Белорусский государственный университет

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе и образовательным инновациям
_______________ О.Г. Прохоренко

«08» июля 2022 г.

Регистрационный № УД – 11477/уч.

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Учебная программа учреждения высшего образования
по учебной дисциплине для специальности:

1-31 03 03 Прикладная математика (по направлениям)
направление специальности:
1-31 03 03-01 Прикладная математика (научно-производственная деятельность)
1-31 03 04 Информатика
1-31 03 05 Актуарная математика
1-31 03 06 Экономическая кибернетика (по направлениям)
направление специальности:
1-31 03 06-01 Экономическая кибернетика
(математические методы и компьютерное моделирование в экономике),
1-98 01 01 Компьютерная безопасность (по направлениям)
1-98 01 01-01 Компьютерная безопасность
(математические методы и программные системы)

2022 г.

Учебная программа составлена на основе ОСВО 1-31 03 03-2021 по специальности 1-31 03 03 Прикладная математика (по направлениям), ОСВО 1-31 03 04 -2021 по специальности 1-31 03 04 Информатика, ОСВО 1-31 03 05 -2021 по специальности Актуарная математика, ОСВО 1-31 03 06-2021 по специальности Экономическая кибернетика (по направлениям), ОСВО 1-98 01 01 -2021 по специальности Компьютерная безопасность (по направлениям), типовых учебных планов №G 31-1- 026/пр.тип., №G 31-1- 029/пр.тип., №G 31-1- 027/пр.тип., №G 31-1- 028/пр.тип. от 30.06.2021, №P 98-1-003/пр-тип. от 02.07.2021, учебных планов БГУ №G 31-1-030/уч. от 30.06.2021, №G 31-1-022/уч. ин. от 23.07.2021, №G 31-1-032/уч. от 30.06.2021, №P 98-1-005/уч. от 23.07.2021, №P 98-1-024/уч. ин. от 09.08.2021, №G 31-1-031/уч. от 30.06.2021, №G 31-1-021/уч. ин. от 23.07.2021, №G 31-1-033/уч. от 30.06.2021.

СОСТАВИТЕЛИ:

С.А. Мазаник, профессор кафедры высшей математики Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук, профессор;

Н.Я. Радыно, доцент кафедры высшей математики Белорусского государственного университета, кандидат физико-математических наук, доцент.

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

А.К. Деменчук, главный научный сотрудник отдела дифференциальных уравнений, Института математики Национальной Академии Наук Беларуси, доктор физико-математических наук, профессор;

В.И. Громак, профессор кафедры дифференциальных уравнений и системного анализа Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук, профессор.

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой высшей математики БГУ
(протокол № 11 от 09.06. 2022 г.);

Научно-методическим Советом БГУ
(протокол № 6 от 29.06.2022 г.).

Заведующий кафедрой высшей математики
Белорусского государственного университета,
доктор физико-математических наук, профессор М.М. Васьковский

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Учебная программа учебной дисциплины «Дифференциальные уравнения» разработана в соответствии с образовательными стандартами первой ступени высшего образования по специальностям: **1-31 03 03 Прикладная математика (по направлениям)** направление специальности 1-31 03 03-01 Прикладная математика (научно-производственная деятельность), **1-31 03 04 Информатика, 1-31 03 05, Актуарная математика, 1-31 03 06, Экономическая кибернетика (по направлениям)** направление специальности: 1-31 03 06-01 Экономическая кибернетика (математические методы и компьютерное моделирование в экономике)**, 1-98 01 01 Компьютерная безопасность (по направлениям),** 1-98 01 01-01 Компьютерная безопасность (математические методы и программные системы) и учебными планами по данным специальностям.

