

МАДЭЛЬ АПТЫМАЛЬНАГА ПЛАНАВАННЯ РАБОТ ПА ПРАВЕРЦЫ І РАМОНЦЕ ГРУЗАВЫХ КАНТЭЙНЕРАЎ З МАГЧЫМАСЦЮ АДМОВЫ

М. М. Лукашэвіч, М. Я. Кавалёў

¹ *Беларускі дзяржаўны ўніверсітэт, г. Мінск;
mikhail.n.lukashevich@gmail.com;*

² *Аб'яднаны інстытут праблем інфарматыкі НАН Беларусі, г. Мінск;
kovalyov_my@newman.bas-net.by;*

науч. рук. — М. Я. Ковалёв, д-р физ.-мат. наук, чл.-корр. НАНБ

Разглядаецца праблема аптымальнага планавання работ па праверцы і рамонце грузавых кантэйнераў на некалькіх аб'ектах на працягу часу. Ёсць грузавыя кантэйнеры розных тыпаў. Яны прыбываюць у порт, іх разглядаюць на патрэбу пачынкi і пры неабходнасці чыняць, каб яны працягвалі служыць карыстальніку. Кантэйнеры прыбываюць для праверкі на пляцоўцу 0 , а рамантуюцца на F іншых пляцоўках. Чыстка кантэйнераў разглядаецца як від рамонту. Любы кантэйнер можа мець адзін з q , $q=0,1,\dots,Q+1$, узроўняў якасці. Кантэйнеры ўзроўню якасці 0 выкарыстоўваюцца для задавальнення зададзеных патрабаванняў кантэйнераў без патрэбы рамонта. Кантэйнеры ўзроўню якасці $Q+1$ утылізуюцца і не могуць быць выкарыстаны для задавальнення патрабаванняў. Неабходна знайсці план размеркавання кантэйнераў на кожным этапе іх апрацоўкі на пляцоўках, каб звесці да мінімуму агульны кошт. Пры гэтым улічваюцца абмежаванні працоўнай сілы, транспарту і ўмяшчальнасці пляцовак. У мэтавую функцыю ўваходзіць кошт агляду кантэйнераў, рамонта, транспарціроўкі і захоўвання, кошт адмовы ў прыняцці кантэйнераў і незадаволенасці попыту карыстальнікаў. Праблема зведзена да задачы лінейнага праграмавання.

Ключавыя словы: аптымальнае планаванне, грузавыя кантэйнеры, лінейнае праграмаванне, кіраванне запасамі, мінімум агульных выдаткаў.

ФАРМУЛЁўКА ЗАДАЧЫ

Уваходныя параметры: $j = 1, \dots, n$ – тыпы кантэйнераў; $f = 0, 1, \dots, F$ – пляцоўкі; $t = 0, 1, \dots, T$ – дні гарызонту планавання; $q = 0, 1, \dots, Q + 1$ – ўзроўні якасці ў парадку пагаршэння ($q = 0$ – ідэальны стан, $q = Q + 1$ – якасць для ўтылізацыі); k_{jt} – колькасць кантэйнераў тыпу j , якія прыбываюць на пляцоўку 0 у пачатку прамежку t ; $\frac{p_{jq}}{100}$ – верагоднасць таго, што ўзровень якасці любога неправеранага кантэйнера тыпу j роўны q ; $f_{jq} \in \{1, \dots, F\}$ – пляцоўка па рамонце кантэйнераў тыпу j і ўзроўню якасці q ; J_f – наборы пар (j, q) , $j = 1, \dots, n$, $q = 1, \dots, Q$, такія што $f_{jq} = f$; u_j – першапачатковая інвентарызацыя, якая не прайшла праверку кантэйнераў тыпу j на пляцоўцы агляду 0 у пачатковы

