

Белорусский государственный университет

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе и
образовательным инновациям

О.И. Прохоренко

«08» июля 2022 г.

Регистрационный № УД – 11560/уч.



МЕТОДЫ ВЫЧИСЛЕНИЙ

**Учебная программа учреждения высшего образования
по учебной дисциплине для специальности**

1-31 03 07 Прикладная информатика (по направлениям)

направление специальности:

1-31 03 07-01 Прикладная информатика (программное обеспечение ком-
пьютерных систем)

2022 г.

Учебная программа составлена на основе ОСВО 1-31 03 07-2021, типового учебного плана № G31-1-030/пр-тип от 01.07.2021 г., учебных планов: № G31-1-034/уч. от 23.07.2021, № G31-1-023/уч. ин. от 09.08.2021, № G31-1-216/уч. от 22.03.2022 г., № G31-1-224/уч.ин. от 27.05.2022 г.

СОСТАВИТЕЛЬ:

Б.В. Фалейчик, доцент кафедры вычислительной математики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент

РЕЦЕНЗЕНТ:

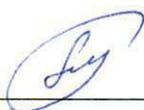
М.М. Чуйко, ведущий научный сотрудник института математики НАН Беларуси, кандидат физико-математических наук

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой вычислительной математики Белорусского государственного университета
(протокол № 15 от 22.05.2022);

Научно-методическим Советом БГУ
(протокол № 6 от 29.06.2022)

Заведующий кафедрой
вычислительной математики



В.И. Репников

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Цели и задачи учебной дисциплины

Цель учебной дисциплины «Методы вычислений» – обучение студентов основам вычислительной математики, а также алгоритмам и методам численного решения задач линейной алгебры и анализа.

В рамках поставленной цели **задачи** учебной дисциплины состоят в следующем:

- обучение теоретическим основам построения и исследования численных методов и алгоритмов решения задач линейной алгебры и анализа;
- формирование представления о классических и современных численных методах;
- выработка навыков практической программной реализации вычислительных алгоритмов и анализа получаемых результатов.

Место учебной дисциплины в системе подготовки специалиста с высшим образованием: учебная дисциплина «Методы вычислений» относится к компоненту учреждения высшего образования.

Связи с другими учебными дисциплинами.

Основой для изучения дисциплины «Методы вычислений» являются учебные дисциплины государственного компонента «Алгебра и теория чисел», «Математический анализ», «Дифференциальные уравнения», а также дисциплина «Программирование компьютерной графики» компонента учреждения высшего образования.

Требования к компетенциям

Освоение учебной дисциплины «Методы вычислений» студентами специальности **1-31 03 07 Прикладная информатика (по направлениям)** направление специальности 1-31 03 07-01 Прикладная информатика (программное обеспечение компьютерных систем) должно обеспечить формирование следующей **специализированной компетенции**:

СК – 3. Использовать вычислительные методы линейной алгебры и анализа для решения прикладных задач в различных сферах человеческой деятельности, применять навыки программной реализации вычислительных алгоритмов и анализа полученных результатов.

В результате изучения дисциплины студент должен:

знать:

- основные численные методы решения задач линейной алгебры и анализа;
- особенности машинной арифметики и их влияние на поведение вычислительных алгоритмов;

уметь:

- применять численные методы для решения прикладных задач;
- оценивать области применения и эффективность численного метода;

– анализировать точность численного решения;

владеть:

– навыками построения вычислительных алгоритмов и их программной реализации;

– навыками использования современного программного обеспечения для численного решения задач.

Структура учебной дисциплины

Дисциплина изучается в 3 и 4 семестре дневной формы получения высшего образования. Всего на изучение учебной дисциплины «Методы вычислений» отведено:

– для очной формы получения высшего образования – 216 часов, в том числе 136 аудиторных часов, из них: лекции – 68 часов, лабораторные занятия – 60 часов, управляемая самостоятельная работа – 8 часов.

Трудоемкость учебной дисциплины – 6 зачетных единиц.

Форма текущей аттестации – зачет в 3 семестре, экзамен в 4 семестре.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Раздел 1. Методы решения систем линейных алгебраических уравнений

Тема 1.1 Введение. Машинная арифметика.