Учебная дисциплина «Дифференциальные уравнения» знакомит студентов с видами дифференциальных уравнений, с методами их решения, а также с методами исследования решений дифференциальных уравнений и основывается на знаниях, полученных при изучении математических дисциплин, составляющих модули: «Математический анализ» и «Геометрия и алгебра» для специальностей: **1-31 03 03 Прикладная математика (по направлениям) и 1-31 03 04 Информатика** и дисциплин, составляющих модуль: «Высшая математика» для специальностей: **Актуарная математика, 1-31 03 06, Экономическая кибернетика (по направлениям), 1-98 01 01 Компьютерная безопасность (по направлениям).** Учебная дисциплина «Дифференциальные уравнения», в свою очередь, является базовой для изучения предметов аналитического цикла, предусмотренных учебными планами соответствующих специальностей.

Место учебной дисциплины в системе подготовки специалиста с высшим образованием.

Учебная дисциплина «Дифференциальные уравнения» относится к компоненту учреждения высшего образования и входит **в модуль** «Дифференциальные уравнения и функциональный анализ».

Цели и задачи учебной дисциплины

Основные цели изучения дисциплины «Дифференциальные уравнения»:

- создание базы для освоения основных понятий и методов современной математики;
- формирование логического мышления, позволяющего грамотно анализировать получаемую информацию и делать соответствующие выводы для достижения желаемых результатов;
- овладение методами и средствами приобретения новых знаний, используя современные информационные технологии;
- формирование навыков исследовательской и активной профессиональной деятельности, постановки задач, выработки и принятия решений.

При изложении материала учебной дисциплины важно показать возможности использования аппарата дифференциальных уравнений при решении прикладных задач, возникающих в различных областях науки, техники, экономики. Целесообразно выделить моменты построения математических моделей естественных процессов с целью их последующего изучения, а также обратить внимание на алгоритмические аспекты получаемых результатов.

Основные задачи, решаемые при изучении учебной дисциплины «Дифференциальные уравнения»:

- научить строить и исследовать решения дифференциальных уравнений;
- научить строить математические модели эволюционных процессов.

Связи с другими учебными дисциплинами, включая учебные дисциплины компонента учреждения высшего образования, дисциплины специализации и др. Материал, излагаемый в учебной дисциплине «Дифференциальные уравнения», используется при изучении учебных дисциплин «Теория вероятностей и математическая статистика», «Функциональный анализ и интегральные уравнения», «Методы оптимизации», «Уравнения математической физики», а также при изучении ряда учебных дисциплин специализации.

Требования к компетенциям

Освоение учебной дисциплины «Дифференциальные уравнения» студентами специальности **1-31 03 03 Прикладная математика (по направлениям)** направление специальности 1-31 03 03-01 Прикладная математика (научно-производственная деятельность), **1-31 03 05 Актуарная математика, 1-31 03 06 Экономическая кибернетика (по направлениям)** направление специальности: 1-31 03 06-01 Экономическая кибернетика (математические методы и компьютерное моделирование в экономике) должно обеспечить формирование следующей **специализированной компетенции:**

СК – 3. Решать задачи дифференциального и интегрального исчисления, использовать методы дифференциального исчисления при построении и исследовании математических моделей естественнонаучных процессов.

Специальности **1-98 01 01 Компьютерная безопасность (по направлениям)** направление специальности 1-98 01 01-01 Компьютерная безопасность (математические методы и программные системы) должно обеспечить формирование следующей **специализированной компетенции:**

СК – 1. Применять методы исследования и решения уравнений в частных производных в различных приложениях, интерпретировать полученные решения при исследовании естественно-научных процессов.

Специальности **1-31 03 04 Информатика** должно обеспечить формирование следующих **специализированных компетенций:**

СК – 1 Использовать методы функционального анализа для решения прикладных задач в различных областях науки, техники и экономики.

СК – 2. Решать уравнения в частных производных и выполнять их исследование в различных приложениях, интерпретировать полученные решения при исследовании естественно-научных процессов.

