# РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ СЕТЕВОГО ПЛАНИРОВАНИЯ С ОГРАНИЧЕНИЕМ ПО КОЛИЧЕСТВУ РАБОТНИКОВ

**Цзян Чжаоянь**

*ГУО «Институт бизнеса*
*Белорусского государственного университета, БГУ», г. Минск;*
*jzy19991110@yandex.ru;*
*науч. рук. – Н. Н. Рачковский, канд. физ.-мат. наук, доц.*

Для известной задачи сетевого планирования с ограничением по количеству работников найден новый способ решения, предполагающий использование возможностей Excel: с помощью надстройки «Поиск решения» было получено оптимальное решение, которое оказалось лучше, чем приведенное в учебном пособии [1].

***Ключевые слова:*** сетевое планирование, сетевой график, оптимизационная модель, задача математического программирования.

Менеджеру в процессе его профессиональной деятельности достаточно часто приходится решать оптимизационные задачи, суть которых состоит в нахождении оптимального варианта среди имеющихся. Гарантировать оптимальность найденного в результате решения такой задачи варианта может только использование в процессе этого решения математического аппарата. В свою очередь, математический аппарат можно применять только к математическим объектам; поэтому для решения экономической оптимизационной задачи нужно предварительно эту задачу представить с помощью математических объектов. В результате такого представления получается математическая модель рассматриваемой экономической задачи.

Создание математической модели для подобных задач условно разбивается на три этапа:

1. выбор переменных;
2. создание целевой функции;
3. составление ограничений.

При выборе переменных нужно учитывать то, что варианты, среди которых требуется выбрать наилучший, как правило, однозначно характеризуются определенным набором числовых параметров; это, в частности, означает, что вместо самих вариантов можно рассматривать эти наборы их числовых характеристик. Поэтому в качестве переменных часто бывает удобно взять указанные числовые характеристики рассматриваемых вариантов.

Целевая функция является по сути дела критерием оптимальности и отражает меру полезности вариантов.

Варианты, среди которых выбирается наилучший, как правило, должны удовлетворять определенным требованиям; эти требования, представленные в виде уравнений, неравенств и включений, составляют ограничения в математической модели.

Следует отметить, что составление математической модели является очень важным, но зачастую не самым сложным этапом решения оптимизационной задачи. При этом заметим, что математическая модель оптимизационной задачи, как правило, представляет собой задачу математического программирования. Если целевая функция и (или) ограничения устроены достаточно сложно, то решение соответствующей задачи математического программирования вручную может оказаться затруднительным из-за громоздкости вычислений. В такой ситуации может помочь вычислительная техника и специальные программы, позволяющие успешно решать задачи математического программирования. Для иллюстрации вышесказанного рассмотрим следующую задачу, приведенную в [1, с. 225].

Для перевода производства на новую, более интенсивную, технологию необходимо осуществить комплекс подготовительных мероприятий (работ). С этой целью создана группа специалистов и составлен сетевой график выполнения работ (рис. 1). Известна продолжительность $t_{ij}$ выполнения каждой работы $(i; j)$ комплекса и количество $r_{ij}$ специалистов, необходимых для этого (числа скобках).

Требуется установить время начала и окончания каждой работы так, чтобы завершить комплекс в кратчайший срок, учитывая, что к выполнению работ в каждый момент времени можно привлечь не более 10 специалистов, обладающих достаточной квалификацией для того, чтобы выполнять любую работу комплекса.

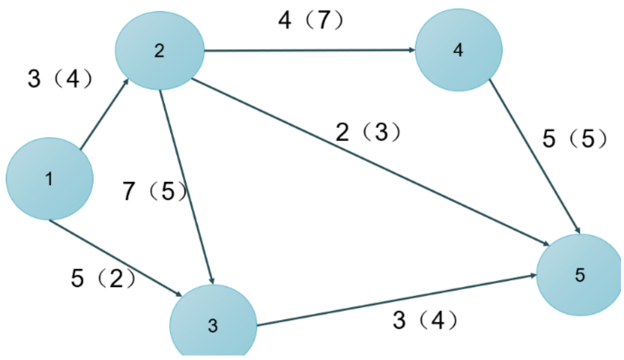



*Рис. 1*. Сетевой график выполнения работ

В учебном пособии [1] для решения этой задачи использован эвристический метод, предлагающий некоторую частичную оптимизацию расписания выполнения работ, и получен результат – минимальное время на завершение комплекса составляет $T = 19$.