Предмет «Методы вычислений», краткое содержание курса. Машинная арифметика с плавающей точкой: нормализованные и денормализованные числа с плавающей точкой, правила округления, погрешности машинных вычислений, машинный эpsilon.

Тема 1.2. Обусловленность

Общая характеристика проблем решения систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ), решения задач на собственные значения, понятия корректности и устойчивости задачи. Понятие числа обусловленности задачи. Нормы векторов и матриц. Число обусловленности матрицы и его свойства.

Тема 1.3. Прямые методы решения СЛАУ

Общая характеристика прямых методов решения СЛАУ. Методы Гаусса с выбором главного элемента. Вычисление определителей и обращение матриц с помощью метода Гаусса. Теорема об LU-разложении. Связь метода Гаусса с теоремой об LU-разложении. Метод прогонки решения СЛАУ с трехдиагональной матрицей. Метод LU-разложения с выбором главного элемента. Разложение Холецкого, метод квадратного корня. Метод отражений.

Тема 1.4. Итерационные методы решения СЛАУ

Общая характеристика итерационных методов решения СЛАУ. Общий вид простейших итерационных процессов решения СЛАУ. Сходимость матричной геометрической прогрессии. Основная теорема сходимости простейших итерационных процессов. Методы простой итерации, Якоби, Гаусса-Зейделя и релаксации. Оптимизация сходимости итерационных процессов. Градиент функционала. Итерационные методы спуска. Подпространства Крылова, алгоритм Арнольди, методы обобщенных минимальных невязок и полной ортогонализации.

Раздел 2. Методы решения задач на собственные значения

Тема 2.1. Полная проблема собственных значений

Общая постановка задачи на собственные значения. Устойчивость задачи на собственные значения. Метод Данилевского. Ортогональные преобразования вращений и отражений. Итерационный метод вращений Якоби. QR-алгоритм.

Тема 2.2. Частичная проблема собственных значений

Степенной метод вычисления наибольшего по модулю собственного значения и его модификации. Метод обратной итерации.

Раздел 3. Методы решения нелинейных уравнений и систем

Тема 3.1. Итерационные методы решения нелинейных уравнений

Метод бисекции. Понятие порядка сходимости итерационного метода. Метод Ньютона и его модификации. Методы секущих и хорд. Сходимость методов типа простой итерации: принцип сжимающих отображений.

Тема 3.2. Итерационные методы решения систем нелинейных уравнений

Метод Ньютона для решения систем нелинейных уравнений. Аналоги метода секущих для систем нелинейных уравнений, метод Бroyдена. Аналоги методов Якоби и Гаусса-Зейделя. Сведение решения системы нелинейных уравнений к решению вариационных задач. Метод покоординатного спуска. Метод градиентного спуска.

Раздел 4. Приближение функций

Тема 4.1. Интерполирование

Постановка задачи интерполирования и ее разрешимость. Алгебраическое интерполирование. Интерполяционный многочлен в форме Лагранжа. Остаток интерполирования в форме Лагранжа. Разделенные разности и их свойства. Интерполяционный многочлен в форме Ньютона. Многочлены Чебышева. Минимизация остатка интерполирования. Основные сведения о сходимости алгебраической интерполяции.

Тема 4.2. Среднеквадратичные приближения

Понятие проекции. Среднеквадратичные приближения функций. Метод наименьших квадратов.

Тема 4.3. Сплайны и кривые Безье

Понятие сплайн-функции. Сплайн-интерполирование. Построение интерполяционного кубического сплайна. Построение кубического эрмитова сплайна. Сплайн-кривые. Многочлены Бернштейна и их свойства. Кривые Безье и алгоритмы их построения.

Тема 4.4. Приближение функций нескольких переменных

Общая постановка задачи многомерной интерполяции. Понятие тензорного произведения функций. Общая схема интерполяции тензорными произведениями на прямоугольной сетке. Интерполяционная формула Лагранжа для функций двух переменных на прямоугольной сетке. Построение интерполяционного бикубического сплайна. Поверхности Безье.

Раздел 5. Численное интегрирование

Тема 5.1. Интерполяционные квадратурные формулы

Квадратурные формулы и связанные с ними задачи. Интерполяционные квадратурные формулы. Простейшие квадратурные формулы Ньютона-Котеса. Квадратурные формулы прямоугольников, трапеций, Симпсона.