В результате изучения дисциплины студент должен:

знать:

- методы интегрирования линейных стационарных дифференциальных уравнений и систем;
- методы интегрирования элементарных дифференциальных уравнений;
- условия существования и единственности решения задачи Коши;
- понятия первого интеграла и базиса первых интегралов;
- основные понятия теории устойчивости;
- схему построения решений линейных однородных и квазилинейных уравнений с частными производными первого порядка;
- принципы построения дифференциальных моделей;

уметь:

- использовать методы Лагранжа, Коши, Эйлера при построении общего решения и решения задачи Коши линейных дифференциальных уравнений и систем с постоянными коэффициентами;
- интегрировать элементарные дифференциальные уравнения;
- находить первые интегралы и строить их базис для нелинейных дифференциальных систем;
- исследовать устойчивость и асимптотическую устойчивость решений дифференциальных уравнений и систем;
- интегрировать линейные однородные и квазилинейные уравнения с частными производными первого порядка;
- строить и исследовать дифференциальные модели эволюционных процессов.

владеть:

- аппаратом дифференциальных уравнений;
- навыками исследования моделей, описываемых обыкновенными дифференциальными уравнениями.

Структура учебной дисциплины

Дисциплина изучается в 3 - 4 семестрах.

Всего на изучение учебной дисциплины «Дифференциальные уравнения» отведено:

для очной формы получения высшего образования - 216 часов, в том числе 136 аудиторных часа:

- в третьем семестре для изучения дисциплины предусмотрено всего 108 часов, из них 68 аудиторных часа, в том числе: лекции - 34 часа, практические занятия - 30 часов, управляемая самостоятельная работа - 4 часа.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 3 зачетные единицы;

Форма текущей аттестации – зачет.

- в четвёртом семестре предусмотрено всего 108 часов, из них 68 аудиторных часов, в том числе: лекции - 34 часов, практические занятия - 30 часов, управляемая самостоятельная работа - 4 часа.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 3 зачетных единиц.

Форма текущей аттестации - экзамен.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Тема 1. Основные понятия теории дифференциальных уравнений

Определение обыкновенного дифференциального уравнения, общего решения, частного решения, полного решения. Задача Коши. Простейшие уравнения. Теорема об однозначной разрешимости задачи Коши для простейшего уравнения первого порядка. обыкновенных дифференциальных уравнений. Принципы построения математических моделей. Основные понятия и задачи теории обыкновенных дифференциальных уравнений.

Тема 2. Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами

Линейное дифференциальное уравнение первого порядка. Общее решение. Построение общего решения однородного стационарного линейного уравнения n-го порядка. Однозначная разрешимость задачи Коши. Вронскиан. Формула Остроградского–Лиувилля. Базис пространства решений однородного стационарного линейного уравнения n-го порядка.

Неоднородные стационарные линейные уравнения n-го порядка. Структура общего решения. Однозначная разрешимость задачи Коши. Методы построения частного решения (Лагранжа, Эйлера, Коши). Исследования стационарных линейных уравнений: интегральная непрерывность решений, устойчивость и асимптотическая устойчивость по Ляпунову стационарных линейных уравнений n-го порядка. Фазовая плоскость однородного стационарного линейного уравнения второго порядка. Теорема о фазовых графиках, классификация точек покоя невырожденного уравнения. Прямая покоя.

Тема 3. Линейные дифференциальные системы с постоянными коэффициентами

Существование и единственность решения задачи Коши. Базис пространства решений однородного стационарного векторного уравнения. Методы интегрирования однородных и неоднородных стационарных линейных векторных уравнений. Правило Эйлера построения базисной матрицы. Экспонентное представление решения. Вычисление экспоненты матрицы. Метод вариации произвольных постоянных (метод Лагранжа). Матрица Коши, метод Коши интегрирования неоднородных систем. Исследование линейных векторных уравнений: зависимость решений от начальных данных, устойчивость и асимптотическая устойчивость решений по Ляпунову. Фазовая плоскость однородного стационарного линейного векторного уравнения размерности два. Фазовая плоскость однородного линейного уравнения размерности 2. Точки покоя.

Тема 4. Элементарные дифференциальные уравнения

Основные типы элементарных уравнений. Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель. Уравнения с разделяющимися переменными. Однородное уравнение. Линейное уравнение первого порядка. Уравнение Бернулли. Уравнение Риккати.

