
ФИЗИКА ЯДРА И ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ

ATOMIC NUCLEUS AND ELEMENTARY PARTICLE PHYSICS

УДК 539.12.01

РАЗВИТИЕ ТЕОРИИ ЭЛЕКТРОСЛАБОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ НА БАЗЕ ПРОЦЕССОВ ЭЛЕКТРОН-ПОЗИТРОННОГО РАССЕЯНИЯ

Ю. Н. ЧУДНОВА¹⁾, Т. В. ШИШКИНА¹⁾

¹⁾Белорусский государственный университет, пр. Независимости, 4, 220030, г. Минск, Беларусь

Рассмотрены программы исследований на линейных коллайдерах нового поколения. На основе диаграммной техники Фейнмана выполнен аналитический лоренц-инвариантный расчет амплитуд и квадратов матричных элементов процесса рождения мюон-антимюонной пары в результате аннигиляции электронов и позитронов высоких энергий. Показано, что учет слабого взаимодействия при расчете данного процесса необходим уже в низшем порядке теории возмущений. Выполнен численный анализ дифференциальных и полных сечений процесса, а также асимметрии рассеяния частиц вперед-назад с учетом ширины распада массивного нейтрального калибровочного бозона для различных энергий взаимодействия и углов обрезания. Проведен анализ применимости ультрарелятивистского приближения. Обнаружено, что оно эффективно описывает сечения процесса при энергиях, достижимых на линейных коллайдерах нового поколения. Проанализированы перспективы использования процесса рождения пары фермионов при аннигиляции электронов и позитронов как для изучения параметров и структуры Стандартной модели электрослабого взаимодействия, так и для развития альтернативных неминимальных калибровочных моделей.

Ключевые слова: линейные коллайдеры; Стандартная модель; электрон-позитронные столкновения; сечение рождения.

Образец цитирования:

Чуднова ЮН, Шишкина ТВ. Развитие теории электрослабого взаимодействия на базе процессов электрон-позитронного рассеяния. *Журнал Белорусского государственного университета. Физика.* 2023;1:43–54.
<https://doi.org/10.33581/2520-2243-2023-1-43-54>

For citation:

Chudnova YN, Shishkina TV. Development of electroweak interaction theory based on electron-positron scattering. *Journal of the Belarusian State University. Physics.* 2023;1:43–54. Russian.
<https://doi.org/10.33581/2520-2243-2023-1-43-54>

Авторы:

Юлия Николаевна Чуднова – студентка физического факультета. Научный руководитель – Т. В. Шишкина.
Татьяна Викентьевна Шишкина – доктор физико-математических наук, профессор; профессор кафедры теоретической физики и астрофизики физического факультета.

Authors:

Yulia N. Chudnova, student at the faculty of physics.
yuliachudnova39@gmail.com
Tatiana V. Shishkina, doctor of science (physics and mathematics), full professor; professor at the department of theoretical physics and astrophysics, faculty of physics.
shishkina.tatiana.v@gmail.com



DEVELOPMENT OF ELECTROWEAK INTERACTION THEORY BASED ON ELECTRON-POSITRON SCATTERING

Y. N. CHUDNOVA^a, T. V. SHISHKINA^a

^aBelarusian State University, 4 Niezaliežnasci Avenue, Minsk 220030, Belarus

Corresponding author: Y. N. Chudnova (yuliachudnova39@gmail.com)

The programs of research on linear colliders of a new generation are considered. The analytical Lorentz invariant calculation of the amplitudes and squares of matrix elements of the process of the muon-antimuon pair generation as a result of the electron-positron annihilation at high energies is performed on the basis of Feynman diagram technique. It is shown that taking into account the weak interaction in the calculation of this process is necessary even in the lowest order of the perturbation theory. Numerical analysis of the differential and total cross sections of the process, as well as the forward-backward asymmetry, taking into account the decay width massive neutral gauge boson for various interaction energies and cutoff angles, is performed. The ultrarelativistic approximation has been examined. The last one effectively describes the cross sections of the process at energies of new generation linear colliders. The opportunity of fermions pair production as a result of electron-positron annihilation are analysed both for investigation the parameters and structure of the Standard Model of the electroweak interaction and for development of alternative non-minimal gauge models.

Keywords: linear colliders; Standard Model; electron-positron collisions; production cross section.

Введение

Исследования на линейных коллайдерах – одно из перспективных направлений экспериментальной физики высоких энергий [1–3]. Процессы столкновения лептонов позволяют провести прецизионные измерения, необходимые для проверки Стандартной модели и ее параметров. Рассматриваемый процесс – взаимодействие электрон-позитронной пары с образованием мюон-антимюонной пары – является электрослабым в низшем порядке теории возмущений, поэтому эффекты слабого взаимодействия вносят значительный вклад [4–9] в экспериментально измеряемые величины. Это определяет важность тщательного анализа указанного процесса на базе экспериментальных данных линейных ускорителей нового поколения. Изучение эффектов слабого взаимодействия обладает эвристическим потенциалом как для подтверждения Стандартной модели, так и для поиска возможных эффектов Новой физики. Для выработки адекватной стратегии серии экспериментов необходимы прецизионный расчет и предварительный теоретический анализ перспектив изучения данного процесса, важность которых демонстрируется тем, что эксперименты на электрон-позитронных пучках формируют первую программу исследований на линейных ускорителях и могут повлиять на осознание целей и последовательности дальнейших исследований.

Величина, которой достигают сечения в низшем порядке теории возмущений, свидетельствует о необходимости учета высших порядков, так как эти поправки будут значительны, следовательно, они могут быть сравнимы с эффектами слабого взаимодействия, по крайней мере в части кинематической области, что позволит исследовать тонкие эффекты калибровочной структуры. По этой причине прецизионные ковариантные расчеты основных эффектов [10–16], выполненные в низшем порядке теории возмущений, имеют первостепенное значение.

Точным аналитическим лоренц-инвариантным расчетам сечений процесса рождения мюон-антимюонной пары в электрон-позитронных столкновениях и посвящена настоящая статья.

Ковариантная кинематика процесса

В работе исследуется процесс

$$e^-(p_1) + e^+(p_2) \rightarrow \mu^-(p'_1) + \mu^+(p'_2),$$

где p_i и p'_i – 4-импульсы начальных и конечных частиц соответственно.

