структура учебной дисциплины

Дисциплина изучается в 4-м семестре очной (дневной) формы обучения; в 6-м семестре заочной формы обучения. Всего на изучение учебной дисциплины «Вычислительная геометрия и компьютерная графика» отведено:

– для очной формы получения высшего образования – 102 часа, в том числе 52 аудиторных часа, из них: лекции – 26 часов, лабораторные занятия – 22 часа, управляемая самостоятельная работа – 4 часа.

– для заочной формы получения высшего образования – 102 часа, в том числе 12 аудиторных часов, из них: лекции – 4 часа, практические занятия – 4 часа, лабораторные занятия – 4 часа, написание контрольной работы.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 3 зачетные единицы.

Форма текущей аттестации по учебной дисциплине – экзамен.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Раздел 1. Вычислительная геометрия

Тема 1.1. Предмет изучения вычислительной геометрии.

Объект изучения. Основные типы задач вычислительной геометрии. Обзор литературных источников.

Тема 1.2. Задачи локализации точки.

Основные определения (многоугольник, простой многоугольник, выпуклый многоугольник и др.). Определение взаимного положения двух отрезков. Алгоритмы локализация точки относительно выпуклого многоугольника. Алгоритмы локализации точки относительно произвольного многоугольника. Анализ сложности алгоритмов.

Тема 1.3. Выпуклые оболочки.

Основные определения. Метод прохода Грехэма. Метод обхода Джарвиса. Метод QuickHull. Анализ сложности алгоритмов.

Тема 1.4. Взаимное расположение геометрических элементов на плоскости.

Алгоритмы Sweep-line (выметающая прямая). Алгоритмы определения пересечения отрезка и полигона. Алгоритмы определения пересечения двух полигонов. Поиск пары ближайших точек. Определение наличия пересекающихся отрезков в множестве отрезков.

Тема 1.5. Триангуляция.

Понятие триангуляции. Триангуляция Делоне. Диаграммы Вороного. Некоторые алгоритмы построения диаграммы Вороного. Некоторые алгоритмы триангуляции.

Раздел 2. Математические основы компьютерной графики

Тема 2.1. Проекции.

Виды проекций. Методы построения параллельной и центральной проекций.

Тема 2.2. Использование кватернионов для описания геометрических преобразований.

Понятие кватерниона и основные операции. Запись вращений и симметрий с использованием кватернионов и ортогональных матриц. Сравнительный анализ.

Тема 2.3. Сплаины. Кривые Безье.

Сплайн Эрмита. Кубический сплайн. Функции Бернштейна. Алгоритм Де Кастелье. Геометрический смысл алгоритма Де Кастелье.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Дневная форма получения образования с применением электронных средств обучения (ДО)

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов						Форма контроля знаний
		Лекции	Практические занятия	Семинарские занятия	Лабораторные занятия	Иное	Количество часов УСП	
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.	Вычислительная геометрия	14			16			
1.1.	Предмет изучения вычислительной геометрии	1					1	Опрос
1.2.	Задачи локализации точки	4			4		1	Отчет по лабораторной работе Опрос
1.3.	Выпуклые оболочки	3			4			Отчет по лабораторной работе Опрос
1.4.	Взаимное расположение геометрических элементов на плоскости	2			4			Отчет по лабораторной работе
1.5.	Триангуляция	4			4		1	Отчет по лабораторной работе Опрос
2.	Математические основы компьютерной графики	12			6			
2.1.	Проекции	2			2			Отчет по лабораторной работе
2.2.	Использование кватернионов для	6			2		1	Отчет по лабораторной работе

	описания геометрических преобразований									работе Опрос
2.3.	Сплайны. Кривые Безье	4				2				Отчет по лабораторной работе
	Всего по дисциплине	26				22			4	

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ **Заочная форма получения образования**

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов					Форма контроля знаний
		Лекции	Практические занятия	Семинарские занятия	Лабораторные занятия	Иное	
1	2	3	4	5	6	7	8
1.	Вычислительная геометрия	3	3		2		
1.1.	Предмет изучения вычислительной геометрии	1					
1.2.	Задачи локализации точки	1	1				Отчет по практической работе
1.3.	Выпуклые оболочки	1	2		2		Отчет по лабораторной работе
2.	Математические основы компьютерной графики	1	1		2		
2.1.	Проекции	1	1		2		Отчет по лабораторной работе
	Всего по дисциплине	4	4		4		

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Перечень основной литературы