Тема 5. Общая теория дифференциальных уравнений первого порядка

Задача Коши. Интегральный критерий. Лемма Гронвола. Условие Липшица. Лемма об условии Липшица. Теорема об однозначной разрешимости задачи Коши. Сравнение решений и продолжимость. Зависимость решений от начальных данных и параметров.

Уравнения первого порядка общего вида. Однозначная разрешимость задачи Коши. Уравнения Лагранжа и Клеро. Задача об изогональных траекториях. Общие, особые и составные решения. Уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка уравнения.

Тема 6. Общая теория дифференциальных уравнений

Нелинейные векторные уравнения. Уравнения n-го порядка, разрешенные относительно старшей производной. Однозначная разрешимость задачи Коши для линейных уравнений с переменными коэффициентами. Фундаментальная система решений. Формула Остроградского–Лиувилля. Базис пространства решений однородного уравнения. Множество решений неоднородного линейного дифференциального уравнения. Линейные однородные уравнения второго порядка. Понижение порядка. Каноническая форма. Колеблемость решений. Теорема сравнения Штурма.

Уравнения Эйлера: однородные и неоднородные. Структура общего решения. Задача Коши для уравнения Эйлера. Построение решений уравнения Эйлера в виде степенных рядов. Уравнение Бесселя. Формальное решение. Сходимость формального решения. Теорема о существовании голоморфного решения задачи Коши. Зависимость решений нелинейных дифференциальных уравнений от параметров и начальных данных. Дифференцируемость решений по параметрам и начальным данным.

Первые интегралы. Базис первых интегралов. Понижение размерности системы. Системы в симметрической форме. Устойчивость и асимптотическая устойчивость нулевого решения. Метод функций Ляпунова. Устойчивость по первому приближению. Формальные решения нелинейных голоморфных уравнений. Модельное уравнение. Теорема Коши.

Тема 7. Уравнения с частными производными первого порядка

Классификация уравнений с частными производными первого порядка. Линейные и квазилинейные уравнения. Задача Коши и её решение.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Дневная форма получения образования с применением электронных средств обучения (ДО)

Номер раз-дела, темы	Наименование раздела, темы	Количество аудиторных часов		Коли-чество часов УСР	Форма контроля знаний
		Лекции	Практические занятия		
III семестр					
1.	Основные понятия теории дифференциальных уравнений	2	2		Отчеты по аудиторным и домашним практическим упражнениям с их устной защитой.
2.	Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами.	14	14	2	Отчеты по аудиторным и домашним практическим упражнениям с их устной защитой. Контрольная работа №1
3.	Линейные дифференциальные системы с постоянными коэффициентами	10	14	2	Отчеты по аудиторным и домашним практическим упражнениям с их устной защитой. Контрольная работа №2. Учебная дискуссия Коллоквиум
4.	Элементарные дифференциальные уравнения	8			Отчеты по аудиторным и домашним практическим упражнениям с их устной защитой. Собеседование.
IV семестр					
5.	Общая теория дифференциальных уравнений первого порядка	10	14	2	Отчеты по аудиторным и домашним практическим упражнениям с их устной защитой. Контрольная работа №3
6.	Общая теория дифференциальных уравнений	22	12	2	Отчеты по аудиторным и домашним практическим упражнениям с их устной защитой. Контрольная работа №4 Коллоквиум

7.	Уравнения с частными производными первого порядка	2	4		Отчеты по аудиторным и домашним практическим упражнениям с их устной защитой. Учебная дискуссия

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Перечень основной литературы

