

МОДЕЛИРОВАНИЕ ВАЛЮТНЫХ РЫНКОВ НА ОСНОВЕ ПРОЦЕССОВ С ДЛИННОЙ ПАМЯТЬЮ

Р. В. Зуенок

Белорусский государственный университет, г. Минск;

romanzyuo@gmail.com;

науч. рук. – С. В. Rogozin, канд. физ.-мат. наук, доц.

Данная статья посвящена применению моделей с длинной памятью на валютном рынке Республики Беларусь. Описывается процесс выявления длинной памяти во временном ряде. Впервые используются модели класса ARFIMA, GARCH и их комбинации во временных рядах валютных курсов USD-BYN, EUR-BYN, RUB-BYN в период с 2015 по 2021 год. Оценивается прогностическая сила моделей в сравнении с моделью случайного блуждания, раскрываются основные проблемы моделирования и перспективы развития данного направления.

Ключевые слова: длинная память; персистентность; модель ARFIMA; модель GARCH; прогнозирование на валютном рынке; доходность и волатильность.

Актуальность данной работы связана с необходимостью моделирования финансовых (в том числе валютных) активов и практического применения результатов исследования для получения прогнозов.

Персистентность – свойство объекта сохранять изменения, вызванные влиянием внешних процессов дольше, чем воздействие данных процессов на объект. В процессе исследования было выведено следующее определение длинной памяти временного ряда: процесс с длинной памятью – это процесс со случайным компонентом, в котором прошлое событие оказывает серьезное воздействие на будущие события.

Стационарный процесс X_t – процесс с длинной памятью, если существует действительное число α , $0 < \alpha < 1$, и константа c , $c > 0$, такие что:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{p_k}{c * k^{-\alpha}} = 1, \quad (1)$$

где p – функция автокорреляции и k – номер лага.

Таким образом, автокорреляции процесса с длинной памятью удовлетворяют следующему асимптотическому соотношению: $p_k \sim c * k^{-\alpha}$ при $k \rightarrow \infty$. Соответственно, убывание автокорреляций происходит крайне медленно, что противопоставляется их экспоненциальному убыванию, характерному для процессов с короткой памятью (ARMA).

В данной статье использован метод выявления длинной памяти во временных рядах, построенный на анализе размаха параметра (наибольшим и наименьшим значением на изучаемом отрезке) и среднеквадратичного отклонения. Он основан на показателе Херста H , который имеет широкое применение в анализе временных рядов, благодаря своей заме-

чательной устойчивости. Он содержит минимальные предположения об изучаемой системе и может классифицировать временные ряды, в частности, отличить случайный ряд от неслучайного, даже если случайный ряд не имеет нормального распределения.

Таблица 1

Описательные статистики валютных курсов

Ряд	Среднее	Станд. отклонение	Асимметрия	Экссесс
USD-BYN	0,047172	0,609833	3,498762	32,86622
EUR-BYN	0,045562	0,672639	2.282363	19,11052
RUB-BYN	0,032229	0,706465	0,479442	9,87806

Данная характеристика обеспечивает применимость показателя к выбранным временным рядам, поскольку исходя из описательных статистик делается вывод о ненормальности их распределения. Для сравнения различных типов временных рядов Херст разделил этот размах на стандартное отклонение исходных наблюдений. Херст ввел соотношение:

$$R/S=(a \cdot N)^H, \quad (2)$$

где R/S – нормированный размах; N – число наблюдений; a – константа; H – показатель Херста.

Им также предложена формула для оценки H :

$$H = \log(R/S)/\log(n/2), \quad (3)$$

где n – количество наблюдений.

Имеются 3 различных классификации для показателя Херста:

$H=0.5$ Нет никакой выраженной тенденции процесса и оснований, что она появится в будущем.

$0 \leq H < 0.5$ Соответствует антиперсистентным рядам с возвратом к среднему.

$0.5 < H < 1$ Имеем персистентные, или трендоустойчивые, ряды. Чем ближе значение к 1 тем сильнее персистентность.

Таблица 2

Показатель Херста для временных рядов

Валютная пара	Показатель Херста (H)
USD/BYN	0,988227715
EUR/BYN	0,992567502
RUB/BYN	0,991329298

Вычисленные значения указывают на высокую степень персистентности временных рядов, а значит и на значительное влияние предыду-

щих значений ряда на будущие значения. Полученные результаты подтверждают гипотезу о трендоустойчивости и длинной памяти в каждом из временных рядов.

Точное описание изменения значений ряда получены на основе применения моделей ARFIMA. В работах, посвященных анализу временных рядов, первым шагом является определение порядка интегрированности ряда. Для разрешения этой проблемы был предложен новый класс моделей ARFIMA (p, d, q), допускающий возможность нецелого параметра d. Ранее d принималось равным 0 или 1. Случай d = 0 соответствует короткой памяти ряда, при d = 1 делается вывод о бесконечной памяти.