1. Т. Кормен, Ч. Лайзерсон, Р. Ривест, К. Штайн, Алгоритмы: построение и анализ : [пер. с англ.] / Томас Кормен [и др.]. - 3-е изд. - Москва ; Санкт-Петербург : Вильямс, 2018. - 1323 с.
2. Никулин, Е. А. Компьютерная графика. Модели и алгоритмы : учебное пособие / Е. А. Никулин. — 2-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2018. — 706 с.— Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/213038>
3. Голованов, Н. Н. Геометрическое моделирование / Н. Н. Голованов. - Москва : ДМК Пресс, 2020. - 405 с. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1094924>
4. Побегайло, А. П. Применение кватернионов в компьютерной геометрии и графике / А. П. Побегайло. - Минск : БГУ, 2010. - 216 с. - URL: <http://elib.bsu.by/handle/123456789/4632>

Перечень дополнительной литературы

1. Ф.Препарата, М.Шеймос, Вычислительная геометрия: Введение, Москва «Мир», 1989, 480с.
2. М. Ласло, Вычислительная геометрия и компьютерная графика на C++, Москва: «БИНОМ», 1997, 304 с.
3. А.В. Скворцов. Триангуляция Делоне и ее применение. - Томск.: Издательство Том. Ун-та, 2002, 128 с.
4. Марк де Берг, Отфрид Чеонг, Марк ван Кревельд, Марк Овермарс, Вычислительная геометрия. Алгоритмы и приложения, «ДМК-Пресс», 2017, 438 с.
5. Постников, М. М. Аналитическая геометрия : учебное пособие / М. М. Постников. — 3-е изд.,испр. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 416 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/210347>

Перечень рекомендуемых средств диагностики и методика формирования итоговой отметки

Для диагностики результатов учебной деятельности по дисциплине используются:

- опрос;
- отчет по лабораторной работе;
- отчет по практической работе.

Контроль освоения практических навыков осуществляется в форме отчетов.

Формой текущей аттестации по дисциплине учебным планом предусмотрен – экзамен.

При формировании итоговой отметки используется рейтинговая система оценки знаний студента, дающая возможность проследить и оценить динамику процесса достижения целей обучения. Рейтинговая система предусматривает использование весовых коэффициентов для текущего контроля знаний и текущей аттестации студентов по дисциплине.

Весовые коэффициенты, определяющие вклад текущего контроля знаний в итоговую отметку:

Формирование отметки за текущую успеваемость (дневная форма получения образования):

- отчет по лабораторным работам — 80%
- опрос 20%

Формирование отметки за текущую успеваемость (заочная форма получения образования):

- отчет по практическим работам — 50%
- отчет по лабораторным работам — 50%

Итоговая отметка по дисциплине рассчитывается на основе отметки текущей успеваемости и экзаменационной отметки с учетом их весовых коэффициентов. Вес отметки по текущей успеваемости составляет 30 %, экзаменационной отметки – 70 %.

Примерный перечень заданий для управляемой самостоятельной работы студентов

Тема 1.1. Предмет изучения вычислительной геометрии (1 час)

Назвать основные группы задач решаемых методами вычислительной геометрии. Привести примеры.

Форма контроля – опрос.

Тема 1.2. Задачи локализации точки (1 час)

Оценить количество операций (сложность) для «Лучевого теста».

Форма контроля – опрос.

Тема 1.5. Триангуляция (1 час)

Указать наиболее оптимальные способы проверки условия Делоне.

Форма контроля – опрос.

Тема 2.2. Использование кватернионов для описания геометрических преобразований (1 час)

Описать с помощью кватернионов поворот на заданный угол вокруг оси OZ.
Форма контроля – опрос.

Примерная тематика лабораторных занятий

- Занятие № 1. Взаимное расположение отрезков.
- Занятие № 2. Лучевой тест.
- Занятие № 3. Угловой тест в реализации через октаны.
- Занятие № 4. Алгоритм Грехэма.
- Занятие № 5. Алгоритм Джарвиса.
- Занятие № 6. Quick Hull.
- Занятие № 7. Динамическая выпуклая оболочка.
- Занятие № 8. Алгоритм Цируса-Бека.

Описание инновационных подходов и методов к преподаванию учебной дисциплины

При организации образовательного процесса используется **практико-ориентированный подход**, который предполагает:

- освоение содержание образования через решения практических задач;
- приобретение навыков эффективного выполнения разных видов профессиональной деятельности;
- ориентацию на генерирование идей, реализацию групповых студенческих проектов, развитие предпринимательской культуры;
- использованию процедур, способов оценивания, фиксирующих сформированность профессиональных компетенций.