Для описания данного процесса удобно использовать кинематические инварианты Мандельштама

$$\begin{aligned} s &= (p_1 + p_2)^2 = (p'_1 + p'_2)^2, \\ t &\equiv -Q^2 = (p_1 - p'_1)^2 = (p_2 - p'_2)^2, \\ u &= (p_1 - p'_2)^2 = (p_2 - p'_1)^2. \end{aligned}$$

Эти инварианты связаны следующим соотношением:

$$s + t + u = 2m_e^2 + 2m_\mu^2.$$

Естественным кинематическим ограничением является порог энергии рождения пары мюонов

$$s \geq (2m_\mu)^2.$$

В рамках экспериментов на линейных ускорителях процессы взаимодействия осуществляются на встречных пучках равных энергий. В связи с этим в качестве нековариантных кинематических переменных удобно использовать энергию взаимодействия и угол разлета вторичных частиц в системе центра масс, в которой суммарный 3-импульс начальных частиц равен нулю:

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}'_1 + \vec{p}'_2 = 0.$$

В этой системе выражения для энергий и импульсов частиц будут включать в себя лишь зависимость от энергии взаимодействия \sqrt{s} :

$$|\vec{p}_1| = |\vec{p}_2| = \frac{\sqrt{\lambda(s, m_e^2, m_e^2)}}{2\sqrt{s}},$$

$$|\vec{p}'_1| = |\vec{p}'_2| = \frac{\sqrt{\lambda(s, m_\mu^2, m_\mu^2)}}{2\sqrt{s}},$$

$$p_1^0 = p_2^0 = p_1'^0 = p_2'^0 = \frac{\sqrt{s}}{2}.$$

Для краткости здесь введена функция Каллена (двухчастичная кинематическая функция)

$$\lambda(x, y, z) = (x - y - z)^2 - 4yz.$$

Из представленных выше соотношений легко получить выражение для связи инвариантов и углов рассеяния частиц. Например, выразим инвариант t в системе центра масс:

$$\begin{aligned} t &= m_e^2 + m_\mu^2 - 2(p_2^0 p_2'^0 - |\vec{p}_2| |\vec{p}'_2| \cos \theta) = \\ &= -\frac{1}{4} \left[(s - 4m_e^2) + (s - 4m_\mu^2) - \sqrt{s - 4m_e^2} \sqrt{s - 4m_\mu^2} \cos \theta \right], \end{aligned}$$

где θ – угол отклонения конечных частиц относительно начальных частиц одного заряда.

Таким образом, осуществляется переход от нековариантных выражений к лоренц-инвариантным. Из последней формулы можно получить кинематические пределы изменения инварианта, подставив максимальное и минимальное значения $\cos \theta$.

Сечение процесса

Процесс $e^- e^+ \rightarrow \mu^- \mu^+$ в низшем порядке теории возмущений описывается двумя диаграммами, представленными на рис. 1. Диаграмма на рис. 1, а, описывает рассеяние, обусловленное электромагнитным взаимодействием, диаграмма на рис. 1, б, – рассеяние, обусловленное слабым взаимодействием.

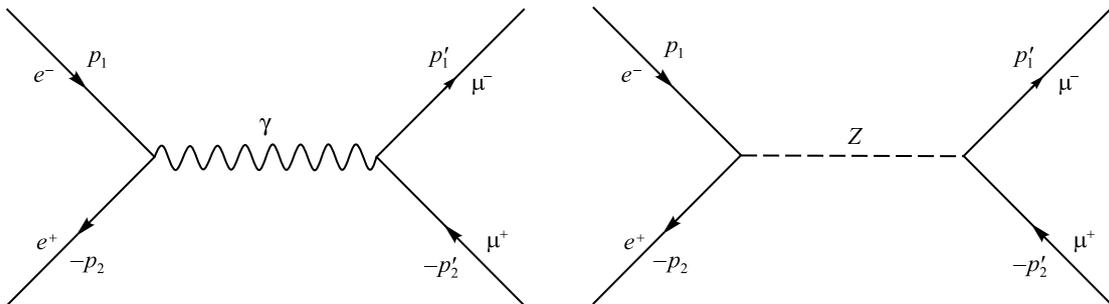


Рис. 1. Диаграммы процесса $e^- e^+ \rightarrow \mu^- \mu^+$ в борновском приближении
Fig. 1. Diagrams of the $e^- e^+ \rightarrow \mu^- \mu^+$ process in the Born approximation

Непосредственно из матричного элемента процесса выделим его амплитуду. Общий вид матричного элемента, соответствующего диаграмме процесса, можно представить следующим образом:

$$M = C_{\alpha\beta} \bar{u}(p'_1) \mathfrak{M}_\alpha u(-p'_2) \bar{u}(-p_2) \mathfrak{Q}_\beta u(p_1),$$

где $C_{\alpha\beta}$ – тензорная амплитуда процесса; $\mathfrak{M}_\alpha, \mathfrak{Q}_\beta$ – формфакторы вершин. Произведение двух таких амплитуд с учетом спинорной алгебры может быть переписано через следы произведения матриц:

$$M^{(1)} M^{(1)*} = C_{\alpha\beta}^{(1)} C_{\mu\nu}^{(2)*} \text{Sp} \left[\mathfrak{M}_\alpha^{(1)} \rho(p_1) \bar{\mathfrak{M}}_\mu^{(2)} \rho(-p_2) \right] \text{Sp} \left[\mathfrak{Q}_\beta^{(1)} \rho(p'_1) \bar{\mathfrak{Q}}_\nu^{(2)} \rho(-p'_2) \right],$$

где $\rho(p) = p_\alpha \gamma_\alpha + m \equiv \hat{p} + m$ – матрица плотности неполяризованной частицы с 4-вектором p и массой m .

Так же как и диаграммы Фейнмана, амплитуда может быть разделена на вклады, определяемые электромагнитным и слабым взаимодействиями:

$$M_{\text{Born}} = M^{em} + M^w.$$

Выражение для дифференциального сечения процесса может быть записано в следующем виде:

$$d\sigma = \frac{1}{4\sqrt{(p_1 p_2)^2 - m_1^2 m_2^2}} |M|^2 (2\pi)^{-2} d\Gamma,$$

где $|M|^2$ – квадрат модуля матричного элемента; $d\Gamma$ – элементарный объем фазового пространства, определяемый как

$$d\Gamma = \frac{d^3 p'_1}{2p_1^0} \frac{d^3 p'_2}{2p_2^0} \delta(p_1 + p_2 - p'_1 - p'_2).$$

Для нахождения конкретного выражения для дифференциального сечения необходимо рассчитать квадрат модуля матричного элемента и после этого получить выражение в терминах используемых кинематических переменных.