Говорят, что ряд X_t следует процессу ARFIMA (p, d, q), если:

$$\Psi(L)(1-L)^d X_t = \mu + \Theta(L)\varepsilon_t, \quad (4)$$

$$(1-L)^d = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\Gamma(k-d)}{\Gamma(-d)\Gamma(k+1)} L^k, \quad (5)$$

где X_t – исследуемый процесс (временной ряд); L – оператор сдвига; $\Phi(L)$ – полином степени p от L; $\Theta(L)$ – полином степени q от L; d – порядок интегрирования процесса X_t ; Γ – гамма-функция; ε_t – «белый шум»; $0 < d < 1$.

Данный класс моделей был использован для моделирования временных рядов доходностей, определенных по формуле:

$$S_t = \ln(P(t)/P(t-1)), \quad (6)$$

где S_t – дневная доходность в момент времени t, P(t) – обменный курс в момент времени t, P(t-1) – обменный курс на предыдущий день.

В целях выявления стационарности и корректного метода приведения временных рядов к стационарному виду для дальнейшего моделирования были применены два теста на единичные корни: тест Дикки-Фуллера (ADF) и тест Филлипса-Перрона. Результаты расчетов показали, что все временные ряды доходностей курсов валют не стационарны, однако стационарность достигается при значении d=1, то есть ряды следуют процессу I(1). Для выбора параметров p и q были проанализированы модели класса ARMA и оценены на основе информационных критериев Акаике (AIC), Байеса (BIC) и Ханнана-Куинна (HQ) (рис. 1).

Model	LogL	AIC*	BIC	HQ
(0,8)(0,0)	-1230.753636	1.781412	1.819023	1.795476
(1,8)(0,0)	-1230.710457	1.782786	1.824158	1.798256
(2,8)(0,0)	-1229.741139	1.782830	1.827963	1.799706
(3,8)(0,0)	-1229.492508	1.783909	1.832803	1.802191
(4,8)(0,0)	-1229.473018	1.785317	1.837972	1.805005
(5,8)(0,0)	-1229.401267	1.786649	1.843066	1.807744
(2,7)(0,0)	-1233.925240	1.787402	1.828774	1.802871
(5,4)(0,0)	-1233.990643	1.787496	1.828868	1.802965
(5,6)(0,0)	-1232.077111	1.787620	1.836514	1.805902
(6,8)(0,0)	-1229.319946	1.787968	1.848146	1.810470

Рис. 1. Модели ARMA для ряда доходности доллара США.

Для моделей с короткой памятью наиболее значимой и подходящей оказалась модель ARMA (0,8) без учета сезонных колебаний. Однако, например, для доллара США наиболее значимой оказалась модель ARFIMA (1, d, 8), параметры которой таковы: HQ – 1,752, AIC – 1,746. Это подтверждает предположение о преимуществе данного типа модели над моделями с короткой памятью и процессом случайного блуждания.

Для выявления зависимости волатильности от ее предыдущих значений (условной гетероскедастичности) в ряду остатков модели ARFIMA был проведен тест Энгля (ARCH), который основывается на использовании теста множителей Лагранжа (LM). Исходя из результатов проведенного теста, во всех трех выбранных моделях наблюдается наличие ARCH структуры в остатках. После применения для ряда остатков модели ARFIMA (1,d,8) валютного курса USD-BYN модели IGARCH (2,2) были получены следующие значения выбранных критериев: BIC – 1.471, HQ – 1.48, что свидетельствует о значительном улучшении значимости и качестве модели. Соответственно, наилучшей моделью оказалась модель ARFIMA-IGARCH (1,d,8,2,2) (табл. 3).

Таблица 3

Сравнение различных классов моделей

Ряд	Модель	BIC	HQ
USD-BYN	ARMA (0,8)	1,781	1,795
	ARFIMA (1, d,8)	1,746	1,752
	ARFIMA-IGARCH(1,d,8,2,2)	1,471	1,480
EUR-BYN	ARMA (8,5)	2,064	2,086
	ARFIMA (8, d,5)	1,998	2,000
	ARFIMA-IGARCH(8,d,5,2,2)	1,844	1,805
RUB-BYN	ARMA (6,8)	2,156	2,181
	ARFIMA (1, d,8)	2,121	2,128
	ARFIMA-IGARCH((6,d,8,2,2)	1,907	1,915

Для рядов были получены следующие значения параметра длинной памяти – 0,26, 0,25 и 0,235 для USD, EUR и RUB соответственно. Данные значения находятся в диапазоне между 0 и 0,5, что говорит о наличии в рядах довольно сильной персистентности. Однако нельзя однозначно судить о степени персистентности по полученным результатам моделирования и тестирования. Кроме того, были получены довольно высокие для временных рядов валютных курсов значения коэффициента детерминированности моделей, а именно 0,522, 0,528 и 0,587 для USD, EUR и RUB. Эти значения говорят о том, что игнорирование наличия длинной памяти приведет к значительному ухудшению качества моделирования.

Библиографические ссылки

1. *Baillie R. T. Long Memory Processes and Fractional Integration in Econometrics // Journal of Econometrics. 1996. N 73. P. 5-59.*