прамежак часу 1; g_{jqf} – першапачатковая інвентарызацыя правяранных кантэйнераў тыпу j якасці q на пляцоўцы f у пачатковы пачатковы прамежак часу 1; b_{jqf} – першапачатковая інвентарызацыя кантэйнераў тыпу j і якасці Q з затрымкай рамонт у на пляцоўцы 0, якія былі інспектаваны ў перыяд $t - \delta$ і рамонт якіх можа пачацца ў прамежак часу t ; D_{jt} – агульны попыт кантэйнераў тыпу j у прамежак часу t ; m – прапускная здольнасць; s_j – колькасць чалавека-гадзін, неабходных для праверкі аднаго кантэйнера тыпу j на пляцоўцы 0; V – верхняя мяжа чалавека-гадзін, даступных для праверкі ў любы прамежак часу; G – верхняя мяжа па колькасці кантэйнераў ўзроўню якасці $Q + 1$, якія могуць быць утылізаваны ў любы прамежак часу; r_{jq} – колькасць чалавека-гадзін, неабходных для рамонт аднаго кантэйнера тыпу j ўзроўню якасці q ; U_f – верхні мяжа чалавека-гадзін, даступны для рамонтных работ у любы прамежак часу на пляцоўцы f ; W_f – колькасць кантэйнераў усіх тыпаў, якія могуць захоўвацца на пляцоўцы f пры пераходзе паміж двума суседнімі днямі; $c_j^{(ins)}$ – кошт праверкі аднаго кантэйнера тыпу j ; $c_{jq}^{(rep)}$ – кошт рамонт аднаго кантэйнера тыпу j і ўзроўню якасці q на пляцоўцы f_{jq} ; $c_f^{(tra)}$ – кошт перавозкі аднаго кантэйнера любога тыпу з пляцоўкі 0 на пляцоўцы f ; $c_f^{(hol)}$ – кошт захоўвання аднаго кантэйнера любога тыпу на пляцоўцы f паміж двума суседнімі днямі; $c_{jt}^{(dis)}$ – кошт незадаволенасці карыстальнікаў, які выплачваецца за кожны недапастаўлены кантэйнер тыпу j ў прамежак часу t ; $c_j^{(rej)}$ – кошт адмовы прыему аднаго кантэйнера тыпу j .

Задача мінімізацыі сумарнага кошту пры ўказаных абмежаваннях можа быць сфармуляваная наступным чынам. Увядзем зменную $x_{j,f,t,f',t' \&}$, якая ўяўляе сабою колькасць кантэйнераў тыпу j , якіх перамясцілі з пляцоўкі f на пляцоўку f' пры пераходзе з дня t на дзень $t' \in \{t, t + 1\}$. Сімвал $\& \in \{\sim, \otimes, q, *\}$ характарызуе неінспектаваныя і неадрамантаваныя кантэйнеры ($\& = \otimes$), выбракаваныя (адмоўленыя) кантэйнеры ($\& = \sim$), правяраныя кантэйнеры ўзроўню якасці q , гатовыя да рамонт ці ўтылізацыі ($\& = q$), кантэйнеры узроўню якасці Q , якія правяраюцца ў момант t і ўтрымліваюцца ў інспекцыйнай майстэрні 0 да моманту $t + \delta$, каб стаць даступнымі для рамонт у момант $t + \delta$. Масіў пераменных абазначым праз x .

ФАРМАЛЬНАЯ ПАСТАНОВА ЗАДАЧ

$$\min_n \{Rej(x) + Hol(x) + Ins(x) + Rep(x) + Tra(x) + Dis(x)\},$$

Дзе

$$Rej(x) = \sum_{j=1}^n c_j^{(rej)} \sum_{t=1}^T (x_{j((-1,t),(-1,t),\sim)})$$

агульны кошт адмовы ў прыняцці кантэйнераў,

$$\begin{aligned} Hol(x) = \sum_{j=1}^n \sum_{t=1}^T c_0^{(hol)} & \left(x_{j((-1,t),(-1,t+1),\otimes)} + \sum_{q=0}^{Q+1} x_{j((0,t),(0,t+1),q)} \right. \\ & \left. + \delta x_{j((0,t-\delta),(0,t),*)} \right) \\ & + \sum_{t=1}^T \sum_{f=1}^F \sum_{(j,q) \in J_f} c_f^{(hol)} x_{j((f,t),(f,t+1),q)} \end{aligned}$$