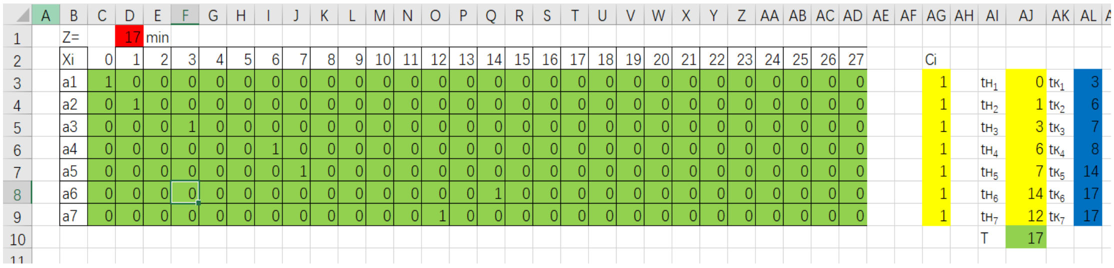
В данной работе предлагается решить эту задачу с помощью программы «Поиск решения» в Excel. Для этого мы составили ее математическую модель.

**Переменные:** время начала каждой работы: $t_i$, $i = \overline{1;7}$, и время окончания работы всего комплекса $T$. **Целевая функция**: требуется завершить комплекс работ в кратчайший срок ($T \to \min$). **Ограничения:** во-первых, каждая работа может начаться не раньше, чем закончатся все предшествующие ей работы; во-вторых, количество занятых работников $n_t$ не должно превышать 10; в-третьих, все переменные должны быть неотрицательными. В результате получается следующая задача линейного программирования:

$$\begin{cases} z = T \to \min \\ t_3 \geq t_1 + 3 \\ t_4 \geq t_1 + 3 \\ t_5 \geq t_1 + 3 \\ t_6 \geq t_5 + 7 \\ t_7 \geq t_6 + 3 \\ T \geq t_7 + 5 \\ T \geq t_4 + 2 \\ T \geq t_6 + 3 \\ t_{1,} t_{2,} t_3, t_4, t_{5,} t_6, t_7, T \geq 0 \\ n_t \leq 10 \end{cases}$$

Заметим, что основной проблемой при составлении ограничений этой математической модели является выведение формулы для вычисления $n_t$ – количества работников, задействованных в каждый момент времени $t$. Возможно, именно потому, что, по-видимому, невозможно найти достаточно простую формулу для представления $n_t$, в учебном пособии [1, с. 225] и был предложен эвристический подход к решению этой задачи, позволяющий избежать громоздких вычислений вручную. Использование возможностей Excel позволило преодолеть эти трудности. Прежде всего пришлось изменить смысл переменных – в качестве их мы рассмотрели двоичные величины $t_{ij}$, показывающие, начинается ли выполнение работы $a_i$ в момент времени $j$ (на рис. 2 – это зеленые ячейки). Это привело к значительному усложнению модели, но применение надстройки «Поиск решения» обеспечило нахождение действительно оптимального решения. Процесс решения (вычислений) данной задачи занял целых несколько минут машинного времени, что свидетельствует о достаточной ее сложности.

На рис. 2 и рис. 3 приведены результаты решения рассматриваемой задачи с помощью Excel.



| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Z= | | 17 | min | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Xi | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | Ci | | | | |
| a1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | $t_{н_1}$ | 0 | $t_{к_1}$ | 3 |
| a2 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | $t_{н_2}$ | 1 | $t_{к_2}$ | 6 |
| a3 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | $t_{н_3}$ | 3 | $t_{к_3}$ | 7 |
| a4 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | $t_{н_4}$ | 6 | $t_{к_4}$ | 8 |
| a5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | $t_{н_5}$ | 7 | $t_{к_5}$ | 14 |
| a6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | $t_{н_6}$ | 14 | $t_{к_6}$ | 17 |
| a7 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | $t_{н_7}$ | 12 | $t_{к_7}$ | 17 |
| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | T | 17 | | |