Оценки точности квадратурных формул. Правило Рунге и автоматический выбор шага. интегрирования.

Тема 5.2. Квадратурные формулы типа Гаусса

Квадратурные формулы наивысшей алгебраической степени точности (НАСТ). Критерий и свойства квадратурных формул НАСТ. Теоремы существования, единственности и о свойствах узлов квадратурных формул НАСТ. Частные случаи квадратурных формул НАСТ.

Раздел 6. Методы численного решения обыкновенных дифференциальных уравнений

Тема 6.1. Методы решения задачи Коши

Классификация методов решения задачи Коши. Одношаговые методы. Методы Рунге–Кутты. Автоматическое управление длиной шага: правило Рунге, вложенные методы. Многошаговые методы. Методы Адамса.

Тема 6.2. Методы решения краевых задач

Многоточечные и граничные задачи. Решение линейных граничных задач. Метод стрельбы. Метод сеток решения граничных задач.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Дневная форма получения образования с применением электронных средств обучения (ДО)

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов					Форма контроля знаний
		Лекции	Практические занятия	Семинарские (практические) занятия	Лабораторные занятия	Количество часов УСП	
1	2	3	4	5	6	7	8
1	Методы решения систем линейных алгебраических уравнений						Контрольная работа по темам 1.1-1.4, коллоквиум
1.1	Введение. Машинная арифметика	2			2		
1.2	Обусловленность	2			2		
1.3	Прямые методы решения СЛАУ	10			9	1	Отчет по лабораторной работе
1.4	Итерационные методы решения СЛАУ	10			9	1	Отчет по лабораторной работе
2	Методы решения задач на собственные значения						Контрольная работа по темам 2.1-3.2, коллоквиум
2.1	Полная проблема собственных значений	2			2		
2.2	Частичная проблема собственных значений	2			2	1	Отчет по лабораторной работе
3	Методы решения нелинейных уравнений и систем						Контрольная работа по темам 2.1-3.2, коллоквиум
3.1	Итерационные методы решения нелинейных уравнений	2			2		
3.2	Итерационные методы решения систем нелинейных уравнений	4			2	1	Отчет по лабораторной работе
4	Приближение функций						Контрольная работа по

							темам 4.1-4.4, коллоквиум
4.1	Интерполирование	6			6	1	Отчет по лабораторной работе
4.2	Среднеквадратичные приближения	2			2		
4.3	Сплаины и кривые Безье	4			4	1	Отчет по лабораторной работе
4.4	Приближение функций нескольких переменных	2			2		
5	Численное интегрирование						Контрольная работа по темам 5.1-6.2, коллоквиум
5.1	Интерполяционные квадратурные формулы	6			4		
5.2	Квадратурные формулы типа Гаусса	4			4	1	Отчет по лабораторной работе
6	Методы численного решения обыкновенных дифференциальных уравнений						Контрольная работа по темам 5.1-6.2, коллоквиум
6.1	Методы решения задачи Коши	6			4	1	Отчет по лабораторной работе
6.2	Методы решения краевых задач	4			4		Устный опрос
	Всего	68			60	8	

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Перечень основной литературы

1. Бахвалов, Н.С. Численные методы. Решения задач и упражнения: учеб. пособие для студ. вузов, обуч. по спец. 01.05.01 "Фундаментальная математика и механика" / Н. С. Бахвалов, А. А. Корнев, Е. В. Чижонков; МГУ им. М. В. Ломоносова. - 2-е изд., испр. и доп. - Москва: Лаборатория знаний, 2016. - 352 с.
2. Гулин, А.В. Введение в численные методы в задачах и упражнениях: учебное пособие / А.В. Гулин, О.С. Мажорова, В.А. Морозова. — Москва: ИНФРА-М, 2022. — 368 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). - Текст: электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1852192>
3. Марчук, Г.И. Методы вычислительной математики: учебное пособие / Г.И. Марчук. — 4-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2022. — 608 с. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/210302>.
4. Фаддеев, Д.К. Вычислительные методы линейной алгебры: учебник / Д.К. Фаддеев, В.Н. Фаддеева. — 4-е изд.,стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2022. — 736 с.. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/210368>.
5. Фалейчик Б.В. Методы вычислений. Мн.: БГУ, 2014. - 224 с.

