

# МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ФОРМИРОВАНИЯ ИНВЕСТИЦИОННОГО ПОРТФЕЛЯ

**В. В. Вавуло, М. С. Солодухо**

*ГУО «Институт бизнеса  
Белорусского государственного университета», г. Минск;  
valerie.vers@mail.ru; mariyasolodukho@gmail.com;  
науч. рук. – Минченков Ю. В., канд. физ.-мат. наук, доц.*

Статья посвящена аналитическому исследованию в области проблемы формирования инвестиционного портфеля, основываясь на целях, которые ставят перед собой инвесторы. В процессе исследования были рассмотрены показатели, используемые для аналитики инвестиционного портфеля, а также базовые пункты его формирования.

**Ключевые слова:** инвестиционный портфель; доходность акций; эффективность; риск; доходность; теория Марковица.

Цель работы данной работы – оценить риск и доходность портфельных инвестиций; составить рекомендации по формированию эффективного инвестиционного портфеля.

Выявим показатели, которые будем использовать для составления и аналитики инвестиционного портфеля, а после, на примере, рассмотрим на практике закономерность Марковица.

Показатели, используемые для составления и аналитики инвестиционного портфеля:

ожидаемая доходность  
среднее квадратическое отклонение  
ковариация  
коэффициент корреляции Пирсона  
коэффициент вариации.

Рассмотрим решение двух задач инвестиционного портфеля:

– получение максимальной доходности портфеля при заданном уровне риска;

– обеспечение минимального риска портфеля при заданном уровне доходности [1-2].

Акции компаний А и Б.

*Таблица 1*

**Доходность акций компаний А и Б при пяти сценариях развития**

Сценарий	Вероятность (P <sub>i</sub> )	Доходность акций (k <sub>i</sub> ), %	
		А	Б
C <sub>1</sub>	0,2	1,39	2

*Окончание таблицы*

Сценарий	Вероятность (P <sub>i</sub> )	Доходность акций (k <sub>i</sub> ), %	
		А	Б
C <sub>2</sub>	0,3	0,67	0,94
C <sub>3</sub>	0,15	0,69	0,01
C <sub>4</sub>	0,24	0,95	1,3
C <sub>5</sub>	0,11	1,62	1,7
Ожидаемая доходность ( $\sum k$ ), %		0,99	1,18
Среднее квадратическое отклонение $\sigma$ , %		34,68	62,47

Рассчитаем среднюю доходность для акций А и Б. Оценка тесноты связи между акциями А и Б приводит к следующим значениям ковариации и коэффициента корреляции.

*Таблица 2*

**Средняя доходность акций А и Б, коэффициенты вариации  
корреляции Пирсона**

Средняя доходность для А	1,064
Средняя доходность для Б	1,19
Cov (А,Б)	0,268725
Cor (А,Б)	0,000124039

Как видно, акции компаний А и Б имеют слабую положительную связь.

На данном этапе мы пока не можем оценить ни уровень ожидаемой доходности портфеля из акций двух рассматриваемых компаний, ни уровень его фактического риска. Для решения такой задачи нам необходимо иметь информацию о доле акций каждой компании в исследуемом портфеле. В табл. 3 представлены данные об изменении доходности и риска портфеля при различных сочетаниях акций А и Б.

*Таблица 3*

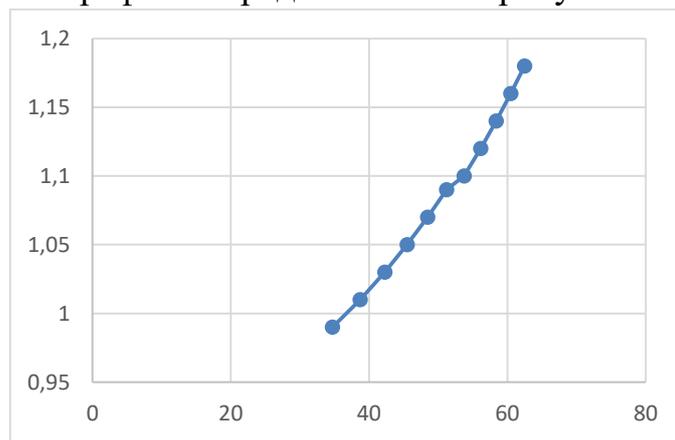
**Изменение доходности и риска портфеля из акций компаний А и Б в зависимости от различных сочетаний долей каждой акции в общем портфеле**