Квадрат модуля матричного элемента будет определяться тремя слагаемыми:

$$|M|^2 = F^{EM} + F^{EW} + F^W.$$

Исходя из внутренней структуры амплитуды, квадрат модуля матричного элемента можно переписать в следующем виде:

$$\begin{aligned} |M|^2 &= C_{\alpha\beta}^{em} C_{\mu\nu}^{em*} \text{Sp} \left[\mathfrak{M}_\alpha^{em} \rho(p_1) \bar{\mathfrak{M}}_\mu^{em} \rho(-p_2) \right] \text{Sp} \left[\mathfrak{M}_\beta^{em} \rho(p'_1) \bar{\mathfrak{M}}_\nu^{em} \rho(-p'_2) \right] + \\ &+ 2\text{Re} \left[C_{\alpha\beta}^w C_{\mu\nu}^{em*} \text{Sp} \left[\mathfrak{M}_\alpha^w \rho(p_1) \bar{\mathfrak{M}}_\mu^{em} \rho(-p_2) \right] \text{Sp} \left[\mathfrak{M}_\beta^w \rho(p'_1) \bar{\mathfrak{M}}_\nu^{em} \rho(-p'_2) \right] \right] + \\ &+ C_{\alpha\beta}^w C_{\mu\nu}^{w*} \text{Sp} \left[\mathfrak{M}_\alpha^w \rho(p_1) \bar{\mathfrak{M}}_\mu^w \rho(-p_2) \right] \text{Sp} \left[\mathfrak{M}_\beta^w \rho(p'_1) \bar{\mathfrak{M}}_\nu^w \rho(-p'_2) \right], \end{aligned}$$

где

$$\mathfrak{M}_\alpha^{em} = \mathfrak{Q}_\alpha^{em} = \bar{\mathfrak{M}}_\alpha^{em} = \bar{\mathfrak{Q}}_\alpha^{em} = \gamma_\alpha,$$

$$\mathfrak{M}_\alpha^w = \mathfrak{Q}_\alpha^w = \gamma_\alpha (g_V + g_A \gamma_5),$$

$$\bar{\mathfrak{M}}_\alpha^w = \bar{\mathfrak{Q}}_\alpha^w = (g_V + g_A \gamma_5) \gamma_\alpha,$$

$$C_{\alpha\beta}^{em} = -\frac{ie^2 g_{\alpha\beta}}{s},$$

$$C_{\alpha\beta}^w = -i \frac{g^2}{4 \cos^2 \theta_W} \frac{g_{\alpha\beta} - \frac{r_\alpha r_\beta}{M_Z^2}}{s - M_Z^2},$$

$$r_\alpha = (p_1 + p_2)_\alpha.$$

Определим вспомогательные тензорные функции $\mathbb{A}_{\alpha\beta}, \mathbb{B}_{\alpha\beta}, \mathbb{C}_{\alpha\beta}$, являющиеся результатом вычисления шпуров:

$$\mathbb{A}_{\alpha\beta}(k_1, k_2) = \text{Sp} \left[\mathfrak{M}_\alpha^{em} \rho(k_1) \bar{\mathfrak{M}}_\beta^{em} \rho(-k_2) \right] = 2 \left(s g_{\alpha\beta} - 2k_{1\alpha} k_{2\beta} - 2k_{1\beta} k_{2\alpha} \right),$$

$$\mathbb{B}_{\alpha\beta}(k_1, k_2) = \text{Sp} \left[\mathfrak{M}_\alpha^w \rho(k_1) \bar{\mathfrak{M}}_\beta^w \rho(-k_2) \right] = g_V \mathbb{A}_{\alpha\beta}(k_1, k_2) - 4i g_A k_{1\mu} k_{2\nu} \epsilon_{\alpha\beta\mu\nu},$$

$$\mathbb{C}_{\alpha\beta}(k_1, k_2) = \text{Sp} \left[\mathfrak{M}_{\alpha}^w \rho(k_1) \mathfrak{M}_{\beta}^w \rho(-k_2) \right] = g_V^2 \mathbb{A}_{\alpha\beta}(k_1, k_2) + g_A^2 \mathbb{A}_{\alpha\beta}(k_1, -k_2).$$

С учетом введенных функций квадрат модуля матричного элемента можно представить в компактной форме:

$$\begin{aligned} |M|^2 &= C_{\alpha\beta}^{em} C_{\mu\nu}^{em*} \mathbb{A}_{\alpha\mu}(p_1, p_2) \mathbb{A}_{\beta\nu}(p'_1, p'_2) + \\ &+ 2 \text{Re} \left[C_{\alpha\beta}^w C_{\mu\nu}^{em*} \mathbb{B}_{\alpha\mu}(p_1, p_2) \mathbb{B}_{\beta\nu}(p'_1, p'_2) \right] + \\ &+ C_{\alpha\beta}^w C_{\mu\nu}^{w*} C_{\alpha\mu}(p_1, p_2) C_{\beta\nu}(p'_1, p'_2). \end{aligned}$$

Рассмотрим формфакторы, определяющие вклады частей суммарной амплитуды процесса в сечение. Для электромагнитного вклада имеем следующее выражение:

$$F^{EM} = 128\pi^2 \alpha^2 \left[\frac{m_e^2}{s} + \frac{(m_e^2 + m_\mu^2 - t)^2}{s^2} + \frac{m_\mu^2}{s} + \frac{(m_e^2 + m_\mu^2 - u)^2}{s^2} \right].$$

Отметим кроссинг-симметрию данного выражения. Аналогично для слагаемого, определяющего электро-слабый вклад, получаем

$$F^{EW} = \frac{g_V^2}{2 \sin^2 \theta_W \cos^2 \theta_W} \frac{s}{(s - M_Z^2)} F^{EM} - \frac{64\pi^2 \alpha^2 g_A^2}{\sin \theta_W \cos \theta_W} \frac{t - u}{s - M_Z^2}.$$

Слабую часть вклада запишем следующим образом:

$$F^W = \frac{1}{\sin^4 \theta_W \cos^4 \theta_W} [G_I + G_{II} + G_{III} + G_{IV}],$$

где функции G_i могут быть представлены в виде

$$\begin{aligned} G_I &= (g_V^2 - g_A^2)^2 \frac{s^2}{16(s - M_Z^2)^2} F^{EM} + \\ &+ \frac{32\pi^2 \alpha^2 g_A^2 (g_V^2 - g_A^2)}{(s - M_Z^2)^2} \left(m_e^2 (s + 2m_\mu^2) + m_\mu^2 (s + 2m_e^2) \right) + \\ &+ \frac{256\pi^2 \alpha^2 g_A^4}{(s - M_Z^2)^2} m_e^2 m_\mu^2, \\ G_{II} = G_{III} &= -\frac{64\pi^2 \alpha^2 g_A^4}{(s - M_Z^2)^2} \frac{s}{M_Z^2} m_e^2 m_\mu^2, \\ G_{IV} &= \frac{64\pi^2 \alpha^2 g_A^4}{(s - M_Z^2)^2} \frac{s^2}{M_Z^4} m_e^2 m_\mu^2. \end{aligned}$$