Перечень дополнительной литературы

1. Бахвалов Н.С., Лапин А.В., Чижонков Е.В. Численные методы в задачах и упражнениях. - М.: Высш. шк., 2000. - 190 с.
2. Вержбицкий, В.М. Основы численных методов: учебник для студ. вузов, обуч. по напр. подготовки дипломированных спец. "Прикладная математика" / В.М. Вержбицкий. - Изд. 2-е, перераб. - Москва: Высшая школа, 2005. - 841с.
3. Воеводин, В.В. Вычислительные основы линейной алгебры. М.: Наука, 1977. - 304 с.
4. Воеводин В.В., Кузнецов Ю.А. Матрицы и вычисления. - М.: Наука, 1984. — 320 с.
5. Голуб Дж., Ван Лоун Ч. Матричные вычисления. - М.: Мир, 1999. — 548 с.
6. Деммель, Дж. Вычислительная линейная алгебра = Applied Numerical Linear Algebra : Теория и приложения / Дж. Деммель; пер. с англ. Х. Д. Икрамова. - М.: Мир, 2001. - 430 с.
7. Калиткин Н.Н. Численные методы: Учебное пособие. – БХВ-Петербург, 2011. - 592 с.
8. Каханер Д., Моулер К., Нэш С. Численные методы и математическое обеспечение. М.: Мир, 1998. - 575 с.

9. Крылов В.И., Бобков В.В., Монастырный П.И. Вычислительные методы высшей математики. Т. 1. Минск: Вышэйшая школа, 1972. - 584 с.
10. Крылов В.И., Бобков В.В., Монастырный П.И. Вычислительные методы. Т. 1. М: Наука, 1976. - 304 с.
11. Саад Ю. Итерационные методы для разреженных линейных систем. В 2-х томах. Том 1. – М.: Издательство Московского университета, 2013. – 306 с.
12. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы: Учебное пособие. – М.: Наука, 1989. - 432 с.

Перечень рекомендуемых средств диагностики и методика формирования итоговой отметки

Для текущего контроля качества усвоения знаний студентами используется следующий диагностический инструментарий:

- отчеты по лабораторным работам;
- письменные контрольные работы;
- устные опросы;
- коллоквиум.

Лабораторные работы как правило представляют собой задания, включающие программную реализацию указанного численного метода (язык программирования обычно выбирается самим студентом), проведение вычислительного эксперимента и комментарии по его итогам. Рекомендуемая форма отчетности по лабораторной работе – письменный отчет. Лабораторная работа оценивается по стандартной 10-балльной шкале. Оценка за лабораторную работу может быть снижена в случае несвоевременного выполнения.

Письменные контрольные работы проводятся для контроля знаний по одному или нескольким разделам учебной дисциплины. Они включают, как правило, 4-5 заданий и оцениваются по 10-балльной шкале. В случае неудовлетворительной оценки контрольная работа может быть переписана.

Устный опрос студентов проводится в свободной форме в течение лабораторных и лекционных занятий. Его результаты учитываются преподавателем при выставлении рейтинговой оценки в конце семестра.

Коллоквиум представляет собой персональную устную беседу преподавателя со студентом с целью определения уровня знаний по пройденным темам. Для более точной оценки коллоквиум может включать дополнительный письменный этап. По результатам коллоквиума выставляется оценка по 10-балльной шкале.

Формой текущей аттестации по дисциплине «Методы вычислений» учебным планом предусмотрен **зачет и экзамен**.

Используется рейтинговая система оценки знаний студента, дающая возможность проследить и оценить динамику процесса достижения целей обуче-

ния. Рейтинговая система предусматривает использование весовых коэффициентов для текущего контроля знаний и текущей аттестации студентов по дисциплине.

Примерные весовые коэффициенты, определяющие вклад текущего контроля знаний в итоговую отметку:

- отчеты по лабораторным работам – 50 %;
- контрольные работы – 20 %;
- коллоквиум – 20 %,
- устный опрос – 10 %.