1. Альсевич Л.А., Мазаник С.А., Рассолько Г.А., Черенкова Л.П. Дифференциальные уравнения. Практикум. Мн.: Вышэйшая шк., 2012 г. – 382 с.
2. Бибиков, Ю. Н. Курс обыкновенных дифференциальных уравнений: учебное пособие / Ю. Н. Бибиков. — 2-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 304 с. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/210617.
3. Богданов Ю.С., Мазаник С.А., Сыроид Ю.Б. Курс дифференциальных уравнений. Мн.: Універсітэцкае, 1996 г. – 287 с.
4. Прохорова, Р.А. Обыкновенные дифференциальные уравнения: учеб. пособие для студ. УВО по математическим спец. / Р. А. Прохорова; БГУ. - Минск: БГУ, 2017. https://elib.bsu.by/handle/123456789/205697.
5. Филиппов, А. Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям: [более 140 задач с ответами] / А. Ф. Филиппов. - Изд. 9-е. - Москва: URSS: ЛЕНАНД, 2022. - 239 с.
6. Эльсгольц, Л. Э. Дифференциальные уравнения: учебник для физических и физико-математических факультетов университетов / Л. Э. Эльсгольц. - Изд. 9-е. - Москва: URSS: ЛЕНАНД, 2021. - 309 с.

Перечень дополнительной литературы

1. Альсевич Л.А., Черенкова Л.П. Практикум по дифференциальным уравнениям. Мн., Вышэйшая школа, 1990 г. – 318 с.
2. Богданов Ю.С., Сыроид Ю.Б. Дифференциальные уравнения. Мн.: Вышэйшая школа, 1983 г. – 239 с.
3. Богданов Ю.С. Лекции по дифференциальным уравнениям. Мн.: Вышэйшая шк., 1977 г. – 240 с.
4. Изобов Н.А. Введение в теорию показателей Ляпунова. Мн.: БГУ, 2006 г. – 319 с.
5. Камке Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. М.:Наука, 1976 г. – 576 с.
6. Матвеев Н.М. Методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений. Мн.: 1974 г. – 766 с.
7. Матвеев Н.М. Сборник задач и упражнений по обыкновенным дифференциальным уравнениям. Мн.: Вышэйшая шк., 1974 г.
8. Петровский И.Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений. М.: Наука, 2003 г. – 272 с.
9. Пономарев К.К. Составление дифференциальных уравнений. Мн.: Вышэйшая шк., 1973 г. – 560 с.
10. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения: М.: Наука, 1982 г. – 332 с.
11. Тихонов А.Н., Васильев А.Б., Свешников А.Г. Дифференциальные уравнения. М.: Физматлит, 2002 г. – 254 с.

12. Федорюк М.В. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1980 г. – 350 с.

Перечень рекомендуемых средств диагностики и методика формирования итоговой отметки

Текущая аттестация проводится в соответствии с Постановлением Министерства образования Республики Беларусь № 53 от 29 мая 2012 г. «Об утверждении Правил проведения аттестации студентов, курсантов, слушателей при освоении содержания образовательных программ высшего образования»; Положением о рейтинговой системе оценки знаний обучающихся по учебной дисциплине в Белорусском государственном университете (приказ ректора БГУ № 189-ОД от 31.03.2020); критериями оценки результатов учебной деятельности обучающихся в учреждениях высшего образования по десятибалльной шкале (Письмо Министерства образования Республики Беларусь от 28.05.2013 г. № 09-10/53-ПО).

Для диагностики компетенций могут использоваться следующие формы: устная; письменная; устно-письменная; техническая.

Устные формы:

− собеседования;
− учебные дискуссии;
− индивидуальные задания с их устной защитой.

Письменные формы:

− коллоквиумы;
− контрольные работы;

Устно-письменные формы:

− отчеты по аудиторным практическим упражнениям с их устной защитой;
− отчеты по домашним практическим упражнениям с их устной защитой;
− зачет;
− экзамен по учебной дисциплине.

Оценочными средствами предусматривается оценка усвоения обучающимися учебного материала дисциплины, их готовность к использованию знания основ дифференциальных уравнений при изучении других учебных дисциплин.

Для обеспечения возможности самостоятельной работы при изучении теории и выполнении домашних заданий рекомендуется использовать изданные учебные пособия и методические разработки кафедры, которые размещены в электронной библиотеке университета.