Определим фазовый объем следующим образом:

$$\Gamma = \int \frac{d^3 p'_1}{2p'_1} \frac{d^3 p'_2}{2p'_2} \delta(p_1 + p_2 - p'_1 - p'_2).$$

Выразим его в терминах инвариантов:

$$\Gamma = \frac{\pi}{2} \int \frac{dt}{\sqrt{\lambda(s, m_e^2, m_e^2)}} = \frac{\pi}{2} \int \frac{dt}{\sqrt{s(s - 4m_e^2)}}.$$

Учет ширины распада Z -бозона необходим, поскольку в противном случае график сечения будет испытывать разрыв при энергии, равной порогу рождения массивного бозона. Для учета ширины распада Z -бозона выполним следующую замену:

$$M_Z^2 \rightarrow \left(M_Z - \frac{i}{2} \Gamma_Z \right)^2 \cong M_Z^2 - i M_Z \Gamma_Z,$$

где Γ_Z – ширина распада Z -бозона, причем $\Gamma_Z \ll M_Z$. В связи с этим перепишем пропагаторы, в которых ее наличие должно повлиять на расчет:

$$\frac{1}{(s - M_Z^2)^2} \rightarrow \operatorname{Re} \left\| \frac{1}{(s - M_Z^2 - i M_Z \Gamma_Z)^2} \right\| = \frac{1}{(s - M_Z^2)^2 + M_Z^2 \Gamma_Z^2},$$

$$\frac{1}{s - M_Z^2} = \frac{s - M_Z^2}{(s - M_Z^2)^2} \rightarrow \frac{s - M_Z^2}{(s - M_Z^2)^2 + M_Z^2 \Gamma_Z^2}.$$

Исходя из наличия тех или иных пропагаторов в различных вкладах в сечение, получим следующие преобразования для учета ширины распада Z -бозона:

$$F^{EW} \rightarrow \frac{(s - M_Z^2)^2}{(s - M_Z^2)^2 + M_Z^2 \Gamma_Z^2} F^{EW},$$

$$F^W \rightarrow \frac{(s - M_Z^2)^2}{(s - M_Z^2)^2 + M_Z^2 \Gamma_Z^2} F^W.$$

Полное сечение процесса. Асимметрия рассеяния вперед-назад

Полное сечение процесса легко получить посредством интегрирования дифференциального сечения по полному фазовому пространству:

$$\sigma(s) = \int_{t_{\min}}^{t_{\max}} d\sigma(s, t).$$

Учитывая введенную ранее в системе центра масс зависимость инварианта t от угла разлета частиц $t(\cos\theta)$, можно определить абсолютные кинематические пределы изменения этого инварианта:

$$t(+1) \geq t \geq t(-1).$$

В реальных экспериментах детектор представляет собой не цельную сферу, а сферу со «слепой зоной», в которой не происходит детектирования частиц. Ее размеры определяются так называемым углом обрезания $\Delta\theta$. Полное сечение с учетом угла обрезания принимает вид

$$\sigma(s) = \int_{t(-\cos\Delta\theta)}^{t(\cos\Delta\theta)} d\sigma(s, t).$$

В качестве дополнительной измеряемой величины введем асимметрию рассеяния частиц вперед-назад

$$A^{FB} = \frac{\sigma\left(\theta \leq \frac{\pi}{2}\right) - \sigma\left(\theta \geq \frac{\pi}{2}\right)}{\sigma\left(\theta \leq \frac{\pi}{2}\right) + \sigma\left(\theta \geq \frac{\pi}{2}\right)},$$

определяющую относительное количество процессов, произошедших с вылетом конечных мюонов в переднюю полусферу детектора, к количеству процессов, произошедших с вылетом мюонов в противоположном направлении.

Численный анализ

Используем полученные формулы дифференциального и полного сечений, а также асимметрии рассеяния вперед-назад для численного анализа наблюдаемых величин, которые можно построить по результатам экспериментов на коллайдерах.

Начнем с дифференциальных сечений, определяющих плотность вероятности прохождения процессов с заданными кинематическими характеристиками. На рис. 2 представлен график дифференциального сечения процесса в зависимости от лоренц-инвариантов (передачи импульса) при различных значениях энергии взаимодействия начальных частиц.

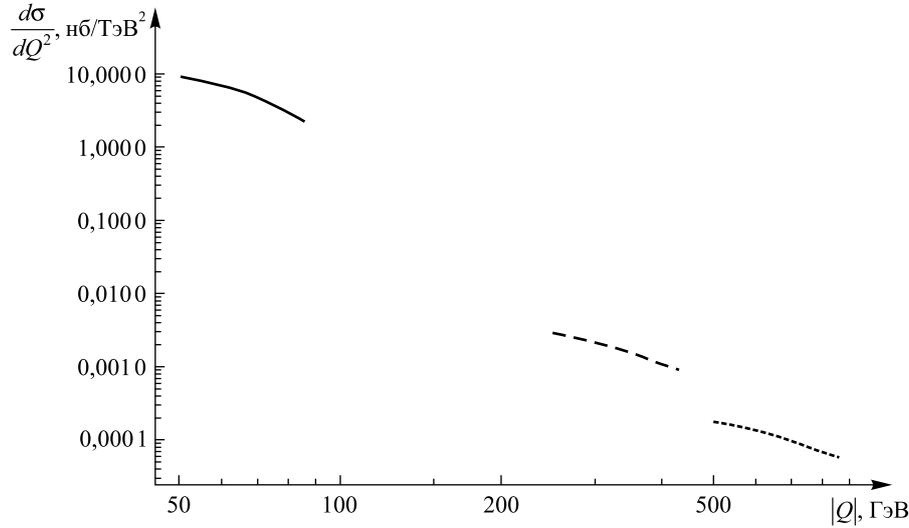


Рис. 2. Зависимость ковариантного дифференциального сечения рассеяния от передачи импульса для различных значений энергии взаимодействия.

Сплошная линия соответствует энергии 100 ГэВ, штриховая – энергии 500 ГэВ, точечная – энергии 1 ТэВ

Fig. 2. The dependence of covariant differential cross section from momentum transfer for various interaction energies.

The solid line corresponds to the energy of 100 GeV, the dashed line – to the energy of 500 GeV, the dotted line – to the energy of 1 TeV

Заметим, что при возрастании энергии взаимодействия сечение уменьшается на пять порядков, а графики смещаются влево (при этом пределы изменения $|Q|$ увеличиваются), причем при использовании логарифмической шкалы кинематическая область визуально не изменяется по ширине. Проявляется важная особенность дифференциального сечения: на границах кинематической области оно остается конечным, при этом величина дифференциального сечения при фиксированной энергии взаимодействия является монотонной функцией эффективной передачи энергии-импульса и уменьшается примерно на порядок с ростом $|Q|$.