Итоговая отметка по дисциплине рассчитывается на основе отметки текущей успеваемости (рейтинговой системы оценки знаний) и экзаменационной отметки с учетом их весовых коэффициентов. Вес отметки по текущей успеваемости составляет 40 %, экзаменационной отметки – 60 %.

Примерный перечень заданий для управляемой самостоятельной работы студентов

Раздел 1. Методы решения систем линейных алгебраических уравнений (2 ч.)

Перечень заданий:

1. Решить СЛАУ указанным методом (Гаусса, LU-разложения, квадратного корня, отражений).
2. Построить итерационный процесс для решения СЛАУ указанным методом (простой итерации, Якоби, Гаусса-Зейделя, релаксации)
3. Исследовать сходимость итерационного процесса для решения СЛАУ
4. Выполнить указанное количество итераций метода обобщенных минимальных невязок.
5. Построить ортонормированный базис подпространства Крылова.

Форма контроля – отчет по лабораторной работе.

Раздел 2. Методы решения задач на собственные значения (1 ч.)

Перечень заданий:

1. Найти ведущее собственное значение матрицы и соответствующий собственный вектор степенным методом
2. Привести матрицу к форме Хессенберга преобразованием подобия
3. Применить к данной матрице QR-алгоритм

Форма контроля – отчет по лабораторной работе.

Раздел 3. Методы решения нелинейных уравнений и систем (1 ч.)

Перечень заданий:

1. Определить приближенное значение корня уравнения $f(x)=0$ указанным методом (бисекции, простой итерации, Ньютона, секущих).
2. Исследовать сходимость указанного итерационного процесса для решения нелинейного уравнения.

3. Выполнить указанное количество итераций метода Ньютона для решения системы нелинейных уравнений.

Форма контроля – отчет по лабораторной работе.

Раздел 4. Приближение функций (2 ч.)

Перечень заданий:

1. Для заданной функции построить интерполяционный многочлен в форме Лагранжа или Ньютона.
2. Оценить погрешность алгебраической интерполяции функции многочленом указанной степени.
3. Построить интерполяционный кубический сплайн с указанными граничными условиями.
4. Построить среднеквадратичное приближение для указанной функции по указанному базису.

Форма контроля – отчет по лабораторной работе.

Раздел 5. Численное интегрирование (1 ч.)

Перечень заданий:

1. Вычислить приближенное значение интеграла указанной квадратурной формулой и оценить погрешность.
2. Построить квадратурную формулу указанной алгебраической степени точности с указанной весовой функцией.
3. Оценить погрешность численного интегрирования указанной составной квадратурной формулой.

Форма контроля – отчет по лабораторной работе.

Раздел 6. Методы численного решения обыкновенных дифференциальных уравнений (2 ч.)

Перечень заданий:

1. Определить порядок указанного метода численного решения задачи Коши.
2. Вычислить приближенное решение задачи Коши указанным методом в указанной точке.

Форма контроля – отчет по лабораторной работе.

Описание инновационных подходов и методов к преподаванию учебной дисциплины

При организации занятий используется *практико-ориентированный подход*, который предполагает:

- освоение содержания образования через решения практических задач;
- приобретение навыков эффективного выполнения разных видов профессиональной деятельности.

Также при организации образовательного процесса используется *метод группового обучения*, который представляет собой форму организации учебно-познавательной деятельности обучающихся, предполагающую функционирование разных типов малых групп, работающих как над общими, так и специфическими учебными заданиями.

Методические рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся

Для организации самостоятельной работы студентов по учебной дисциплине «Методы вычислений» следует использовать современные информационные технологии: разместить в сетевом доступе комплекс учебных и учебно-методических материалов (учебно-программные материалы, методические указания к лабораторным занятиям, материалы текущего контроля и текущей аттестации, позволяющие определить соответствие учебной деятельности обучающихся требованиям образовательных стандартов высшего образования и учебно-программной документации, в т.ч. вопросы для подготовки к зачету, экзамену, список рекомендуемой литературы, информационных ресурсов и др.). Эффективность самостоятельной работы студентов проверяется в ходе текущего и итогового контроля знаний. Для общей оценки качества усвоения студентами учебного материала рекомендуется использование рейтинговой системы.