агульны кошт захоўвання кантэйнераў,

$$Ins(x) = \sum_{j=1}^n c_j^{(ins)} (u_j + \sum_{t=1}^T k_{jt} - \sum_{t=1}^T (x_{j((-1,t),(-1,t),\sim)}))$$

агульны кошт агляду кантэйнераў,

$$\begin{aligned} Rep(x) = \sum_{j=1}^n & \left(\sum_{q=1}^Q c_{jq}^{(rep)} \left(\frac{p_{jq}(u_j + \sum_{t=1}^T k_{jt} - \sum_{t=1}^T (x_{j((-1,t),(-1,t),\sim)}))}{100} \right) \right. \\ & \left. + \sum_{f=1}^F g_{jqf} \right) + \sum_{t=1}^T c_{jq}^{(rep)} b_{jqf} \end{aligned}$$

агульны кошт рамонту кантэйнераў,

$$Tra(x) = \sum_{t=1}^T \sum_{f=1}^F \sum_{(j,q) \in J_f} c_f^{(tra)} x_{j((0,t),(f,t),q)}$$

агульны кошт транспарціроўкі кантэйнераў,

$$Dis(x) = \sum_{j=1}^n \sum_{t=1}^T c_{jt}^{(dis)} \max\{0, D_{jt} - \sum_{f=0}^F \sum_{\alpha=1}^t x_{j((f,\alpha),(F+1,\alpha),0)}\}$$

агульны кошт незадаволенасці попыту карыстальнікаў, з наступнымі абмежаваннямі:

$$x_{j((-1,0),(-1,1),\otimes)} = u_{jt}, \forall j, (1)$$

$$x_{j((f,0),(f,1),q)} = g_{jqf}, \forall j, f = 0, 1, \dots, F, (2)$$

$$x_{j((0,0),(0,1),*)} = g_{jQ+10}, \forall j, (3)$$

$$x_{j((0,t-\delta),(0,t),*)} = b_{jq_t}, \forall j, t = 0, 1, \dots, \delta, (4)$$

$$\left\lfloor \frac{p_{jq}}{100} x_{j((-1,t),(0,t),\otimes)} \right\rfloor = x_{j((0,t),(0,t+\delta),*)}, \forall j, t = 0, 1, \dots, T, (5)$$

$$\begin{aligned} k_{jt} + x_{j((-1,t-1),(-1,t),\otimes)} + x_{j((-1,t),(0,t),\otimes)} \\ = x_{j((-1,t),(-1,t+1),\otimes)} + x_{j((-1,t),(-1,t),\sim)}, \end{aligned}$$

$$\forall j, t = 0, 1, \dots, T, (6)$$

$$\begin{aligned} x_{j((0,t-1),(0,t),q)} + \left\lfloor \frac{p_{jq}}{100} x_{j((-1,t),(0,t),\otimes)} \right\rfloor \\ = x_{j((0,t),(F+1,t),q)} + x_{j((0,t),(0,t+1),q)}, \end{aligned}$$

$$\forall j, t = 1, \dots, T, q \in \{0, Q+1\}, (7)$$

$$\begin{aligned} x_{j((0,t-1),(0,t),q)} + \left\lfloor \frac{p_{jq}}{100} x_{j((-1,t),(0,t),\otimes)} \right\rfloor \\ = x_{j((0,t),(f_{jq},t),q)} + x_{j((0,t),(0,t+1),q)}, \end{aligned}$$

$$\forall j, t = 1, \dots, T, q \in \{1, \dots, Q - 1\}, (8)$$

$$x_j((0, t - \delta), (0, t), *) + x_j((0, t - 1), (0, t), Q) = x_j((0, t), (f_{jq}, t), Q) + x_j((0, t), (0, t + 1), Q),$$

$$\forall j, t = 1, \dots, T, (9)$$

$$\begin{aligned} & x_j((f, t - 1), (f, t), 0) + \sum_{(j, q) \in J_f} \left(x_j((f, t - 1), (f, t), q) + x_j((0, t), (f, t), q) \right) \\ & = x_j((f, t), (F + 1, t), 0) + \\ & x_j((f, t), (f, t + 1), 0) + \sum_{(j, q) \in J_f} x_j((f, t), (f, t + 1), q), \quad \forall j, f = 1, \dots, F, t = 1, \dots, T, (10) \end{aligned}$$