Рассмотрим, каким образом учет различных совокупностей вкладов влияет на значение конечного дифференциального сечения. На рис. 3 представлена зависимость ковариантного дифференциального сечения от передачи импульса для различных совокупностей вкладов при энергии взаимодействия $\sqrt{s} = 100$ ГэВ. Как видно из рис. 3, слабое взаимодействие вносит значительный вклад в полное сечение.

Аналогичные дифференциальные сечения можно построить и в зависимости от нековариантных переменных в системе центра масс. На рис. 4 представлен график дифференциального сечения для тех же значений энергии взаимодействия (100 и 500 ГэВ, 1 ТэВ), но только в зависимости от угла разлета конечных частиц.

С учетом того что эксперимент на линейных ускорителях выполняется на встречных пучках, выбор системы центра масс является наиболее естественным. Здесь та же зависимость от энергии взаимодействия и примерно те же порядки уменьшения значений сечения при изменении энергии (на пять порядков). При этом с наибольшей вероятностью процесс осуществляется при минимальных углах отклонения.

Теперь перейдем к рассмотрению полного сечения обсуждаемого процесса. На рис. 5 и 6 представлены графики полного сечения с учетом только электромагнитного вклада, а также всех вкладов в древесном приближении и относительного электромагнитного вклада.

Введем величину, определяющую вклад иных слагаемых относительно электромагнитного вклада:

$$\Delta^{EM} = \frac{\delta - \delta^{EM}}{\delta^{EM}}.$$

Нетрудно заметить, что в области энергии, соответствующей порогу рождения Z -бозона (Z -пик), наблюдается пик сечения, достигающий 1 нб. Основной вклад в этот пик вносит именно канал, определяемый

обменом Z -бозоном. Убеждаемся еще раз, что учет данного вклада дает дополнительную информацию. При энергии около 90 ГэВ относительный вклад этого слагаемого в сечение достигает приблизительно 2000 % от электромагнитного вклада, при энергии 50 ГэВ составляет 1 %, а при энергии 150 ГэВ равняется 20 % и асимптотически стремится к значению примерно 13 %. Очевидно, что вклад слагаемого, определяемого слабым взаимодействием, существен лишь в малой области энергий (от 78 до 144 ГэВ), где он превышает 1 % от электромагнитного вклада. В остальной части диапазона энергий дополнительный вклад дает именно слагаемое, отражающее интерференцию электромагнитного и слабого взаимодействий.

Рассмотрим зависимость значения полного сечения от угла обрезания, представленную на рис. 7. За счет отсутствия особенностей на границах кинематической области наличие угла обрезания, равно как и его значение, оказывает несущественное влияние на сечение рождения мюон-антимюонной пары.

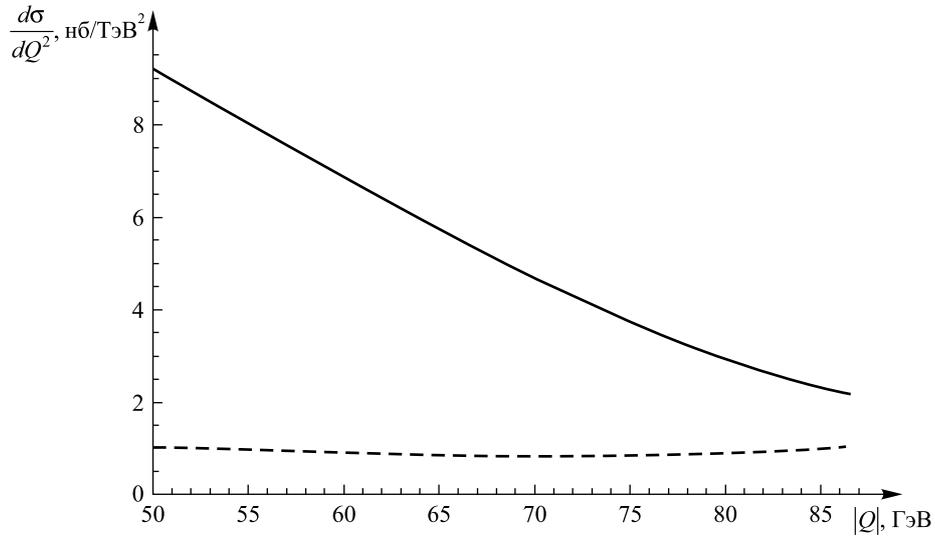


Рис. 3. Зависимость ковариантного дифференциального сечения рассеяния от передачи импульса для различных совокупностей вкладов. Сплошной линией показан полный вклад, штриховой – электромагнитный вклад

Fig. 3. The dependence of covariant differential cross section from momentum transfer for different sets of contributions. The solid line shows the total contribution, the dashed line – the electromagnetic contribution

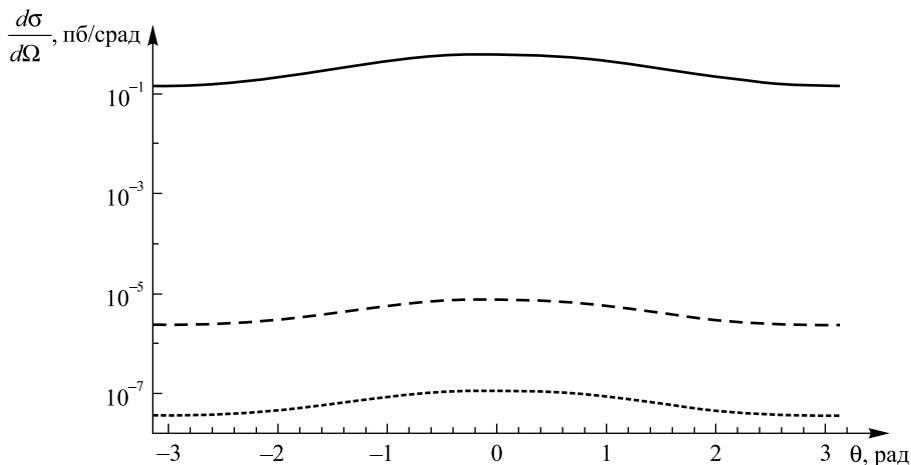


Рис. 4. Зависимость дифференциального сечения рассеяния от угла рассеяния в системе центра масс для различных значений энергии взаимодействия. Сплошная линия соответствует энергии 100 ГэВ, штриховая – энергии 500 ГэВ, точечная – энергии 1 ТэВ