Для самоконтроля усвоения учебного материала рекомендуется использовать разработанные кафедрой тесты, размещенные в системе “E-University”.

Методика формирования итоговой отметки

Формой текущей аттестации по дисциплине «Дифференциальные уравнения» учебным планом предусмотрен **зачёт** в третьем семестре и **экзамен** в четвёртом семестре.

При формировании итоговой отметки используется рейтинговая система оценки знаний студента, дающая возможность проследить и оценить динамику процесса достижения целей обучения. Рейтинговая система предусматривает использование весовых коэффициентов для текущего контроля знаний и текущей аттестации студентов по дисциплине.

Примерные весовые коэффициенты, определяющие вклад текущего контроля знаний в итоговую отметку:

формирование отметки за текущую успеваемость:

- отчеты по аудиторным и домашним практическим упражнениям- 40 %;
- оценки за выполнение всех контрольных работ - 60 %.

Итоговая отметка по дисциплине рассчитывается на основе отметки текущей успеваемости (рейтинговой системы оценки знаний) и экзаменационной отметки с учетом их весовых коэффициентов. Вес отметки текущей успеваемости составляет 40 %, вес экзаменационной отметки составляет 60 %.

Примерный перечень заданий для управляемой самостоятельной работы студентов

Тема 2. ***Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Фазовая плоскость однородного стационарного линейного уравнения второго порядка.*** (2 ч.)

Решение задач из задачника: Альсевич Л.А., Черенкова Л.П. Практикум по дифференциальным уравнениям. Мн.:, Вышэйшая школа, 1990г.. Отдел V, §11.

Форма контроля - отчет по домашним практическим упражнениям с устной защитой

Тема 3. ***Линейные дифференциальные системы с постоянными коэффициентами. Фазовая плоскость однородного линейного уравнения размерности 2.*** (2 ч.)

Решение задач из задачника: Альсевич Л.А., Черенкова Л.П. Практикум по дифференциальным уравнениям. Мн.:, Вышэйшая школа, 1990г.. Отдел VIII, §22.

Форма контроля - отчет по домашним практическим упражнениям с устной защитой

Тема 5. ***Общая теория дифференциальных уравнений первого порядка. Задача об изогональных траекториях.*** (2 ч).

Решение задач из задачника: Альсевич Л.А., Черенкова Л.П. Практикум по дифференциальным уравнениям. Мн.:, Вышэйшая школа, 1990г.. Отдел X, §34.

Форма контроля - отчет по домашним практическим упражнениям с устной защитой

Тема 6. ***Общая теория дифференциальных уравнений. Уравнение Бесселя. Построение формального решения.*** (2 ч.)

Решение задач из задачника: Альсевич Л.А., Черенкова Л.П. Практикум по дифференциальным уравнениям. Мн.:, Вышэйшая школа, 1990г.. Отдел XII, §40.

Форма контроля - отчет по домашним практическим упражнениям с устной защитой.

Описание инновационных подходов и методов преподавания учебной дисциплины

При организации образовательного процесса рекомендуется использовать перечисленные ниже методы.

Метод **учебной дискуссии**, который предполагает участие студентов в целенаправленном обмене мнениями, идеями для предъявления и/или согласования существующих позиций по определенной проблеме.

Использование метода обеспечивает появление нового уровня понимания изучаемой темы, применение знаний (теорий, концепций) при решении проблем, определение способов их решения.

Метод **группового обучения**, который представляет собой форму организации учебно-познавательной деятельности обучающихся, предполагающую функционирование разных типов малых групп, работающих как над общими, так и специфическими учебными заданиями.

На практических занятиях по учебной дисциплине «Дифференциальные уравнения» также рекомендуется использовать **индивидуальный, творческий подход**. Студенты получают от преподавателя задания, разрабатывают методы решения задач.