$$k_{jt} = x_j((-1, t), (f, t), \sim), \quad \forall j, t = 1, \dots, T, (11)$$

$$x_j((0, t), (f, t), q) \geq x_j((f, t), (f, t + 1), q), \quad (j, q) \in J_f, f = 1, \dots, F, t = 1, \dots, T, (12)$$

$$\sum_{t=1}^T \sum_{f=1}^F \sum_{(j, q) \in J_f} x_j((0, t), (f, t), q) \leq m, t = 1, \dots, T, (13)$$

$$\sum_{j=1}^n s_j x_j((-1, t), (0, t), \otimes) \leq V, t = 1, \dots, T, (14)$$

$$\sum_{(j, q) \in J_f} r_{jq} \left(x_j((f, t - 1), (f, t), q) + x_j((0, t), (f, t), q) - x_j((f, t), (f, t + 1), q) \right) \leq U_f, \\ f = 1, \dots, F, t = 1, \dots, T, (15)$$

$$\begin{aligned} & \sum_{j=1}^n \left(x_j((-1, t), (-1, t + 1), \otimes) + \sum_{q=0}^{Q+1} x_j((0, t), (0, t + 1), q) \right. \\ & \left. + \sum_{t - \delta < \alpha < t} x_j((0, \alpha), (0, \alpha + \delta), *) \right) \leq W_0, \end{aligned}$$

$$t = 1, \dots, T, (16)$$

$$\sum_{j=1}^n \sum_{q=0}^Q x_j((f, t), (f, t + 1), q) \leq W_f, f = 1, \dots, F, t = 1, \dots, T, (17)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{j((0,t),(F+1,t),Q+1)} \leq G, t = 1, \dots, T, (18)$$

$$x \geq 0. (19)$$

Даследуемая задача можа быць аднесена да класа шматпрадуктовых дынамічных задач кіравання запасамі. Даследаванні такіх задач былі пачаты Вагнерам і Віцінам [1] і працягнуты, сярод іншых, Као [2], Чубанавым і інш. [3], Кунхай і інш. [4] і Алтэндорферам [5]. Прыведзеная алгебраічная пастаноўка задачы з'яўляецца задачай лінейнага праграмавання і для яе рашэння можна скарыстацца стандартным праграмным забяспечаннем.

Бібліяграфічныя спасылкі

1. *Вагнер Х. М., Віцін Т. М.*, Дынамічная версія мадэлі эканамічнага памеру лота. Навука кіравання. 1958; 5(1): 89-96. DOI: 10.1287/mnsc.5.1.89
2. *Као Е.Р.С.*, Мультипрадуктная дынамічная мадэль з індывідуальнымі і сумеснымі выдаткамі на ўстаноўку. Даследаванне аперацый. 1979; 27(2): 279-289. DOI: 10.1287/opre.27.2.279
3. *Чубанаў С., Кавалёў М.Я., Пешч Э.*, Эканамічная задача па памеры лоту з нераўнамерным рэсурсам: набліжэнне. Еўрапейскі часопіс аперацыйных даследаванняў. 2008; 189(3): 877-889. DOI: 10.1016/j.ejor.2007.02.058
4. *Кунья Д. О., Крамер. Х., Мела Р. А.*, Эфектыўная матэўрыстыка для шматэлементнай ёмістасці задачы аб памеры лоту з аднаўленнем. Кампутары і даследаванні аперацый. 2019; 104: 149-158. DOI: 10.1016/j.cor.2018.12.012
5. *Алтэндорфер К.*, Уплыў абмежаванай магутнасці на аптымальныя параметры планавання для шматэлементнай вытворчай сістэмы з часамі ўстаноўкі і папярэдняй інфармацыяй аб попыце. Міжнародны часопіс вытворчых даследаванняў. 2019; 57(6): 1892-1913. DOI: 10.1080/00207543.2018.1511925.