Fig. 4. The dependence of the differential scattering cross section on the scattering angle in the center-of-mass system for various values of the interaction energy. The solid line corresponds to the energy of 100 GeV, the dashed line – to the energy of 500 GeV, the dotted line – to the energy of 1 TeV

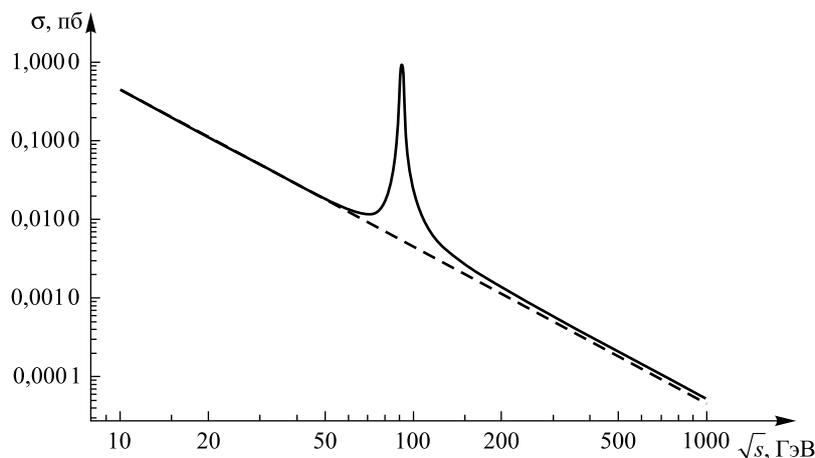


Рис. 5. Полное сечение процесса рассеяния для различных совокупностей вкладов.

Сплошной линией показано сечение с учетом всех вкладов,
штриховой – сечение с учетом только электромагнитного вклада

Fig. 5. The total cross section of the process for different sets of contributions.

The solid line shows the cross section with all contributions taken into account,
the dashed line – the cross section with only electromagnetic contribution taken into account

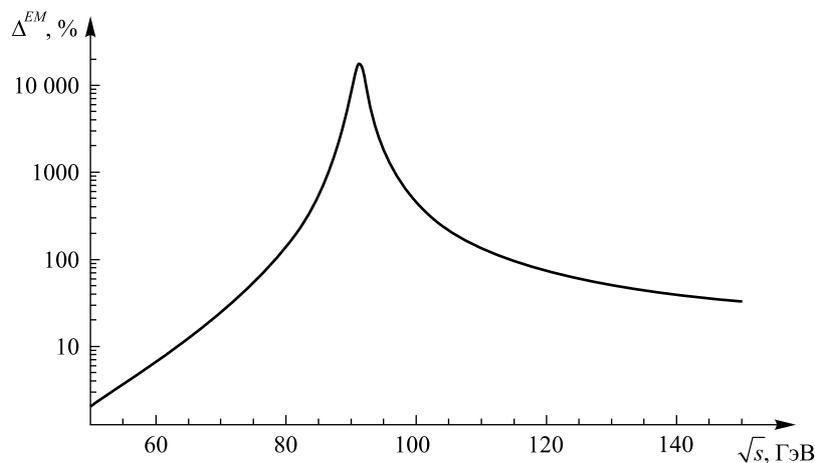


Рис. 6. Относительная разность полного и электромагнитного вкладов

Fig. 6. Relative difference between total and electromagnetic contributions

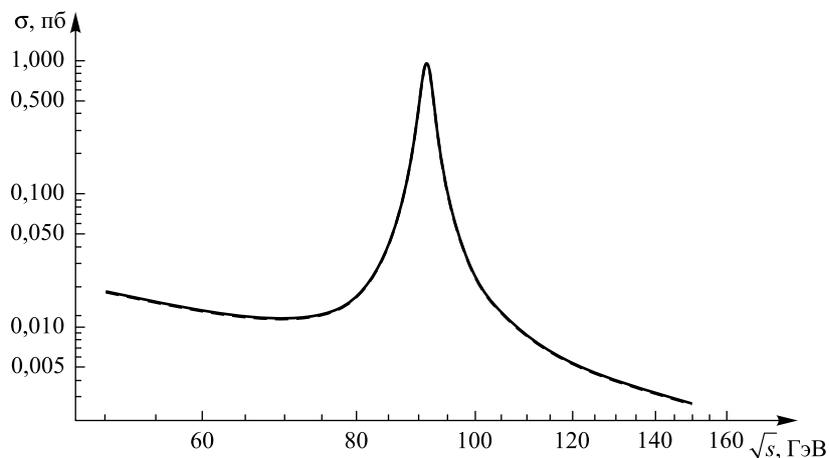


Рис. 7. Зависимость полного сечения от угла обрезания.

Сплошной линией соответствует угол 0° , штриховой – угол 5° , точечной – угол 10°

Fig. 7. The dependence of the total cross section from the cut off angle.

The solid line corresponds to the angle of 0° , the dashed line – to the angle of 5° ,
the dotted line – to the angle of 10°

Отдельного внимания заслуживает расчет сечений в ультррелятивистском приближении в предположении, что массы частиц (электронов) пренебрежимо малы по сравнению с энергией взаимодействия ($m \ll \sqrt{s}$). В этом случае аналитическое выражение заметно упрощается. Это облегчает и ускоряет анализ, что важно при онлайн-обработке экспериментальной информации. На рис. 8 представлен график зависимости относительной разности точного выражения сечения в борновском приближении и выражения сечения в ультррелятивистском приближении, определяемой как

$$\Delta^{UR} = \frac{\delta - \delta^{UR}}{\delta}.$$

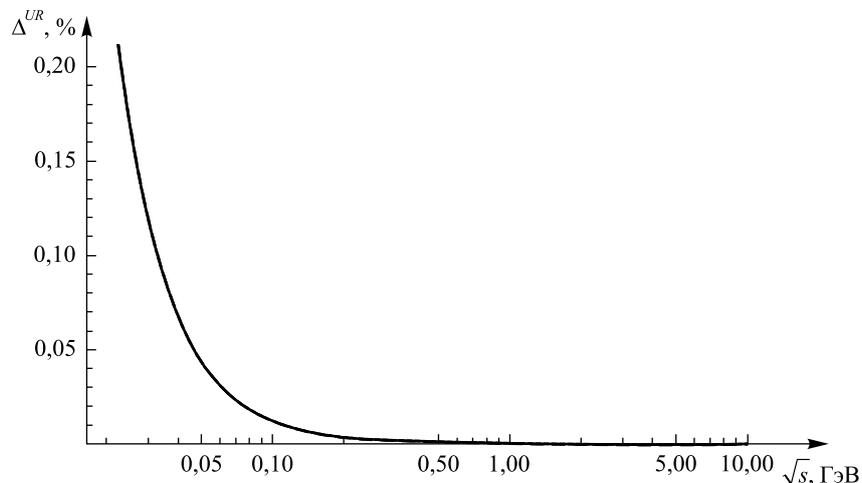


Рис. 8. Отличие сечения процесса, вычисленного в ультррелятивистском приближении, от его точного выражения в борновском приближении. Сплошной линии соответствует угол 0°, штриховой – угол 5°, точечной – угол 10°

Fig. 8. The difference of the process cross section calculated in the ultrarelativistic approximation from the exact one in the Born approximation. The solid line corresponds to the angle of 0°, the dashed line – to the angle of 5°, the dotted line – to the angle of 10°

Максимальное отличие составляет 0,20 % на пороге энергии рождения мюон-антимюонной пары и резко падает ниже 0,01 % уже при энергии 0,1 ГэВ. Следовательно, ультррелятивистское приближение хорошо работает, по крайней мере при анализе выражений, полученных в древесном приближении.