*Рис. 2*. Решение задачи

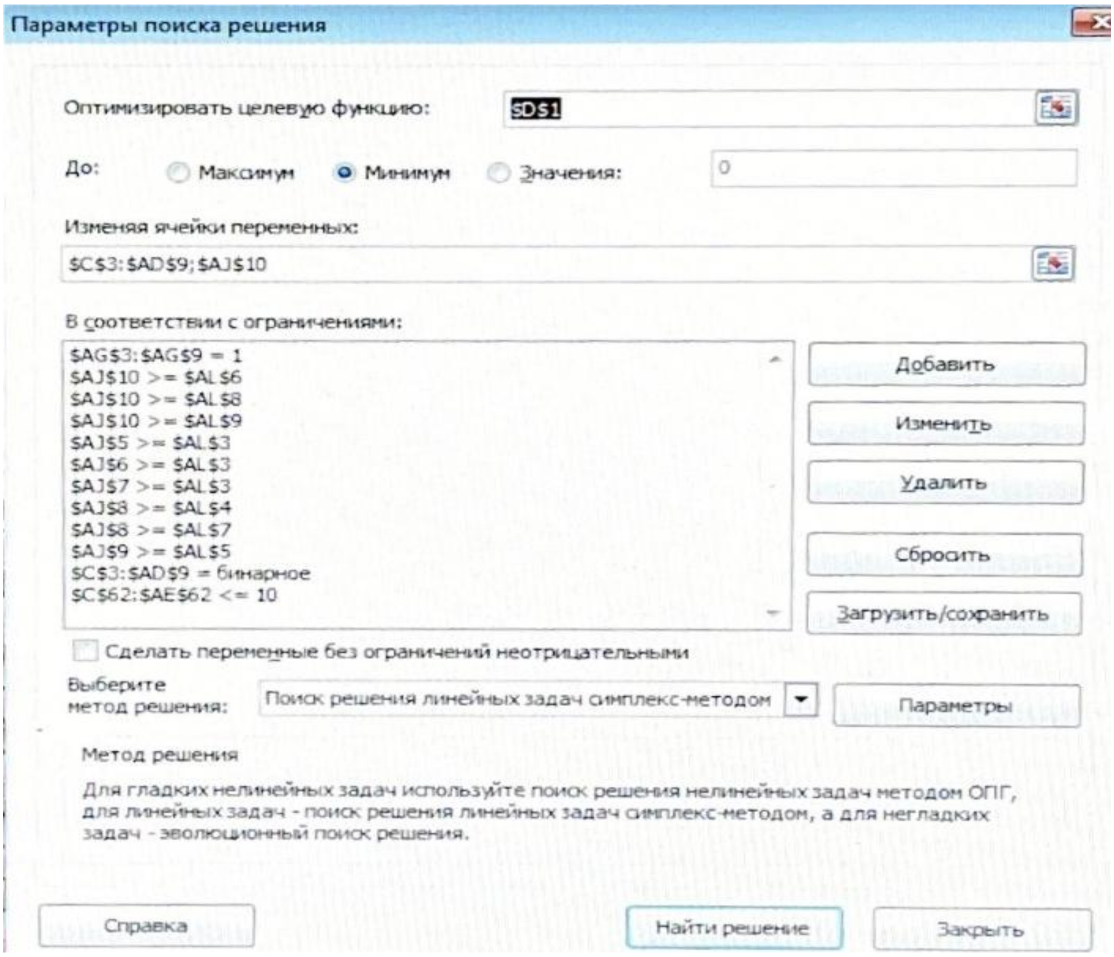



*Рис. 3*. Решение задачи

Таким образом, с помощью программы «Поиск решения» было получено оптимальное решение ($T = 17$), которое оказалось лучше, чем приведенное в учебном пособии [1, с. 227] ($T = 19$ ).

## Библиографические ссылки


1. Сборник задач и упражнений по высшей математике: Мат. программирование: Учеб. пособие / А.В.Кузнецов, В.А.Сакович, Н.И.Холод и др.; Под общ. ред. А.В.Кузнецова, Р.А.Рутковского. – 2-е изд., перераб. и доп. – Минск: Выш. шк., 2002. – 447с.