Методические рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся

При изучении учебной дисциплины рекомендуется использовать следующие формы самостоятельной работы:

- изучение и конспектирование материала, вынесенного на лекциях и лабораторных занятиях на самостоятельное изучение по источникам основной и дополнительной литературы;
- поиск (подбор) и обзор литературы и электронных источников по индивидуально заданной проблеме курса; – выполнение домашнего задания;
- работы, предусматривающие решение задач и выполнение упражнений, выдаваемых на практических занятиях;

Контроль УСР по дисциплине «*Вычислительная геометрия и компьютерная графика*» проводится преподавателем, как правило, во время аудиторных занятий и осуществляется в виде:

- экспресс-опроса на аудиторных занятиях.

Учет результатов контроля текущей успеваемости студентов ведется преподавателем. Полученные студентом количественные результаты УСР учитываются как составная часть итоговой отметки по дисциплине в рамках рейтинговой системы.

Примерный перечень вопросов к экзамену

1. Методы определения взаимного расположения точек и прямых.
2. Методы определения взаимного расположения отрезков.
3. Основные определения (многоугольник, простой многоугольник, выпуклый многоугольник и др.). Алгоритмы локализации точки относительно выпуклого многоугольника. Анализ сложности алгоритмов.
4. Основные определения (многоугольник, простой многоугольник, выпуклый многоугольник и др.). «Лучевой тест» локализации точки относительно произвольного многоугольника. Анализ сложности алгоритмов.
5. Основные определения (многоугольник, простой многоугольник, выпуклый многоугольник и др.). «Угловой тест» локализации точки относительно произвольного многоугольника. Анализ сложности алгоритмов.
6. Основные определения (многоугольник, простой многоугольник, выпуклый многоугольник, выпуклая оболочка и др.). Метод прохода Грехэма. Анализ сложности алгоритма.
7. Основные определения (многоугольник, простой многоугольник, выпуклый многоугольник, выпуклая оболочка и др.). Метод обхода Джарвиса. Анализ сложности алгоритма.
8. Основные определения (многоугольник, простой многоугольник, выпуклый многоугольник, выпуклая оболочка и др.). Метод Quick Hull. Анализ сложности алгоритма.
9. Алгоритм динамического построения выпуклой оболочки.
10. Алгоритм нахождения диаметра конечного множества точек. Анализ сложности алгоритма.
11. Алгоритм определения взаимного расположения отрезка и многоугольника. Внутренние и внешние отсечения сторон. Анализ сложности алгоритмов.
12. Алгоритм отсечения отрезка по границам выпуклого многоугольника (алгоритм Цируса-Бека). Анализ сложности алгоритмов.
13. Пересечение выпуклого и простого многоугольников. Алгоритм Сазерленда-Ходжмана.
14. Алгоритм пересечения выпуклых многоугольников. Анализ сложности алгоритмов.
15. Алгоритм нахождения пары ближайших точек. Описание и анализ сложности алгоритма.

16. Определение наличия пересекающихся отрезков. Постановка задачи. Алгоритм Sweep-line (выметающая прямая). Особенности алгоритма. Анализ сложности алгоритма.
17. Диаграмма Вороного. Определения. Алгоритмы построения.
18. Триангуляция. Основные определения (триангуляция, оптимальная триангуляция, триангуляция Делоне и др.). Методы проверки условия Делоне.
19. Итеративные алгоритмы построения триангуляции. Основные определения (триангуляция, оптимальная триангуляция, триангуляция Делоне и др.).
20. Алгоритмы построения триангуляции типа «разделяй и властвуй». Основные определения (триангуляция, оптимальная триангуляция, триангуляция Делоне и др.).
21. Двухпроходные алгоритмы и алгоритмы прямого построения триангуляции Делоне. Основные определения (триангуляция, оптимальная триангуляция, триангуляция Делоне и др.)
22. Сплайн Эрмита
23. Кубический сплайн.
24. Кривые Безье. Функции Бернштейна. Свойства кривой Безье.
25. Алгоритм Де Кастелье. Геометрический смысл алгоритма Де Кастелье.

ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УВО

Название учебной дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
Построение и анализ алгоритмов	Кафедра веб-технологий и компьютерного моделирования	нет	Вносить изменения не требуется (протокол № 12 от 25.05.2022)

**ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ ПО
ИЗУЧАЕМОЙ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ**

на ____ / ____ учебный год

№ п/п	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры
_____ (протокол № ____ от _____ 20__ г.)

Заведующий кафедрой

УТВЕРЖДАЮ

Декан факультета