Примерный перечень вопросов к экзамену

1. Машинная арифметика с плавающей точкой
2. Понятие обусловленности задачи
3. Число обусловленности матрицы и его свойства
4. Метод Гаусса, теорема об осуществимости прямого хода, алгоритм
5. Стратегии выбора главного элемента для метода Гаусса
6. LU-разложение: его связь с методом Гаусса, алгоритм
7. LU-разложение с выбором главного элемента
8. Вычисление определителя и обращение матриц
9. Метод прогонки
10. LDLT-разложение
11. Разложение Холецкого
12. Преобразования отражения и его свойства
13. Метод отражений для решения СЛАУ
14. QR-разложение матрицы методом отражений
15. Задача наименьших квадратов, метод нормальных уравнений
16. Задача наименьших квадратов, решение методом QR-разложения
17. Стационарные итерационные методы решения СЛАУ, критерий сходимости
18. Методы простой итерации, Якоби, Гаусса-Зейделя, релаксации

19. Подпространство Крылова, алгоритм Арнольди
20. Обобщенный метод минимальных невязок (GMRES)
21. Метод полной ортогонализации (FOM)
22. Преобразования вращения и их свойства
23. Степенной метод
24. Метод обратной итерации
25. QR-алгоритм: общая схема
26. Приведение матрицы к форме Хессенберга методом отражений
27. QR-разложение хессенберговой матрицы методом вращений
28. Порядок сходимости метода решения нелинейных уравнений
29. Метод бисекции для решения нелинейных уравнений
30. Метод Ньютона: построение, геометрический смысл
31. Метод Ньютона: доказательство сходимости
32. Метод Ньютона: порядок сходимости
33. Методы секущих и хорд
34. Метод Ньютона для систем нелинейных уравнений
35. Задача минимизации функции многих переменных. Метод градиентного спуска
36. Метод градиентного спуска. Условия Вольфе
37. Полиномиальная интерполяция. Интерполяционный многочлен в форме Лагранжа
38. Барцентрическая формула Лагранжа
39. Интерполяционный многочлен в форме Ньютона. Разделенные разности
40. Остаток алгебраического интерполирования
41. Многочлены Чебышева
42. Минимизация остатка алгебраического интерполирования
43. Сходимость полиномиальной интерполяции
44. Понятие сплайна. Интерполяционный сплайн первого порядка
45. Интерполяционный кубический сплайн, построение.
46. Экстремальное свойство интерполяционного кубического сплайна
47. Приближение кривых. Интерполяционные кривые
48. Кривые Безье
49. Среднеквадратичные приближения. Дискретный случай
50. Среднеквадратичные приближения функций
51. Приближение поверхностей. Полиномиальная интерполяция
52. Интерполяционный билинейный сплайн
53. Интерполяционный бикубический сплайн
54. Интерполяционные квадратурные формулы и их остаток
55. Алгебраическая степень точности. Симметричные квадратурные формулы
56. Квадратурные формулы Ньютона–Котеса
57. Квадратурные формулы Гаусса
58. Составные квадратурные формулы и их остаток

59. Главная часть остатка составных квадратур. Правило Рунге
60. Простейшие одношаговые методы решения задачи Коши. Основные понятия
61. Простейшие методы Рунге–Кутты (РК). Общий вид методов РК
62. Условия порядка методов РК
63. Многошаговые методы. Явные методы Адамса
64. Многошаговые методы. Неявные методы Адамса
65. Конечно-разностный метод решения краевых задач. Общий случай
66. Конечно-разностный метод в линейном случае. Устойчивость и сходимость

ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УВО

Название дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы по изучаемой учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
Программирование компьютерной графики	Кафедра компьютерных технологий и систем	Нет предложений	Изменений не требуется (протокол № 15 от 22.05.2022г.)

**ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ ПО ИЗУ-
ЧАЕМОЙ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ**
на _____ учебный год

№ п/п	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры вычислительной математики (протокол №___ от _____)

Заведующий кафедрой
доцент, канд. ф.-м. н.
(степень, звание)

(подпись)

В.И. Репников
(И.О.Фамилия)

УТВЕРЖДАЮ
Декан факультета

(степень, звание)

(подпись)

(И.О.Фамилия)