Методические рекомендации по организации самостоятельной работы обучающихся

Условия для самостоятельной работы студентов, в частности, для развития навыков самоконтроля, способствующих интенсификации учебного процесса, обеспечиваются:

- наличием и использованием в учебном процессе систем автоматического тестирования через “E-University”, которые доступны пользователям через Интернет;
- наличием и полным доступом обучающегося к библиотечным фондам, электронным средствам обучения, доступностью электронных (и бумажных) вариантов лекций, учебно-методических пособий и сборников задач по основным разделам учебной дисциплины, указаниями к решению типовых задач.

Другая значимая информация

Примерный перечень заданий к контрольным работам

Контрольная работа 1. (8 неделя 3-ого семестра)

1. Методом Эйлера найти решение задачи Коши для неоднородного линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами n-ого порядка.
2. Методом Лагранжа найти решение неоднородного линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами n-ого порядка.
3. Применить правило Коши к задаче Коши неоднородного линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами n-ого порядка.

Контрольная работа 2. (14 неделя 3-ого семестра)

1. Сведением к уравнению второго порядка найти решение системы двух линейных дифференциальных уравнений.
2. Найти фундаментальную матрицу линейного дифференциального векторного уравнения, используя метод Эйлера.
3. Вычислить экспоненту матрицы и записать решение задачи Коши для линейного дифференциального векторного уравнения, используя правило Коши.
4. Методом Лагранжа найти решение линейного дифференциального векторного уравнения.
5. Исследовать на устойчивость тривиальное решение линейного дифференциального векторного уравнения.

Контрольная работа 3. (8 неделя 4-ого семестра)

1. Решить начальную задачу для уравнения в полных дифференциалах.
2. Решить однородное дифференциально уравнение.
3. Решить линейное дифференциальное уравнение.
4. Решить уравнение Бернулли.
5. Решить уравнение, приводящееся к однородному.
6. Решить уравнение с разделяющимися переменными.

Контрольная работа 4. (14 неделя 4-ого семестра)

1. Решить уравнение Эйлера.
2. Редуцировать систему дифференциальных уравнений.
3. Методом введения параметра решить данные дифференциальные уравнения.
4. Понизив порядок, решить дифференциальное уравнение.
5. Построить базис первых интегралов системы.
6. По первому приближению исследовать устойчивость нулевого решения системы дифференциальных уравнений.

7. Исследовать устойчивость нулевого решения системы дифференциальных уравнений вторым методом Ляпунова.

Примерный перечень вопросов к экзамену

1. Линейное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами первого порядка. Общее решение. Теорема о разрешимости.
2. Формула Остроградского-Лиувилля для однородного линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами n-ого порядка.
3. Линейная зависимость решений однородного линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами n-ого порядка.
4. Базис пространства решений однородного линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами n-ого порядка. Теорема об общем решении.
5. Правило Лагранжа отыскания частного решения неоднородного линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами n-ого порядка.
6. Правило Эйлера построения ЧР неоднородного линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами n-ого порядка.
7. Теорема о разрешимости для неоднородного линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами n-ого порядка. Нулевая задача Коши.
8. Правило Коши разрешения неоднородного линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами n-ого порядка.
10. Теорема о фазовых графиках.
11. Теорема о точках покоя. Седло.
12. Теорема о точках покоя. Узлы.
13. Теорема о точках покоя. Фокус. Центр.
14. Теорема об интегральной непрерывности решений линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами n-ого порядка.
15. Критерий устойчивости по Ляпунову тривиального решения однородного линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами n-ого порядка.
16. Критерий асимптотической устойчивости тривиального решения однородного линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами n-ого порядка.
17. Теорема о разрешимости для произвольного линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами n-ого порядка.
18. Формула Остроградского-Лиувилля для однородного линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами n-ого порядка. Теорема об общем решении.
19. Правило Эйлера построения базисной матрицы.
20. Правило Лагранжа отыскания частного решения неоднородного линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами n-ого порядка.