Доля акций компании А в портфеле	Ожидаемая доходность портфеля ( $\sum k_p$ ), %	Среднее квадратическое отклонение портфеля ( $\sigma$ ), %	Коэффициент вариации портфеля (CV)
0	1,18	62,47	0,53
0,1	1,16	60,47	0,52
0,2	1,14	58,36	0,51

Окончание таблицы 3

Доля акций компании А в портфеле	Ожидаемая доходность портфеля ( $\sum k p$ ), %	Среднее квадратическое отклонение портфеля ( $\sigma$ ), %	Коэффициент вариации портфеля ( $CV$ )
0,3	1,12	56,12	0,5
0,4	1,1	53,73	0,49
0,5	1,09	51,19	0,47
0,6	1,07	48,45	0,45
0,7	1,05	45,49	0,43
0,8	1,03	42,26	0,41
0,9	1,01	38,69	0,38
1	0,99	34,68	0,35

Графически сочетания доходности и среднего квадратического отклонения для всех портфелей представлены на рисунке.



Сочетание доходности и риска портфеля при различных сочетаниях долей акций компаний А и Б в портфеле

Как видно из данных таблицы 3 и рисунка, в нашем примере сочетания доходности и риска портфеля в зависимости от сочетания долей акций изменяются практически линейно. Поэтому вся совокупность представленных в таблице портфелей является эффективной, и для выбора портфеля достаточно определить то сочетание акций в портфеле, которое обеспечит желаемое сочетание доходности и риска. Однако такая линейная зависимость доходности и риска от сочетания долей финансовых активов в портфеле существует далеко не всегда.

Бывают ситуации, когда акции компаний имеют слабую отрицательную связь, а зависимость сочетания доходности и риска от сочетания долей акций не линейна. Тогда на графике мы можем увидеть, что несколько обеспечивают одинаковые диапазоны риска портфеля, различия

состоят только в уровне доходности. Следовательно, из нескольких возможных портфелей целесообразно выбрать тот портфель, который обеспечивает более высокую доходность, при том же уровне риска. Такой портфель называется эффективным [3–4].

Всю информацию в работе можно обобщить следующим образом: ключ к решению проблемы выбора оптимального портфеля лежит в теореме о существовании эффективного набора портфелей, так называемой границы эффективности.

Суть теоремы сводится к выводу о том, что любой инвестор должен выбрать из всего бесконечного набора портфелей такой портфель, который:

обеспечивает максимальную ожидаемую доходность при каждом уровне риска.

обеспечивает минимальный риск для каждой величины ожидаемой доходности.

#### **Библиографические ссылки**

1. Файловый архив StudFiles [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://studfile.net/preview/6055484/page:62/>. – Дата доступа: 30.03.2022.
2. Учебные материалы Studme [Электронный ресурс]. – Режим доступа: [https://studme.org/63988/finansy/risk\\_dohodnost\\_portfelnyh\\_investitsiy](https://studme.org/63988/finansy/risk_dohodnost_portfelnyh_investitsiy). – Дата доступа: 25.03.2022.
3. Свободная энциклопедия Википедия [Электронный ресурс]. – Режим доступа: [https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D0%BE%D1%80%D1%82%D1%84%D0%B5%D0%BB%D1%8C%D0%BD%D0%B0%D1%8F\\_%D1%82%D0%B5%D0%BE%D1%80%D0%B8%D1%8F\\_%D0%9C%D0%B0%D1%80%D0%BA%D0%BE%D0%B2%D0%B8%D1%86%D0%B0](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D0%BE%D1%80%D1%82%D1%84%D0%B5%D0%BB%D1%8C%D0%BD%D0%B0%D1%8F_%D1%82%D0%B5%D0%BE%D1%80%D0%B8%D1%8F_%D0%9C%D0%B0%D1%80%D0%BA%D0%BE%D0%B2%D0%B8%D1%86%D0%B0). – Дата доступа: 05.03.2022.
4. Учебные материалы Studme [Электронный ресурс]. – Режим доступа: [https://studwood.net/1403488/finansy/portfelnye\\_investitsii](https://studwood.net/1403488/finansy/portfelnye_investitsii). – Дата доступа: 03.04.2022.