На рис. 9 представлен график зависимости асимметрии рассеяния частиц вперед-назад от угла обрезания.

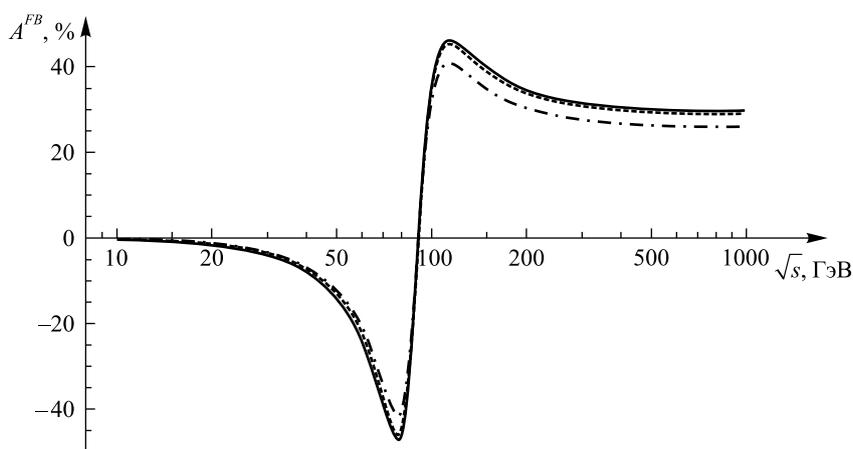


Рис. 9. Асимметрия рассеяния вперед-назад, характеризующая отношение количества процессов, которые происходят с вылетом вторичных частиц в переднюю и заднюю полусферы детектора. Сплошной линии соответствует угол 0°, штриховой – угол 5°, точечной – угол 10°, штрихпунктирной – угол 20°

Fig. 9. Forward-backward scattering asymmetry as the characteristic the ratio the number of processes that occur with the escape of secondary particles into the front and back hemispheres of the detector. The solid line corresponds to the angle of 0°, the dashed line – to the angle of 5°, the dotted line – to the angle of 10°, the dash-dotted line – to the angle of 20°

При энергии взаимодействия, равной энергии рождения Z -бозона, происходит смена знака величины асимметрии, при энергии взаимодействия, меньшей энергии рождения Z -бозона, преобладают процессы с большими углами отклонений, а при энергии взаимодействия, превышающей энергию рождения Z -бозона, – процессы, происходящие при минимальных углах отклонения вторичных частиц. На графике видны перегибы функции асимметрии, приводящие к наличию экстремальных значений асимметрии, достигающих по абсолютной величине 42 % при нулевом угле обрезания. При увеличении угла обрезания локализации экстремумов смещаются от точки нулевого значения асимметрии, которая остается неподвижной для любых $\Delta\theta$, а амплитудные значения уменьшаются. В случае возрастания энергии взаимодействия величина асимметрии асимптотически стремится к конечному положительному значению около 30 % при отсутствии обрезания.

Заключение

В работе выполнен расчет основного вклада в дифференциальное и полное сечения процесса $e^-e^+ \rightarrow \mu^-\mu^+$ в древесном приближении. Показана важность учета вклада слабого взаимодействия в полное сечение. Обнаружена высокая эффективность использования ультрарелятивистского приближения на всей исследованной кинематической области.

Проведен численный анализ дифференциальных и полных сечений процесса и асимметрии рассеяния частиц вперед-назад для различных энергий взаимодействия, а также углов обрезания.

Библиографические ссылки

1. Phinney N. ILC reference design report: accelerator executive summary. *ICFA Beam Dynamics Newsletter*. 2007;42:7–29.
2. Гинзбург ИФ. Фотонные коллайдеры и исследование фундаментальных взаимодействий. В: Бялко АВ, редактор. *Российская наука. Выстоять и возродиться*. Москва: Наука; 1997. с. 77–87.
3. Baer H, Barklow T, Fujii K, Gao Y, Hoang A, Kanemura S, et al., editors. *The International Linear Collider technical design report. Volume 2. Physics* [Internet]. [S. l.]: [s. n.]; 2013 [cited 2016 January 15]. 189 p. Available from: <https://www.linearcollider.org/ILC/Publications/Technical-Design-Report>.
4. Пескин МЕ, Шрёдер ДВ. *Введение в квантовую теорию поля*. Берков АВ, переводчик; Белавин АА, редактор. Ижевск: Регулярная и хаотическая динамика; 2001. 784 с.
5. Shishkina TV. Processes of lepton and boson birth in linear photon collider. In: Barkovsky LM, Feranchuk ID, Shnir YaM, editors. *Etudes on theoretical physics. Collection of works dedicated to 65th anniversary of the department of theoretical physics of Belarusian State University*. Singapore: World Scientific Publishing Company; 2004. p. 213–230.
6. Makarenko V, Mönig K, Shishkina T. Measuring the luminosity of a $\gamma\gamma$ collider with $\gamma\gamma \rightarrow l^+l^-\gamma$ events. *The European Physical Journal C. Particles and Fields*. 2004;32(supplement 1):s143–s150. DOI: 10.1140/epjcd/s2003-01-011-7.
7. Passarino G, Veltman M. One-loop corrections for e^+e^- annihilation into $\mu^+\mu^-$ in the Weinberg model. *Nuclear Physics B*. 1979;160(1):151–207. DOI: 10.1016/0550-3213(79)90234-7.
8. Berends FA, Kleiss R, Jadach S. Radiative corrections to muon pair and quark pair production in electron-positron collisions in the Z_0 region. *Nuclear Physics B*. 1982;202(1):63–88. DOI: 10.1016/0550-3213(82)90221-8.
9. Banerjee S, Pietrzyk B, Roney JM, Was Z. Tau and muon pair production cross sections in electron-positron annihilations at $\sqrt{s} = 10.58$ GeV. *Physical Review D*. 2008;77(5):054012. DOI: 10.1103/PhysRevD.77.054012.
10. Bardin DYu, Shumeiko NM. On an exact calculation of the lowest-order electromagnetic correction to the point particle elastic scattering. *Nuclear Physics B*. 1977;127(2):242–258. DOI: 10.1016/0550-3213(77)90213-9.
11. Kuchto TV, Shumeiko NM. Radiative effects in deep inelastic scattering of polarized leptons by polarized nucleons. *Nuclear Physics B*. 1983;219(2):412–436. DOI: 10.1016/0550-3213(83)90650-8.
12. Шишкина ТВ, Шумейко НМ. *Физика элементарных частиц*. Минск: БГУ; 2002. 112 с.
13. Shershan IA, Shishkina TV. Single gauge boson production in $e\gamma$ -interaction as a modern tool for Standard Model test. *Nonlinear Phenomena in Complex Systems*. 2018;21(2):199–205.
14. Shershan IA, Shishkina TV. Gauge boson production in high energy electron-photon collisions as a modern tool of searching effects beyond the Standard Model. *Nonlinear Phenomena in Complex Systems*. 2019;22(1):98–103.
15. Shershan IA, Shishkina TV. Single gauge boson production in electron-photon collisions in the set of Standard Model extensions. In: Kuvshinov VI, Shaparau VA, editors. *Nonlinear dynamics and applications. Volume 25. Proceedings of the Twenty-six anniversary seminar NPC'S'2019; 2019 May 21–24; Minsk, Belarus*. Minsk: Pravo i ekonomika; 2019. p. 225–230.
16. Ginzburg IF, Kotkin GL, Panfil SL, Serbo VG, Telnov VI. Colliding γe and $\gamma\gamma$ beams based on single-pass e^+e^- accelerators II. Polarization effects, monochromatization improvement. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research*. 1984;219(1):5–24. DOI: 10.1016/0167-5087(84)90128-5.