21. Дифференцирование экспоненты матрицы. Экспоненциальное представление решения. Общее решение однородного стационарного линейного векторного дифференциального уравнения.
22. Правило Коши для стационарного линейного векторного дифференциального уравнения.
23. Вычисление экспоненты матрицы.
24. Теорема об интегральной непрерывности решений стационарного линейного векторного дифференциального уравнения.
25. Критерий устойчивости по Ляпунову тривиального решения стационарного линейного векторного дифференциального уравнения.
26. Критерий асимптотической устойчивости тривиального решения стационарного линейного векторного дифференциального уравнения.
27. Фазовая плоскость однородного стационарного линейного векторного дифференциального уравнения размерности 2.
28. УПД. Интегрирующий множитель.
29. Уравнения с разделяющимися переменными. Однородное уравнение.
30. Линейное уравнение. Уравнение Бернулли.
31. Уравнение Риккати.
32. Интегральный критерий.
33. Лемма Гронуолла. Следствие.
34. Теорема Пикара-Линделефа (схема доказательства).
35. Лемма об условии Липшица.
36. Теорема о разрешимости для уравнения F(x,y,y')=0, неразрешённого относительно производной. Методы интегрирования.
37. Уравнения Лагранжа и Клеро.
38. Уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка (3 первых).
39. Теорема о разрешимости для линейного дифференциального уравнения с переменными коэффициентами.
40. Линейная зависимость функций одной переменной. (Формулировки теорем.)
41. Теорема о существовании фундаментальной системы решений для линейного дифференциального уравнения. Теорема об общем решении.
42. Признак неколеблемости решений. Лемма о нулях.
43. Теорема Штурма.
44. Структура решения однородного уравнения Эйлера.
45. Теорема о разрешимости для уравнения Эйлера. Структура решения задачи Коши.
46. Представление решений однородного и неоднородного уравнений Эйлера.
47. Теорема о существовании формального решения линейного дифференциального уравнения с голоморфными коэффициентами.
48. Теорема о сходимости формального решения линейного дифференциального уравнения с голоморфными коэффициентами.
49. Теорема о существовании голоморфного решения линейного дифференциального уравнения с голоморфными коэффициентами.
50. Теоремы о первом интеграле и интегрируемой комбинации.

51. Теорема об общем виде первого интеграла. Формулировка теоремы о базисе первых интегралов.
52. Понижение размерности системы (редукция). Системы в симметричной форме.
53. Теорема Ляпунова об устойчивости и асимптотической устойчивости нулевого решения. Следствие (формулировка).
54. Теорема об устойчивости по первому приближению. Следствие.
55. Теорема об общем решении линейного однородного уравнения с частными производными первого порядка.
56. Задача Коши для линейного однородного уравнения с частными производными первого порядка.

ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ УВО

Название учебной дисциплины, с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу
Методы оптимизации	Кафедра оптимального управления	Нет	Изменения не требуются. (протокол № 11 от 09.06.2022г.)
Функциональный анализ и интегральные уравнения.	Кафедра компьютерных технологий и систем	Нет	Изменения не требуются. (протокол № 11 от 09.06.2022г.)
Уравнения математической физики	Кафедра компьютерных технологий и систем	Нет	Изменения не требуются. (протокол № 11 от 09.06.2022г.)
Теория вероятностей и математическая статистика	Кафедра теории вероятностей и математической статистики	Нет	Изменения не требуются. (протокол № 11 от 09.06.2022г.)

ДОПОЛНЕНИЯ И ИЗМЕНЕНИЯ К УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЕ

на _____/_____ учебный год

№№ Пп	Дополнения и изменения	Основание

Учебная программа пересмотрена и одобрена на заседании кафедры высшей математики (протокол № ____ от ________ 2022_ г.)

Заведующий кафедрой
доктор физ.-мат. наук, профессор М.М.Васьковский

____

(ученая степень, звание) (подпись)

УТВЕРЖДАЮ
декан факультета
доктор техн. наук А.М.Недзведь

____

(ученая степень, звание) (подпись)