References

1. Phinney N. ILC reference design report: accelerator executive summary. *ICFA Beam Dynamics Newsletter*. 2007;42:7–29.
2. Ginzburg IF. [Photon colliders and the study of fundamental interactions]. In: Byalko AV, editor. *Rossiiskaya nauka. Vystoyat i vozrodit'sya* [Russian science. Survive and be reborn]. Moscow: Nauka; 1997. p. 77–87. Russian.
3. Baer H, Barklow T, Fujii K, Gao Y, Hoang A, Kanemura S, et al., editors. *The International Linear Collider technical design report. Volume 2. Physics* [Internet]. [S. l.]: [s. n.]; 2013 [cited 2016 January 15]. 189 p. Available from: <https://www.linearcollider.org/ILC/Publications/Technical-Design-Report>.

4. Peskin ME, Schroeder DV. *An introduction to quantum field theory*. Reading: Addison-Wesley Publishing Company; 1995. 842 p.
Russian edition: Peskin ME, Schroeder DV. *Vvedenie v kvantovuyu teoriyu polya*. Berkov AV, translator; Belavin AA, editor. Izhevsk: Regulyarnaya i khaoticheskaya dinamika; 2001. 784 p.
5. Shishkina TV. Processes of lepton and boson birth in linear photon collider. In: Barkovsky LM, Feranchuk ID, Shnir YaM, editors. *Etudes on theoretical physics. Collection of works dedicated to 65th anniversary of the department of theoretical physics of Belarusian State University*. Singapore: World Scientific Publishing Company; 2004. p. 213–230.
6. Makarenko V, Mönig K, Shishkina T. Measuring the luminosity of a $\gamma\gamma$ collider with $\gamma\gamma \rightarrow l^+l^-\gamma$ events. *The European Physical Journal C. Particles and Fields*. 2004;32(supplement 1):s143–s150. DOI: 10.1140/epjcd/s2003-01-011-7.
7. Passarino G, Veltman M. One-loop corrections for e^+e^- annihilation into $\mu^+\mu^-$ in the Weinberg model. *Nuclear Physics B*. 1979;160(1):151–207. DOI: 10.1016/0550-3213(79)90234-7.
8. Berends FA, Kleiss R, Jadach S. Radiative corrections to muon pair and quark pair production in electron-positron collisions in the Z_0 region. *Nuclear Physics B*. 1982;202(1):63–88. DOI: 10.1016/0550-3213(82)90221-8.
9. Banerjee S, Pietrzyk B, Roney JM, Was Z. Tau and muon pair production cross sections in electron-positron annihilations at $\sqrt{s} = 10.58$ GeV. *Physical Review D*. 2008;77(5):054012. DOI: 10.1103/PhysRevD.77.054012.
10. Bardin DYu, Shumeiko NM. On an exact calculation of the lowest-order electromagnetic correction to the point particle elastic scattering. *Nuclear Physics B*. 1977;127(2):242–258. DOI: 10.1016/0550-3213(77)90213-9.
11. Kuchto TV, Shumeiko NM. Radiative effects in deep inelastic scattering of polarized leptons by polarized nucleons. *Nuclear Physics B*. 1983;219(2):412–436. DOI: 10.1016/0550-3213(83)90650-8.
12. Shishkina TV, Shumeiko NM. *Fizika elementarnykh chastits* [Physics of elementary particles]. Minsk: Belarusian State University; 2002. 112 p. Russian.
13. Shershan IA, Shishkina TV. Single gauge boson production in $e\gamma$ -interaction as a modern tool for Standard Model test. *Nonlinear Phenomena in Complex Systems*. 2018;21(2):199–205.
14. Shershan IA, Shishkina TV. Gauge boson production in high energy electron-photon collisions as a modern tool of searching effects beyond the Standard Model. *Nonlinear Phenomena in Complex Systems*. 2019;22(1):98–103.
15. Shershan IA, Shishkina TV. Single gauge boson production in electron-photon collisions in the set of Standard Model extensions. In: Kuvshinov VI, Shaparau VA, editors. *Nonlinear dynamics and applications. Volume 25. Proceedings of the Twenty-six anniversary seminar NPCS'2019; 2019 May 21–24; Minsk, Belarus*. Minsk: Pravo i ekonomika; 2019. p. 225–230.
16. Ginzburg IF, Kotkin GL, Panfil SL, Serbo VG, Telnov VI. Colliding γe and $\gamma\gamma$ beams based on single-pass e^+e^- accelerators II. Polarization effects, monochromatization improvement. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research*. 1984;219(1):5–24. DOI: 10.1016/0167-5087(84)90128-5.

Получена 06.10.2022 / исправлена 20.11.2022 / принята 20.11.2022.
Received 06.10.2022 / revised 20.11.2022 / accepted 20.11.2022.